

**ТЕМА УРОКА:**

# Логарифмы

# Цели урока

- **обобщить и систематизировать знания по теме «Логарифмы»**
- **закрепить умения решать выражения, содержащие логарифмы.**

# План урока:

- История логарифмов. Логарифмам 400 лет.
- Логарифмы в природе.
- Применение логарифмов в различных сферах жизнедеятельности человека
- Определение логарифма. Основное логарифмическое тождество. Свойства логарифмов.
- Логарифмическая функция и ее свойства.
- Решение логарифмических уравнений и неравенств.

# История логарифмов



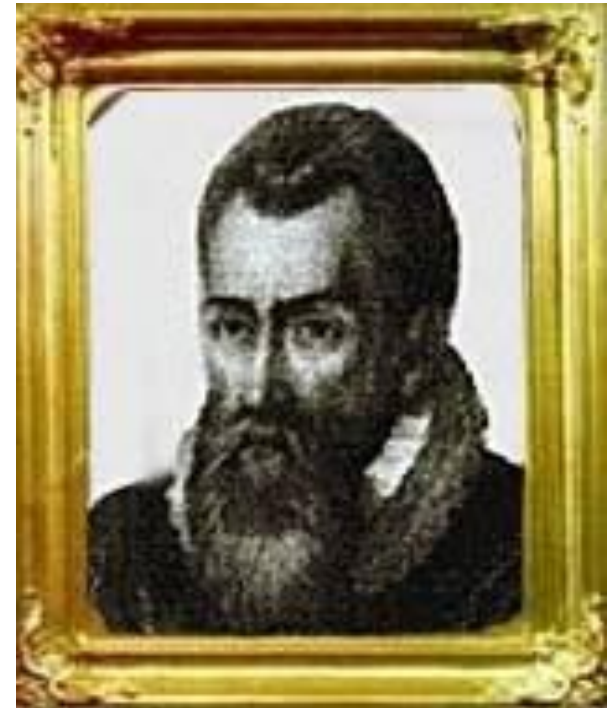
**«Изобретение логарифмов, сократив работу  
астронома, продлило ему жизнь»**

**П.С.**

**Лаплас**

# Портретная галерея

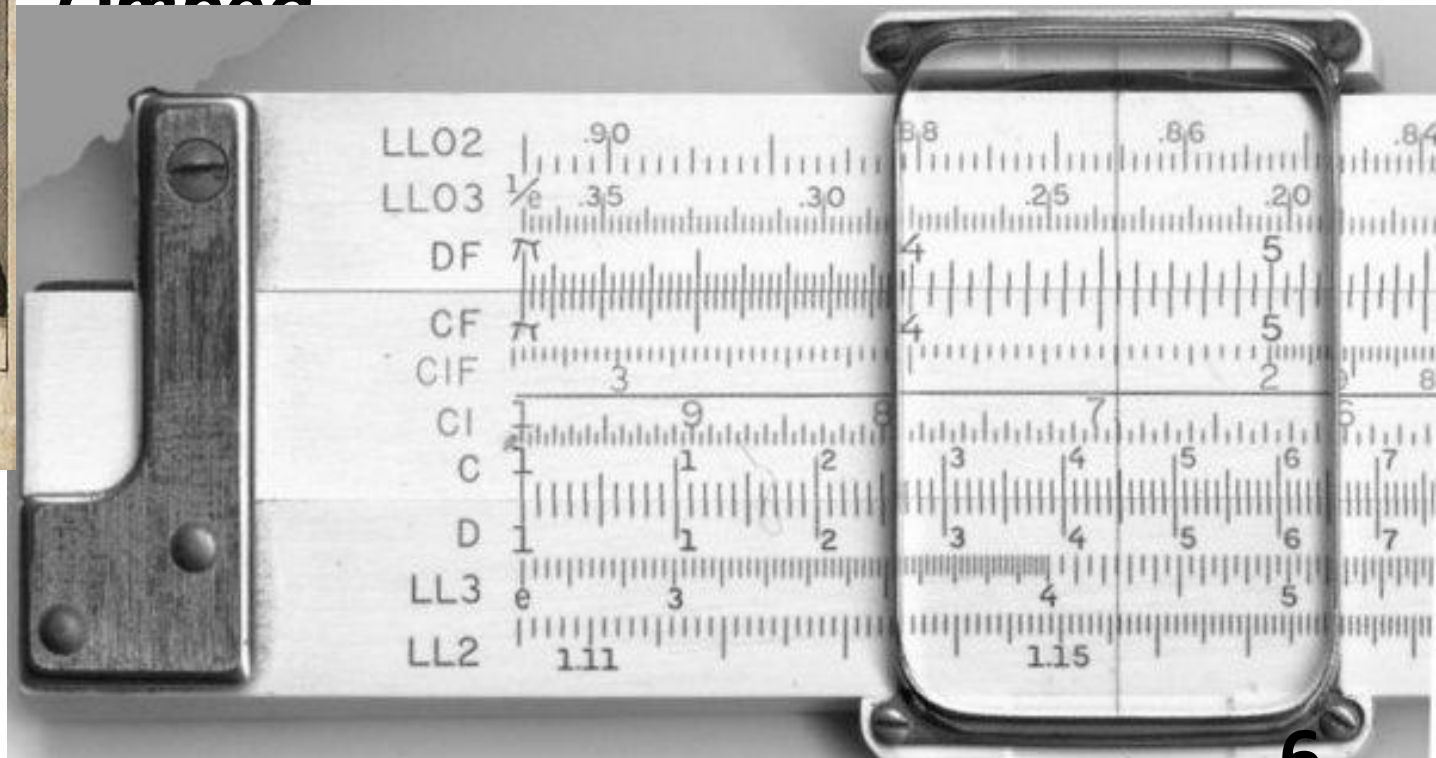
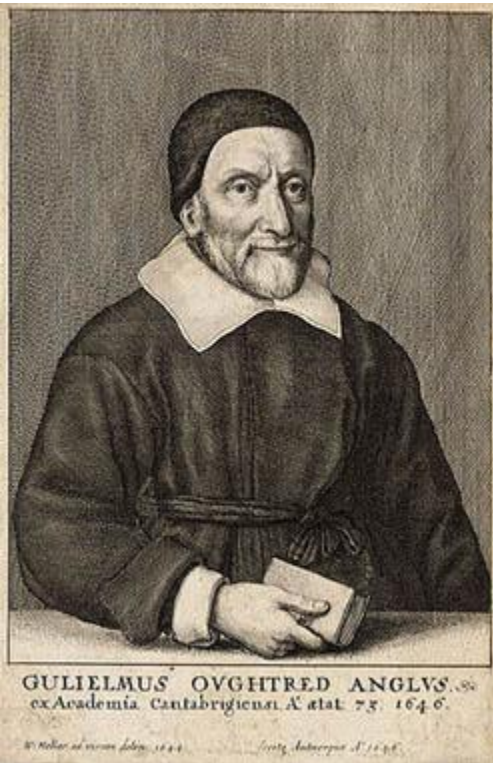
- Шотландский математик, изобретатель логарифмов.
- Учился в Эдинбургском университете. Основными идеями учения о логарифмах Непер овладел не позднее 1594 г., однако его "Описание удивительной таблицы логарифмов", в котором изложено это учение, было издано в 1614 г.
- В этом труде содержались определение логарифма, объяснение их свойств, таблицы логарифмов синусов, косинусов, тангенсов и приложения логарифмов в сферической тригонометрии.
- В "Построении удивительной таблицы логарифмов" (опубликовано в 1619) Непер изложил принцип вычисления таблиц.



*Непер Джон  
(1550 - 1617)*

# Логарифмическая линейка

**1622 год - Первый вариант линейки разработал английский математик-любитель Уильям Ортред**

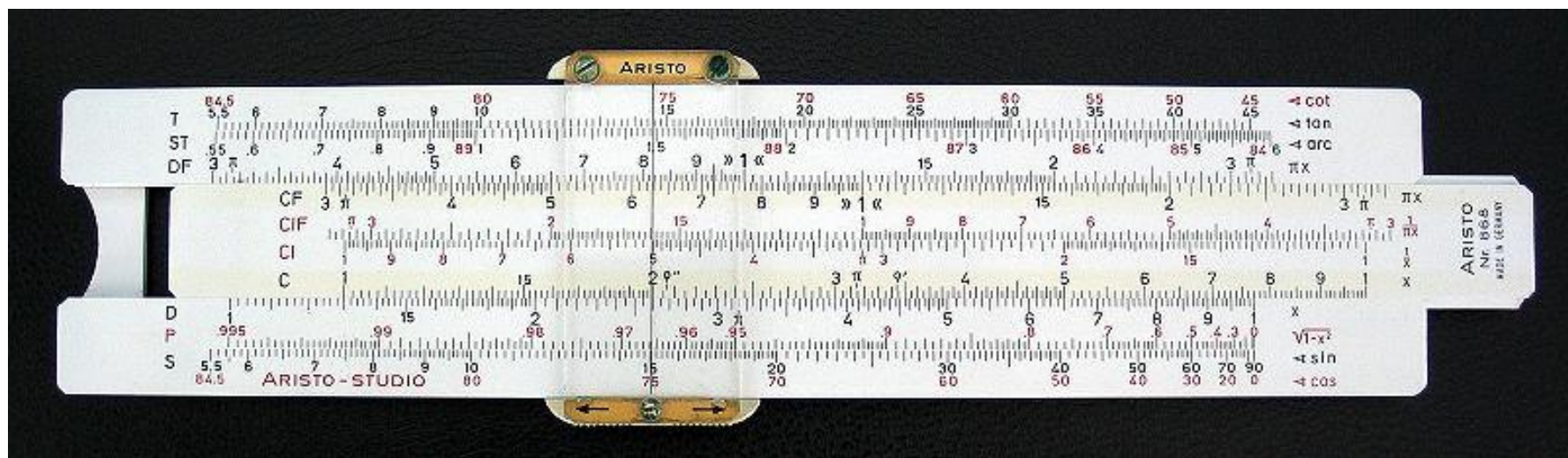


**1630 год -Ричард Деламейн создаёт круговую логарифмическую линейку.**



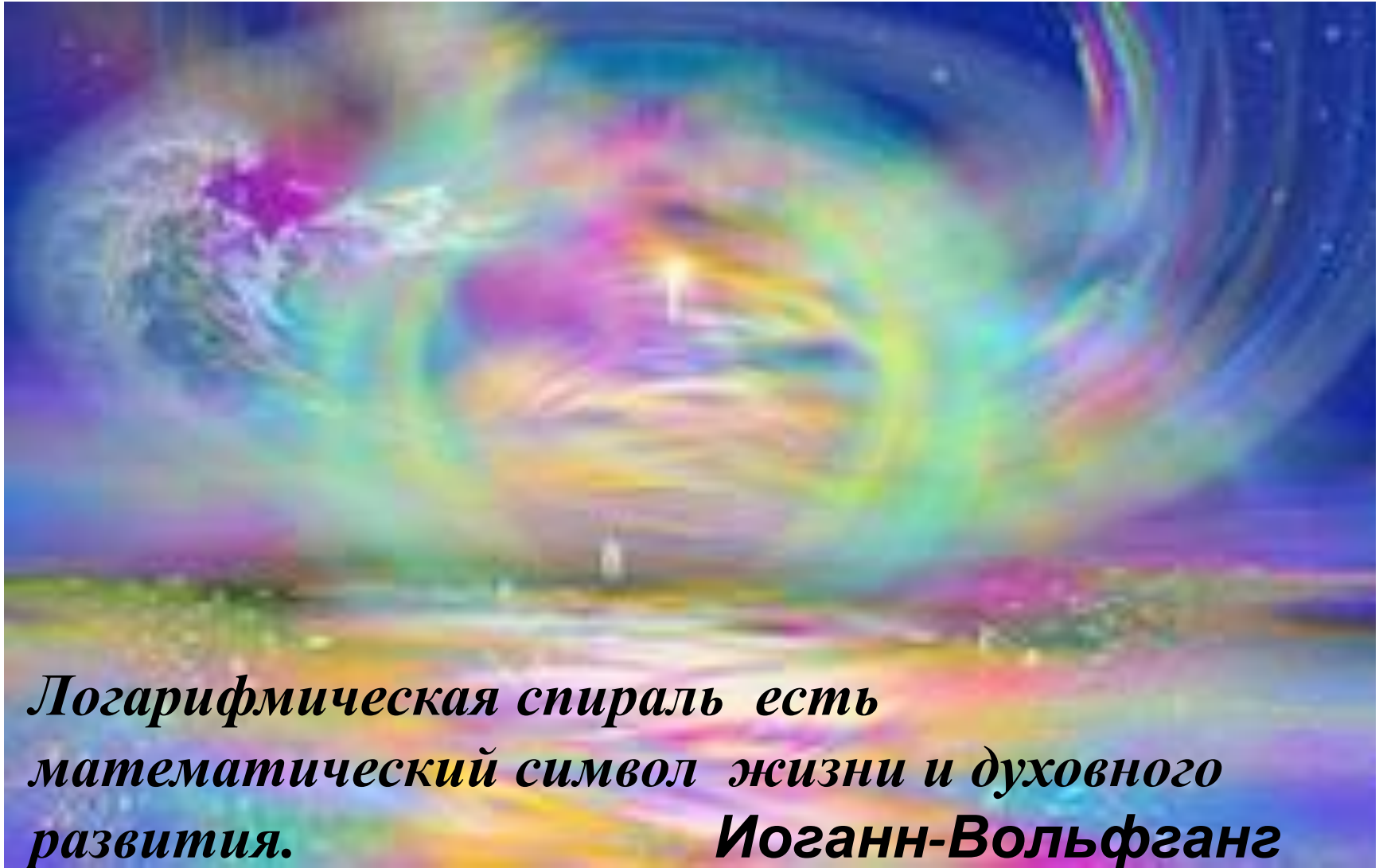


**Англичанин Роберт Биссакар (и независимо от него в 1657 году — С. Патридж) разработал прямоугольную логарифмическую линейку, конструкция которой в основном сохранилась до наших дней.**





# Логарифмы в природе

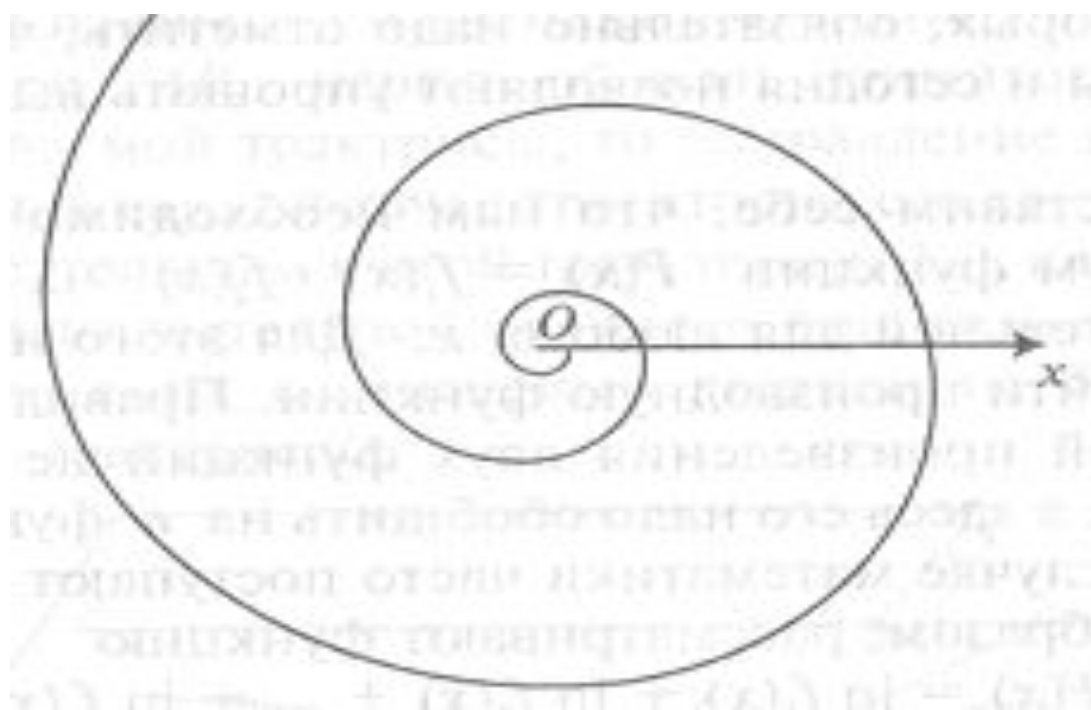


*Логарифмическая спираль есть  
математический символ жизни и духовного  
развития.* **Иоганн-Вольфганг**

**Гёте**

# Логарифмическая спираль «Удивительное рядом»

Спираль – это плоская кривая линия, многократно обходящая одну из точек на плоскости, которая называется полюсом спирали.

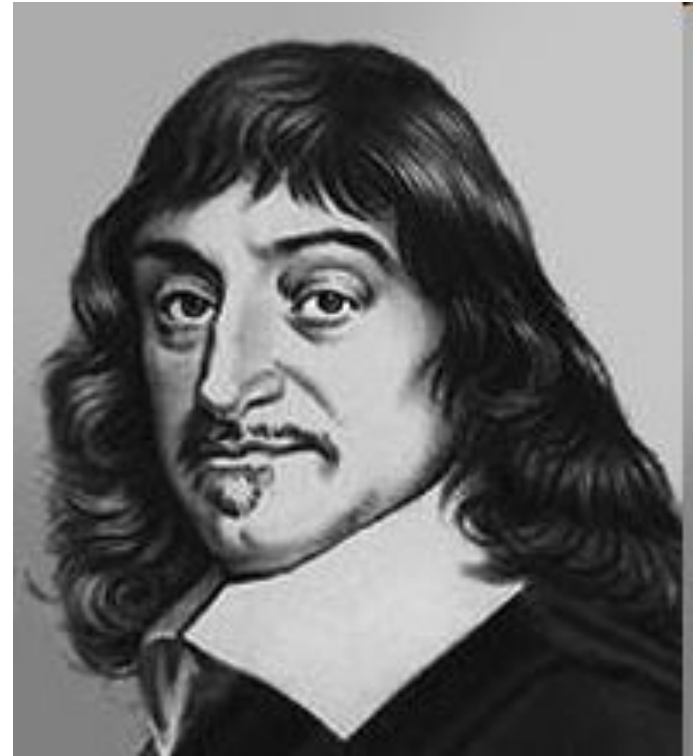




# Логарифмическая спираль «Удивительное рядом»

Первым ученым, открывшим  
эту удивительную кривую,  
был  
французский математик

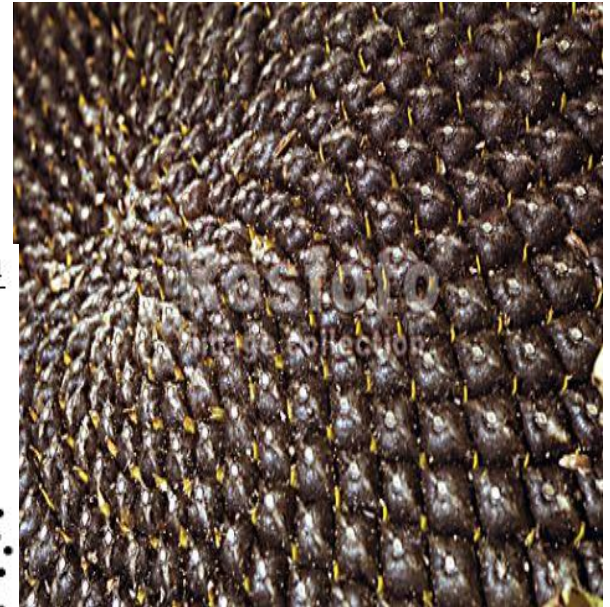
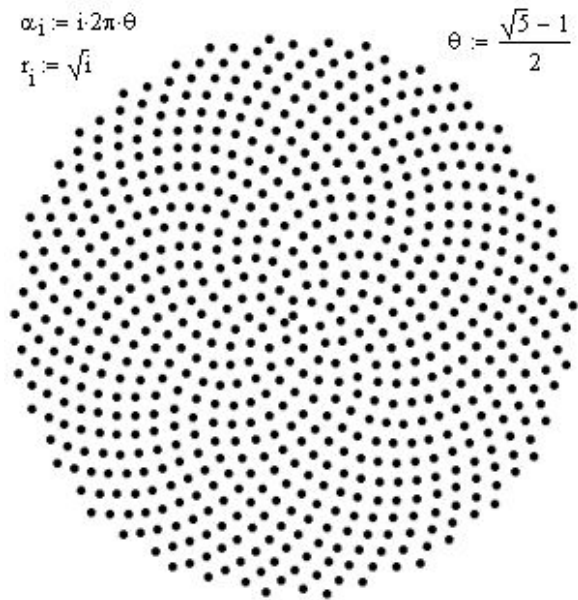
**Рене Декарт**  
(1596-1650гг.)



Самое интересное и удивительное в том, что логарифмическая спираль возникает в нашей жизни в связи с самыми разными природными формами.



# Логарифмическая спираль «Удивительное рядом»



По логарифмическим спиральям выстраиваются  
цветки в соцветиях подсолнечника

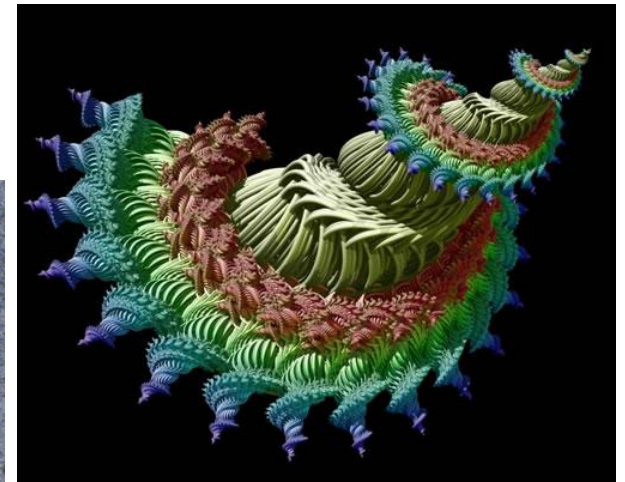
# Логарифмическая спираль «Удивительное рядом»



По логарифмическим спиральям выстраиваются  
рога многих животных

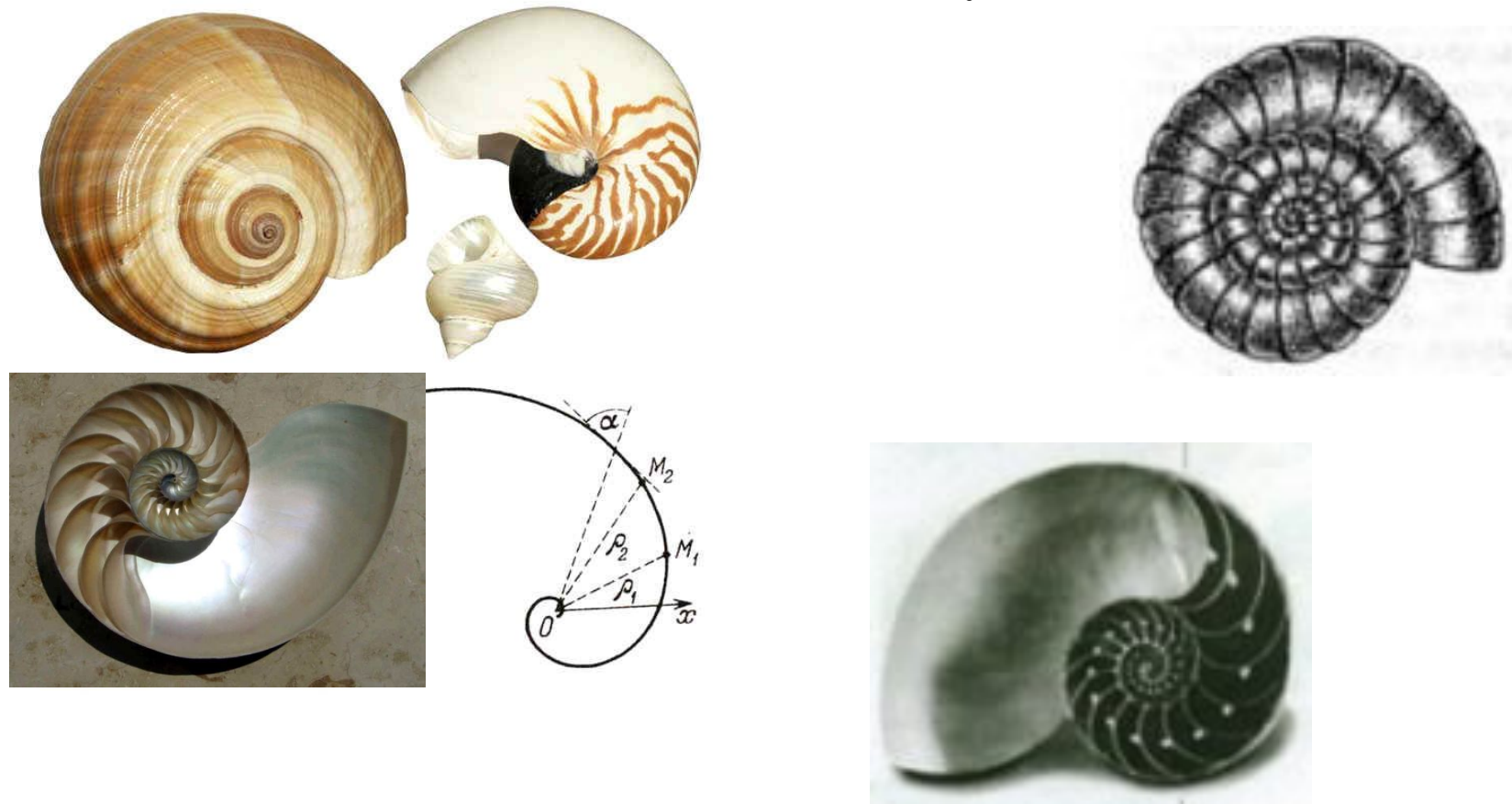
# Логарифмическая спираль «Удивительное рядом»

Живые существа обычно растут, сохраняя общее очертание своей формы. При этом они растут чаще всего во всех направлениях - взрослое существо и выше и толще детеныша. Но раковины морских животных могут расти лишь в одном направлении.





# Логарифмическая спираль «Удивительное рядом»



По логарифмической спирали свёрнуты раковины  
многих улиток и моллюсков.





# Логарифмическая спираль «Удивительное рядом»



По логарифмической спирали формируется тело циклона

# Логарифмическая спираль «Удивительное рядом»



Даже пауки, сплетая паутину, закручивают нити вокруг центра по логарифмической спирали.

# Логарифмическая спираль «Удивительное рядом»



Улитка является органом, воспринимающим звук, в котором самой природой заложена **ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ СПИРАЛЬ!**

**Человеческое ухо – это маленькое чудо!**



# Логарифмическая спираль «Удивительное рядом»

Траектории насекомых  
летающих на свет также  
описывают  
логарифмическую  
спираль.



\*\*\*\*\*

Логарифмическая спираль единственная из спиралей  
не меняет своей формы при увеличении размеров.

Видимо, это свойство и послужило причиной того, что в  
живой природе логарифмическая спираль встречается  
чаще других.

# Логарифмическая спираль «Удивительное рядом»



По логарифмическим спиральям закручены многие галактики, в частности Галактика, которой принадлежит Солнечная система.



Очертания, выраженные логарифмической спиралью, имеют не только раковины. Спираль увидели в шишках сосны, ананасах, кактусах и т.д.

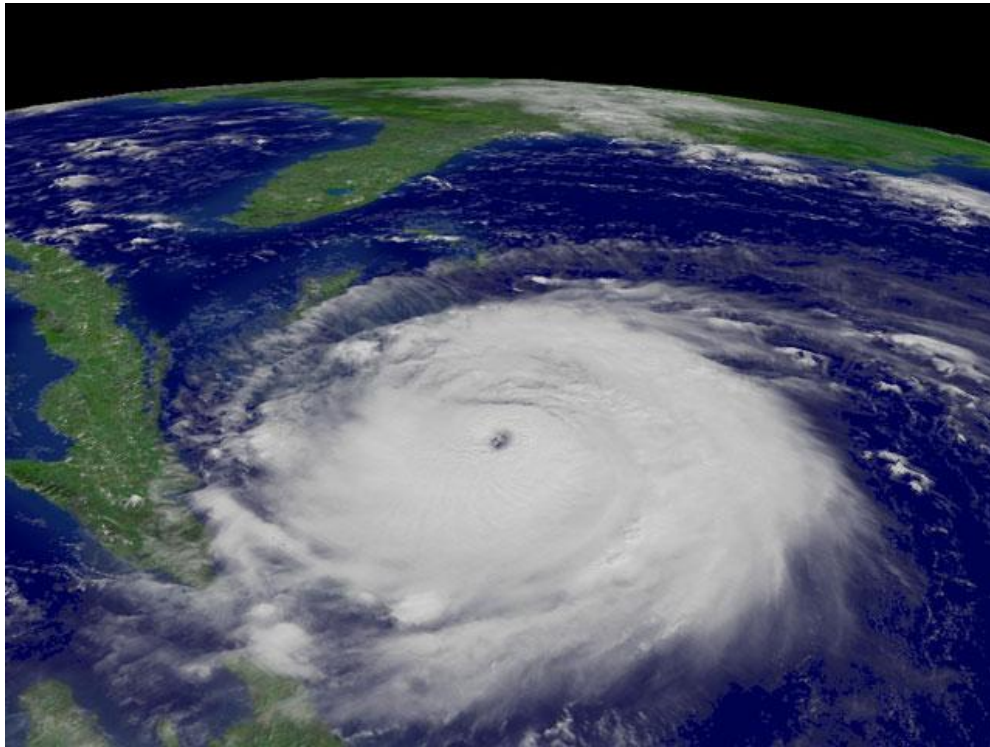




***Испуганное стадо северных оленей  
разбегается по спирали.***



# Спиралью закручиваются ураганы и смерчи



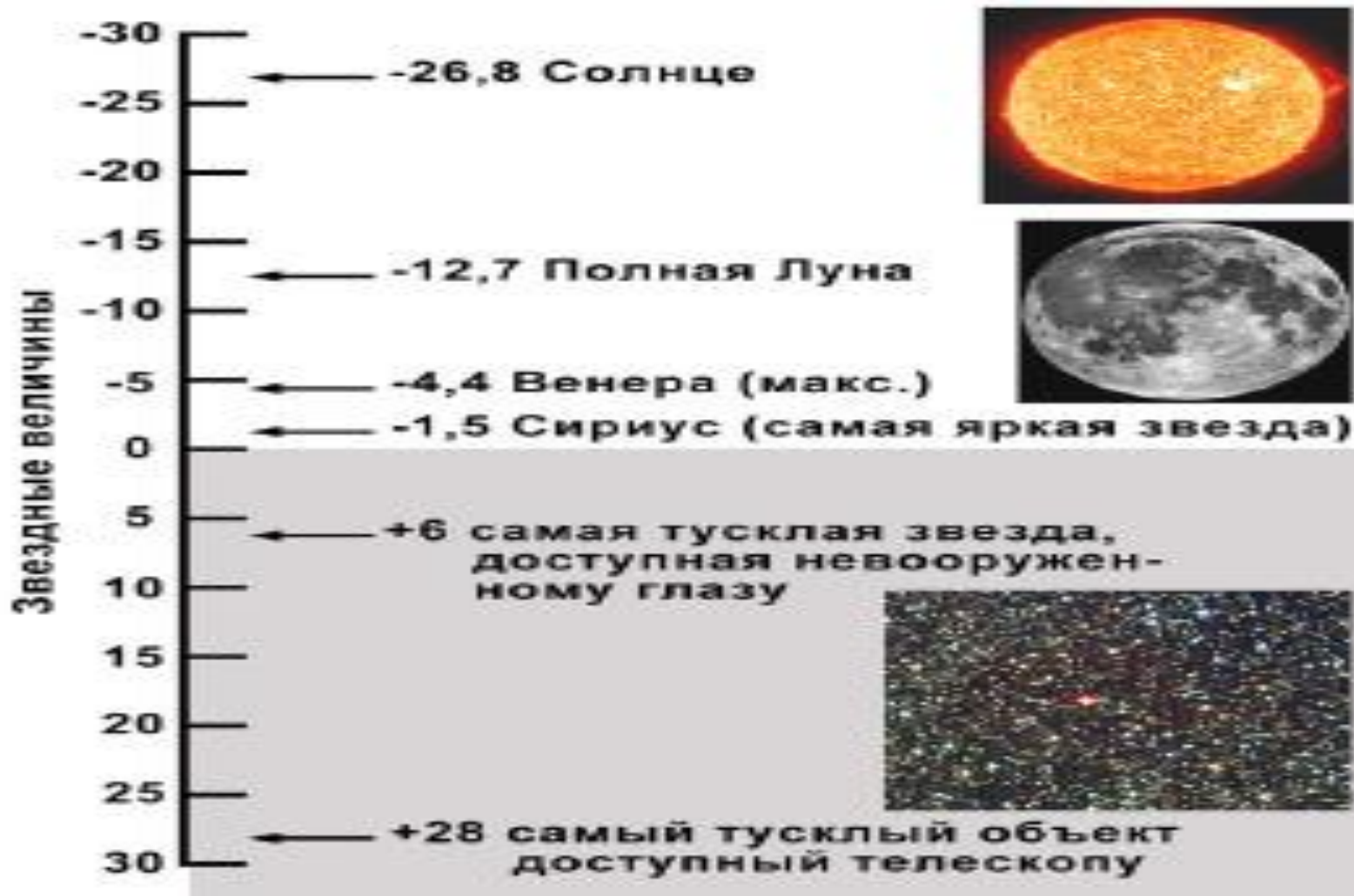
Tornado Failure 6/18/95 Chris Casady/Titanphoto.com



**Молекула ДНК  
закручена двойной  
спиралью.**



# Астрономы измеряют «блеск» небесных светил в звездных величинах





# Логарифмы в жизни человека





# Логарифмы в музыке

*Даже изящные искусства питаются ею  
Разве музыкальная гамма не есть -  
Набор передовых логарифмов?*

Из «Оды экспоненте»



А.А. Эйхенвальд



# Логарифм шума



Единица измерения **децибел** используется в звуковой технике.

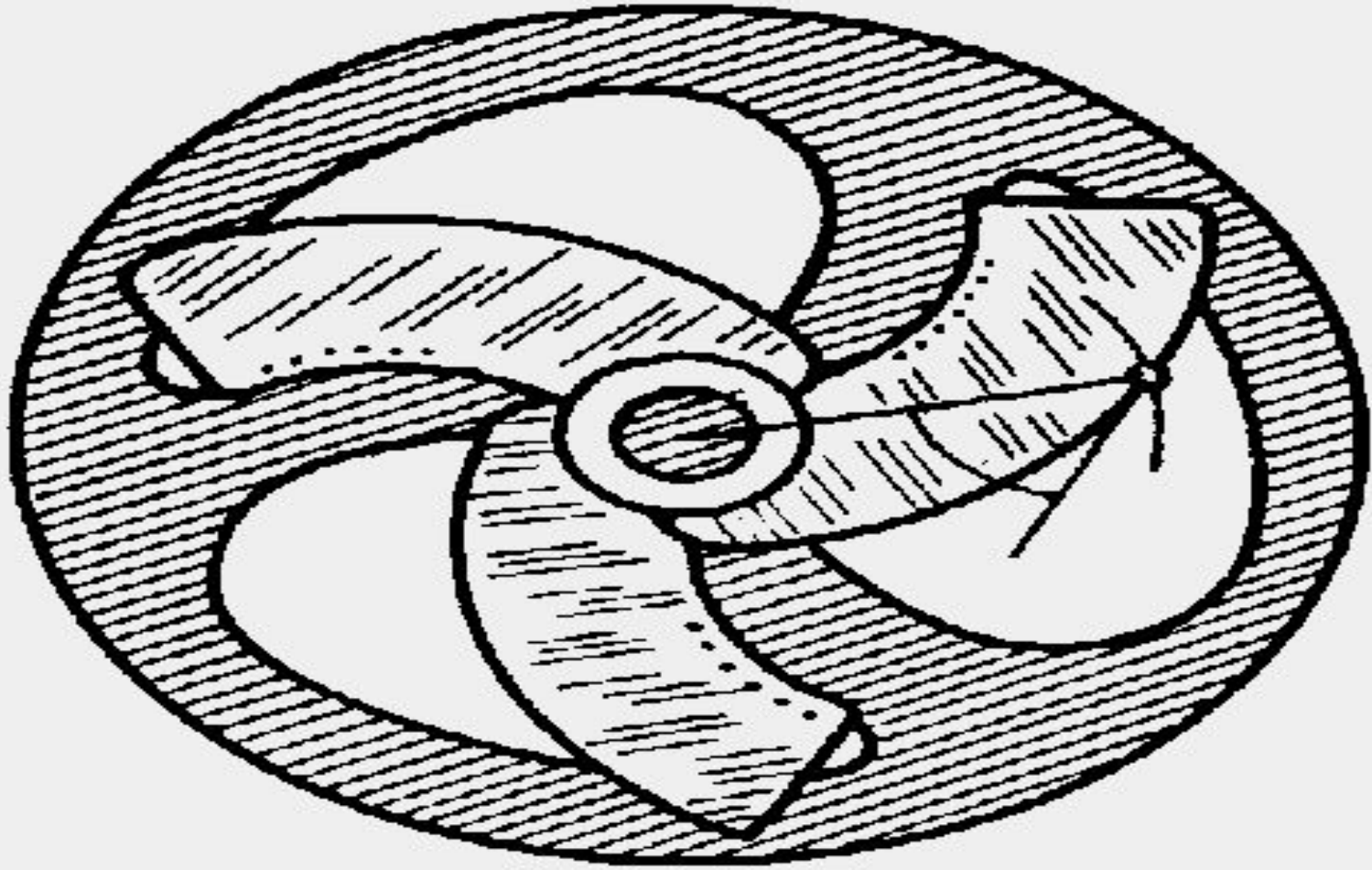
Связано это с тем, что мы реагируем не на абсолютные, а на относительные изменения уровня какого-либо воздействия, в том числе и звукового.

Если сила звука (интенсивность,  $I$ , Вт/м<sup>2</sup>) изменится в 10 раз, то субъективное ощущение громкости — всего лишь на одну ступеньку, при 100-кратном увеличении силы звука — на две ( $\lg 100 = 2$ ), при 1000-кратном — на три ( $\lg 1000 = 3$ ). Поэтому увеличение или уменьшение силы звука принято измерять в логарифмических единицах и каждое десятикратное изменение силы звука оценивается единицей, называемой **Бел (Б)**.

На практике используется в основном **единица, равная десятой части Бела - децибел.**

Значение в децибелах равно десяти десятичным логарифмам отношения интенсивностей двух сигналов.

# Вращающийся нож



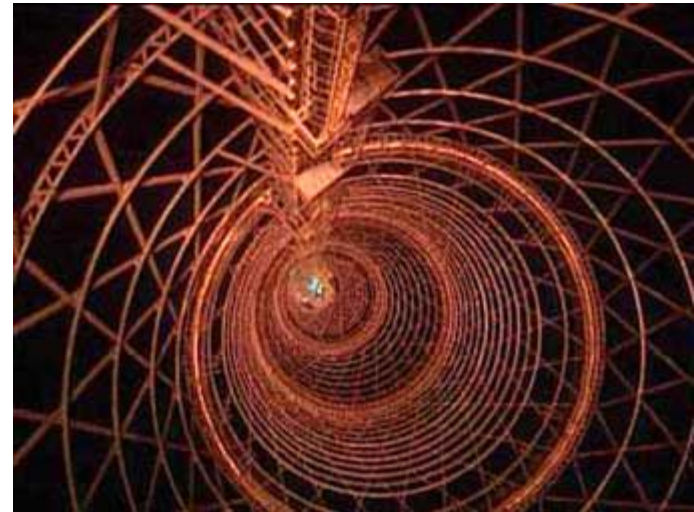
*Рис. 10*

# Логарифмическая спираль «Удивительное рядом»



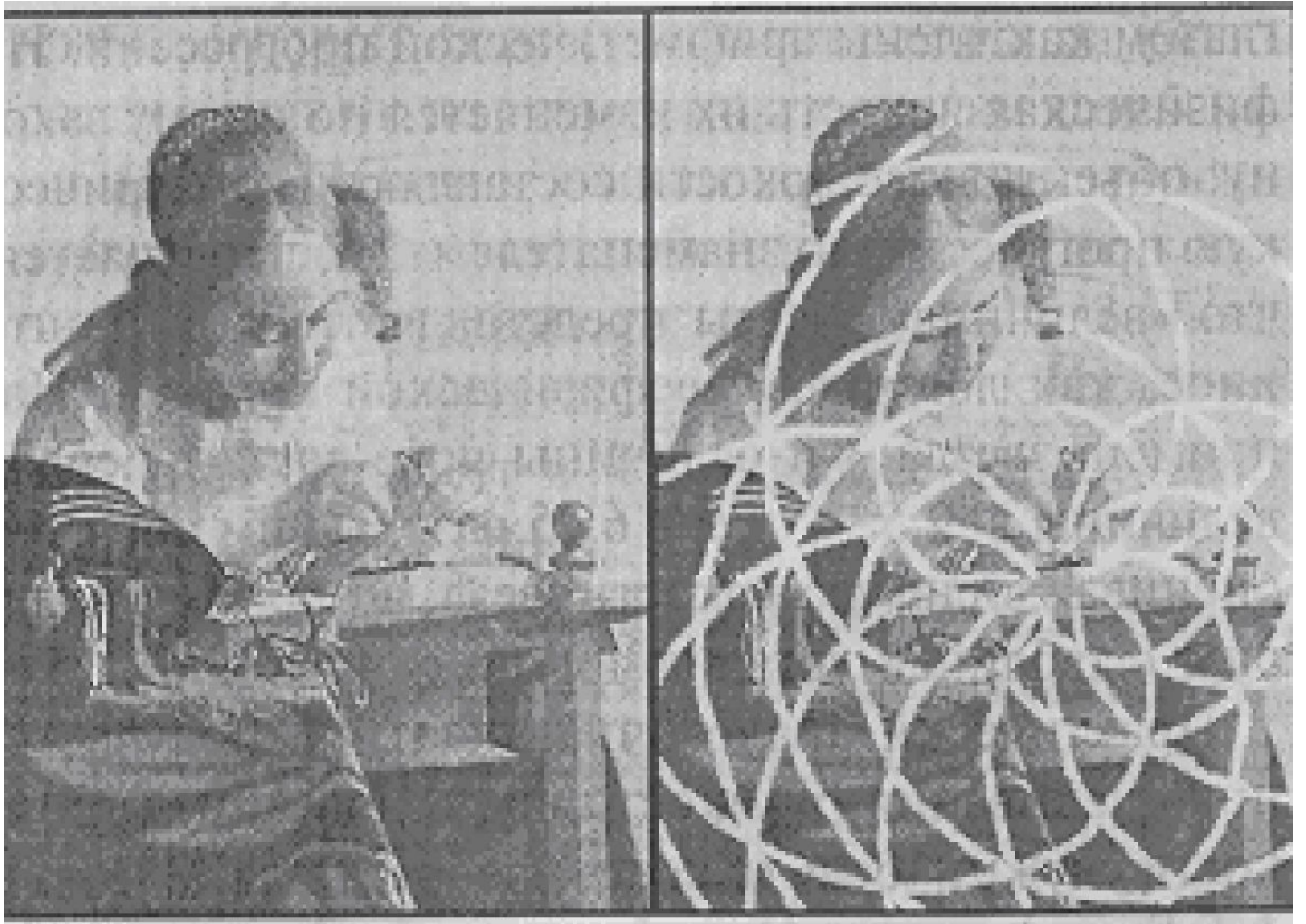


Логарифмическую спираль можно встретить  
и в архитектуре.



**Шуховская башня  
в Москве.**







**Логарифмом числа  $b$  по основанию  $a$  называется показатель степени, в которую нужно возвести основание  $a$ , чтобы получить число  $b$ .**

$$\log_a b = k, \quad a^k = b,$$

$$a > 0, \quad a \neq 1, \quad b > 0$$



# Самостоятельная работа

п/н	Примеры	ответы
1	$\log_7 7$	
2	$2 \cdot \log_{15} 15$	
3	$\log_3 1$	
4	$\log_{0,5} 0,5^3$	

# Основное логарифмическое

## ТОЖДЕСТВО

$$a^{\log_a b} = b$$

Логарифмом числа  $b$  по  
основанию  $a$   
называется показатель  
степени, в которую  
нужно возвести  
основание  $a$ , чтобы  
получить число  $b$ .



# Самостоятельная работа

п/н	Примеры	ответы
1	$3^{\log_3 18}$	
2	$4^{\log_4 12}$	
3	$5^{\log_5 11}$	
4	$5^{2\log_5 11}$	

# Свойства логарифмов

Пусть  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ,  $b > 0$ ,  $c > 0$ , тогда справедливы формулы

$$1. \log_a bc = \log_a b + \log_a c$$

$$2. \log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$$

$$3. \log_a b^r = r \log_a b$$

$$4. \log_{a^r} b = \frac{1}{r} \log_a b$$

$$5. \log_a a = 1 \quad \log_a 1 = 0$$

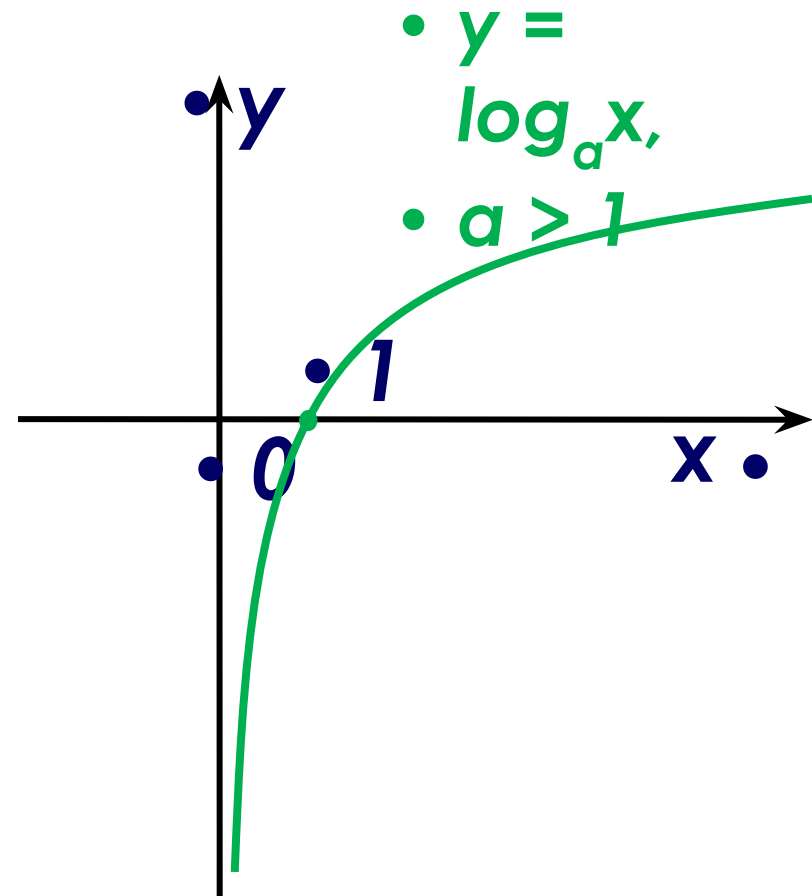
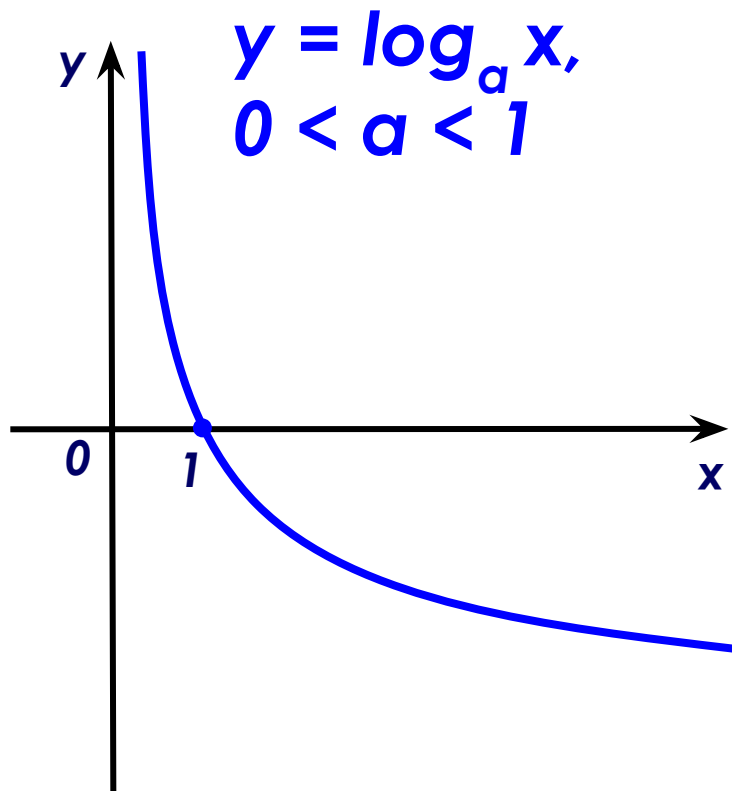




# Решите тест

- 1. Вычислить:  $\lg 5 + \lg 2$ .  
1)  $\lg 7$ ; 2) 1; 3) 0; 4) 10.
- 2. Вычислить:  $\log_2 15 - \log_2 15/16$ .  
1) 4; 2) -4; 3)  $1/4$ ; 4)  $-1/4$ .
- 3. Вычислить:  $\log_{13} \sqrt[5]{169}$ .  
1) 2,5; 2) -2,5; 3)  $2/5$ ; 4)  $-2/5$ .
- 4. Найти значение выражения:  $\log_8 12 - \log_8 15 + \log_8 20$ .  
1) 2; 2)  $4/3$ ; 3)  $3/4$ ; 4)  $1/2$ .
- 5. Вычислить:  $\frac{\log_3 8}{\log_3 2}$   
1) 3; 2)  $1/3$ ; 3) -3; 4)  $-1/3$ .

Логарифмической называется функция вида  $y = \log_a x$ , где  $a$  – заданное число,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ .



## Свойства логарифмической функции $y = \log_a x$ , $a \neq 1$ , $a > 0$

1.  $D(y) = (0; +\infty)$ ,
2.  $E(y) = (-\infty; +\infty)$ .
3. а) При  $a > 1$  функция возрастает на  $(0; +\infty)$ ;  
б) при  $0 < a < 1$  функция убывает на  $(0; +\infty)$ .
4. Ни четная функция, ни нечетная.
5. График проходит через точку  $(1; 0)$



# Самостоятельная работа

- Расположите в порядке возрастания числа  $\log_{0,3} 3$ ;  $\log_{0,3} 0,3$ ;  $\log_{0,3} 1$ ;
- Какое из данных чисел положительное?
  - 1)  $\log_{1,1} 0,1$ ;
  - 2)  $\log_{11} 0,5$ ;
  - 3)  $\lg 0,9$ ;
  - 4)  $\log_{0,1} 0,5$ .
- Найдите область определения функции  $y = \log_5(x + 3)$



# Самостоятельная работа:

- а)  $\log_2(2 - x) = \log_2 3$ ;
- б)  $\log_8(5x-10) < \log_8(14-x)$



*О сколько нам открытий чудных  
Готовят просвещенья дух  
И опыт, сын ошибок трудных,  
И гений, парадоксов друг,  
И случай, бог изобретатель ...*

*А.С.Пушкин*