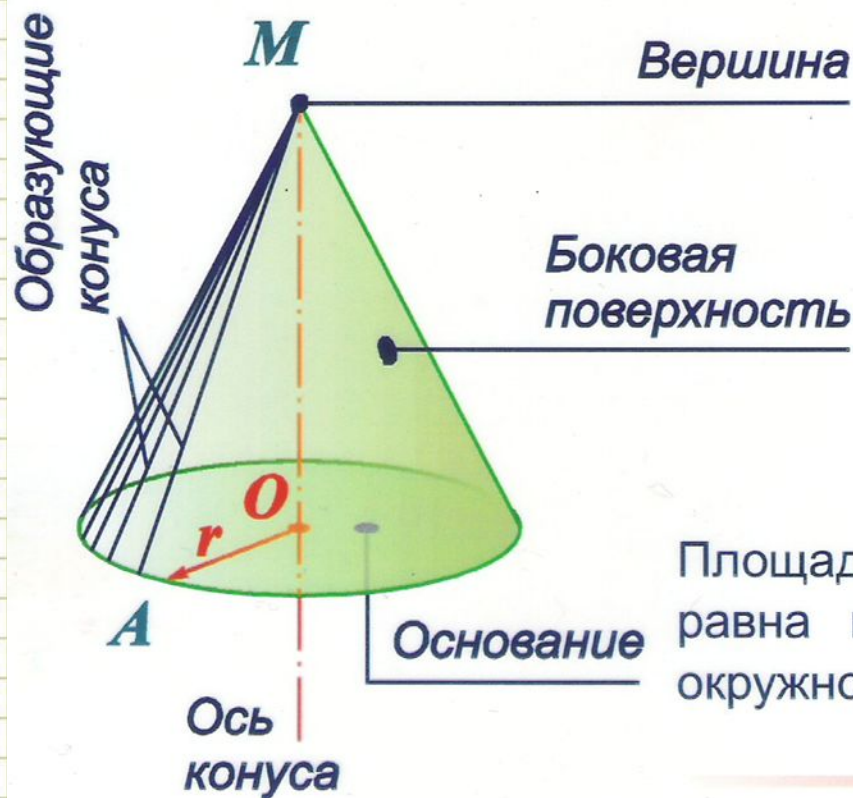


КОНУС

11 класс



Конусом называется тело, ограниченное кругом (основание конуса), и конической поверхностью, образованной отрезками, соединяющими каждую точку окружности с вершиной конуса.



Вершина прямого кругового конуса проектируется в центр основания.

*r - радиус основания конуса;
 MO - высота конуса h ;
 MA - образующая конуса l .*

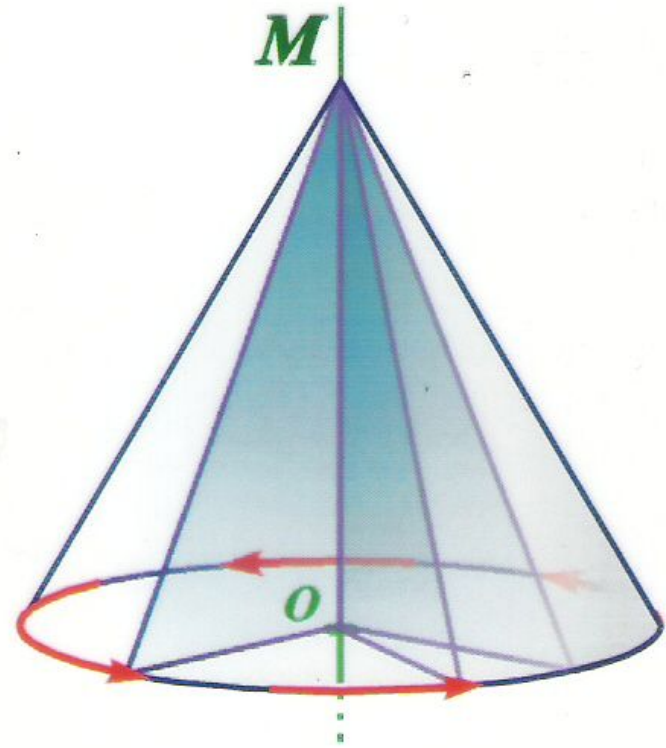
Площадь боковой поверхности конуса равна произведению половины длины окружности основания на образующую:

$$S_{\text{бок}} = \pi r l$$



Конус – тело вращения

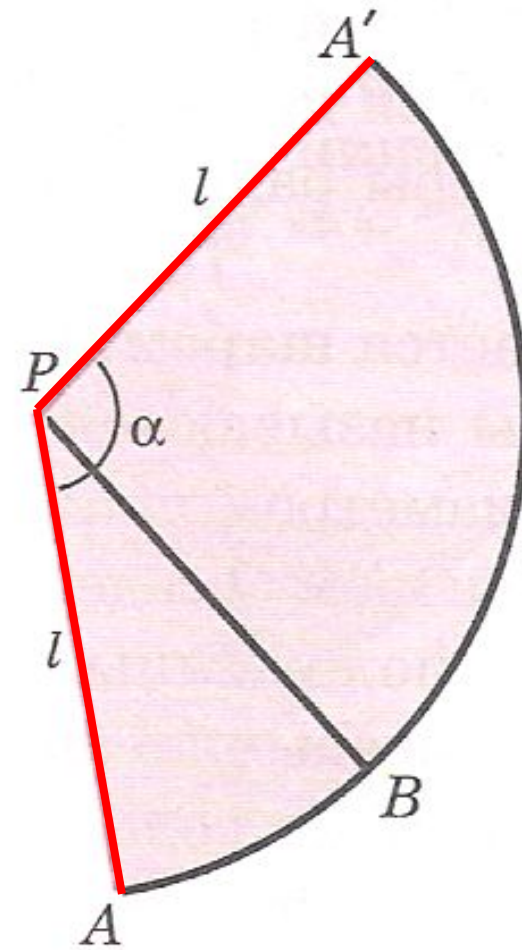
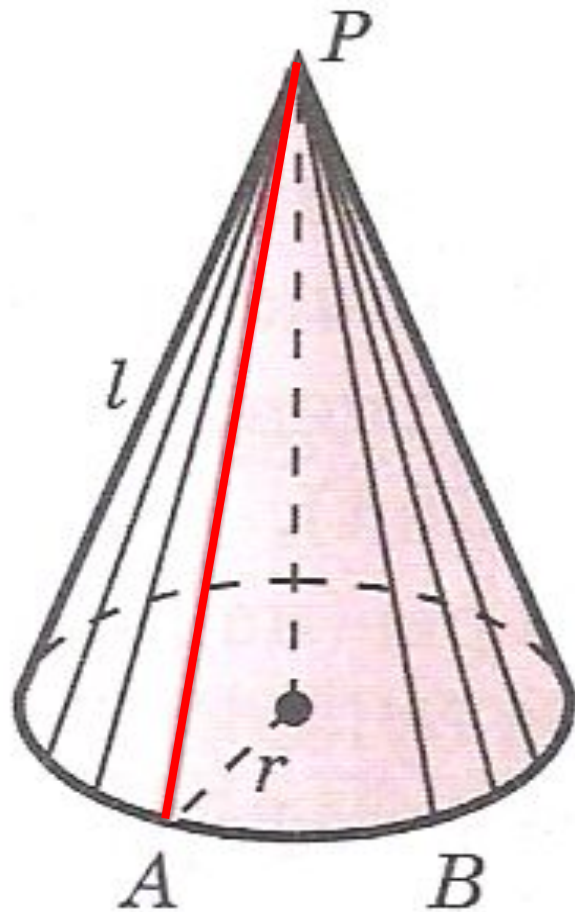
Конус может быть получен вращением прямоугольного треугольника вокруг одного из катетов.



Конус - тело вращения



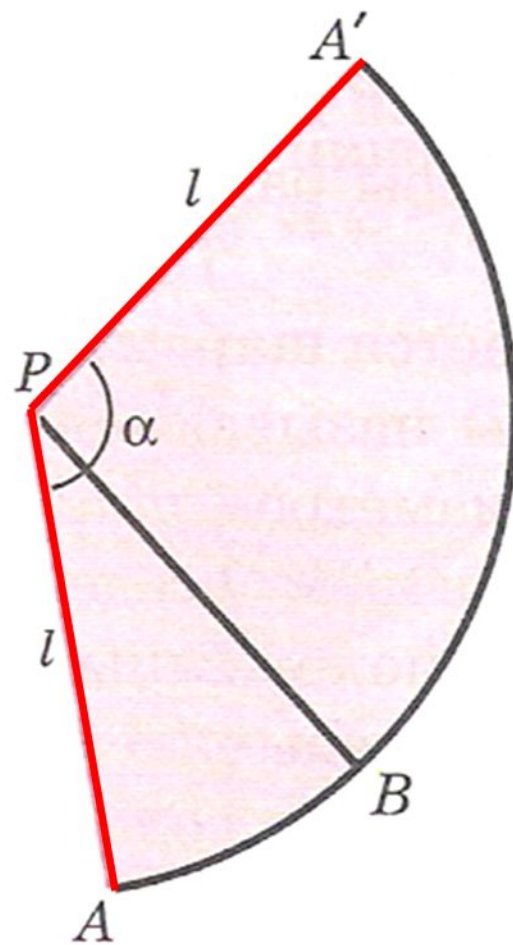
Боковая поверхность конуса – круговой сектор, радиус которого равен образующей конуса, а длина дуги сектора – длине окружности основания конуса.



Боковая поверхность конуса

• Площадь боковой поверхности конуса равна произведению половины длины окружности основания на образующую:

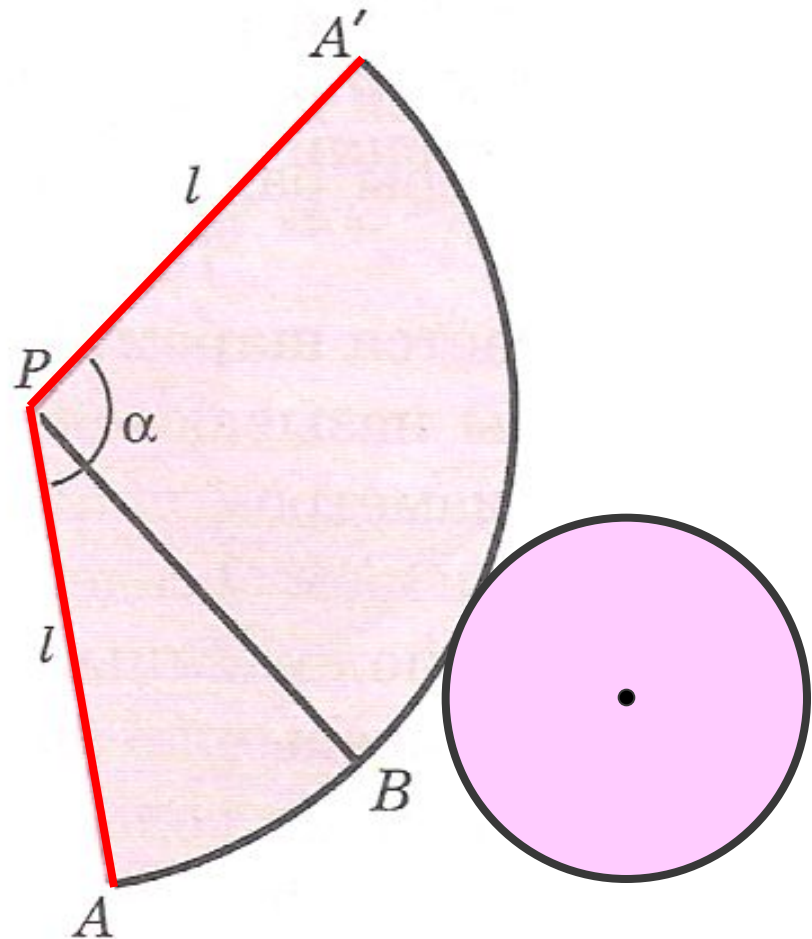
$$S_{\text{бок}} = \pi r l$$



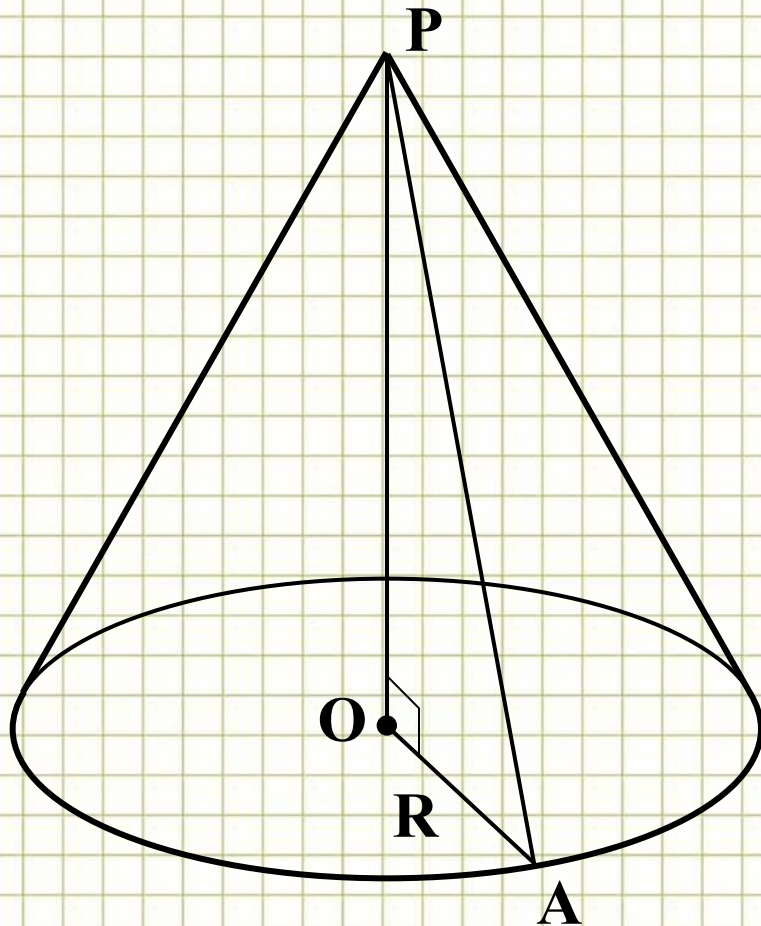
Полная поверхность конуса

- *Площадь боковой поверхности конуса равна произведению половины длины окружности основания на образующую:*

$$S_{\text{бок}} = \pi r l$$



Задача 1. Высота конуса равна 12, а радиус основания равен 5. Найдите площадь полной поверхности конуса. В ответе запишите S/π .



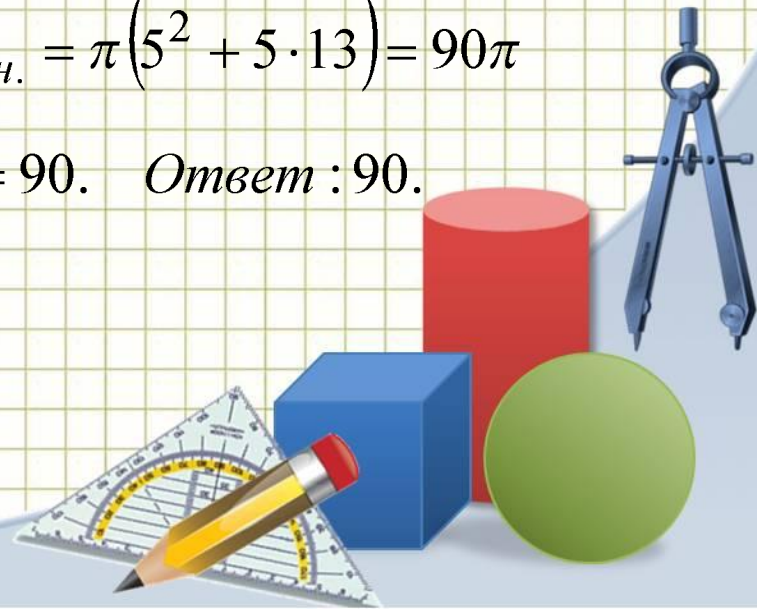
Образующая конуса:

$$l = PA = \sqrt{12^2 + 5^2} = \\ = \sqrt{169} = 13$$

$$S_{\text{кон.}} = \pi r^2 + \pi rl = \\ = \pi (r^2 + rl)$$

$$S_{\text{кон.}} = \pi (5^2 + 5 \cdot 13) = 90\pi$$

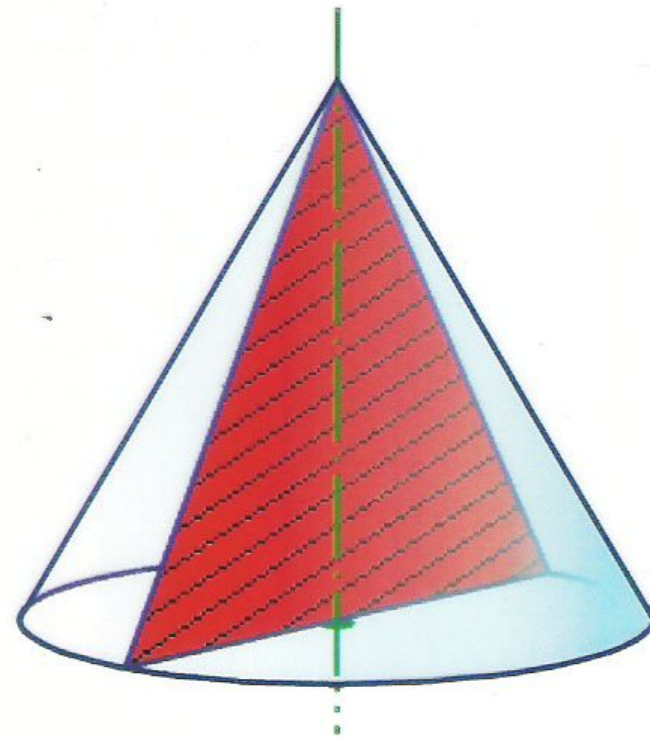
$$\frac{S}{\pi} = 90. \quad \text{Ответ: } 90.$$



Сечения конуса различными плоскостями

Секущая плоскость проходит через ось конуса.

Осевое сечение – равнобедренный треугольник, основание которого – диаметр основания конуса, а боковые стороны – образующие конуса.

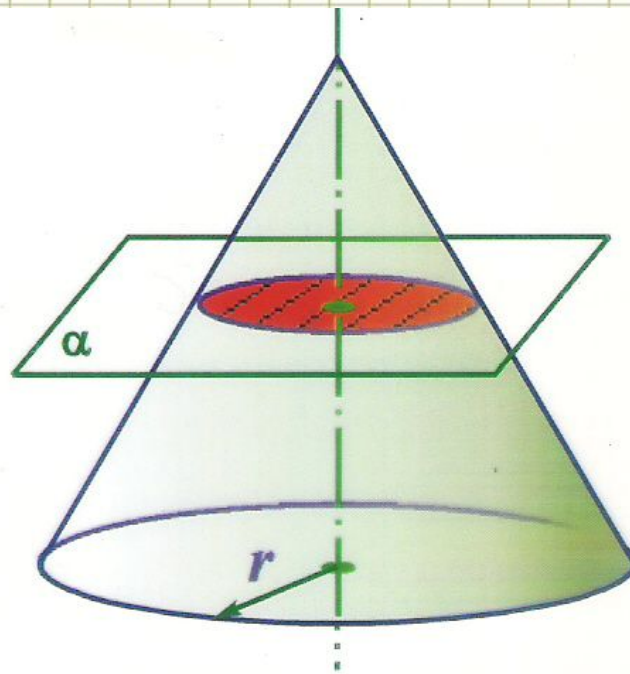


Осевое сечение конуса

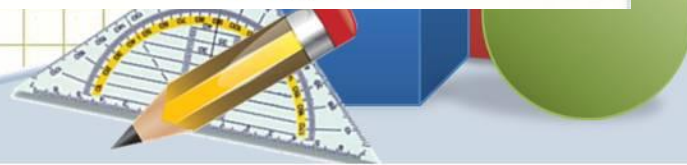


Сечения конуса различными плоскостями

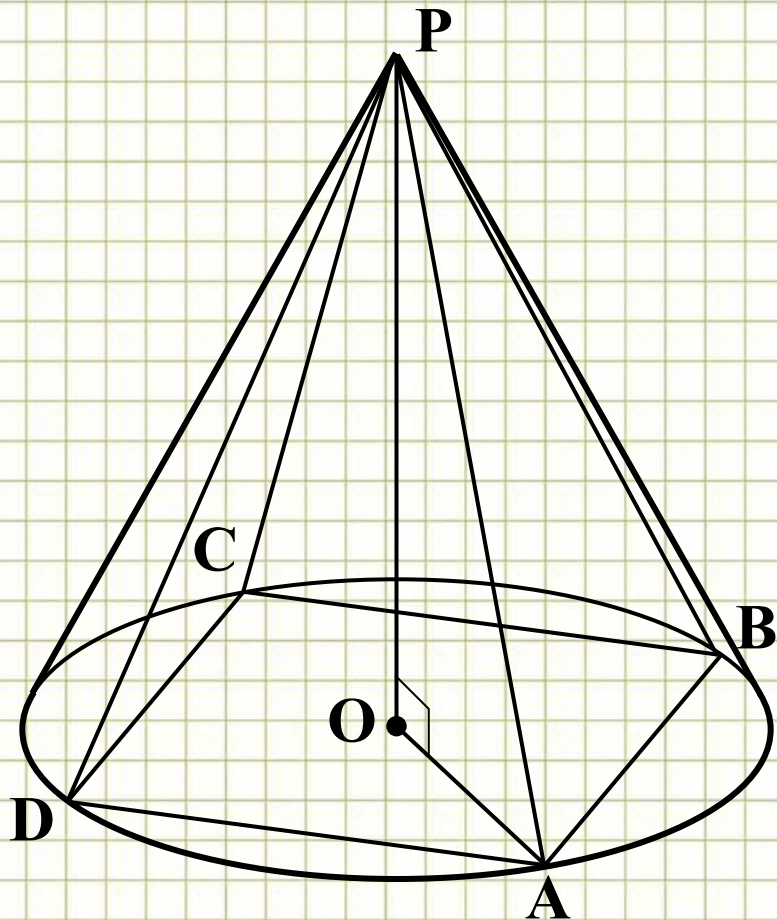
Если секущая плоскость перпендикулярна к оси конуса, то сечение конуса – круг с центром расположенным на оси конуса.



*Сечение конуса
плоскостью,
перпендикулярной оси
конуса*

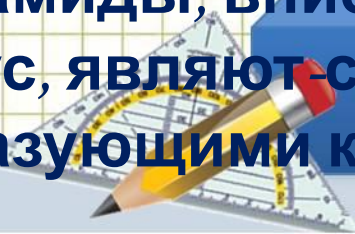


Вписанная пирамида

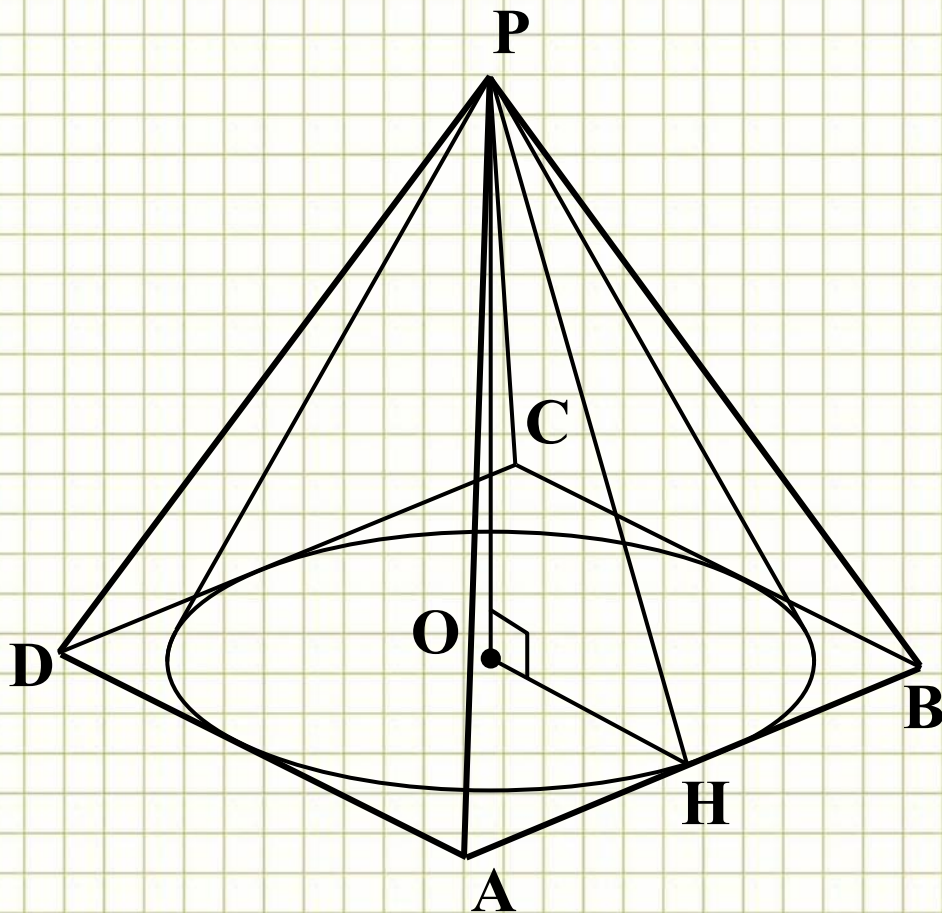


Пирамида называется вписанной в конус, если ее основание есть многоугольник, вписанный в окружность основания конуса, а вершина совпадает с вершиной конуса.

Боковые ребра пирамиды, вписанной в конус, являются образующими конуса.

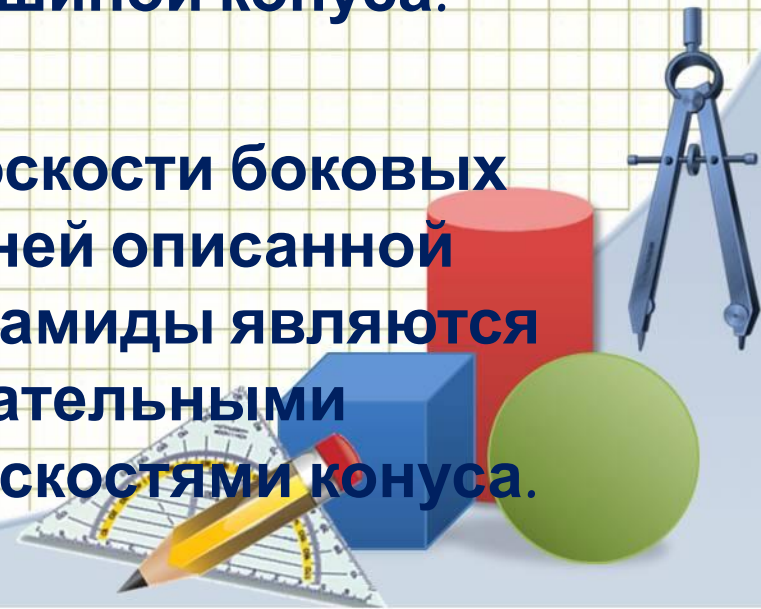


Описанная пирамида



Пирамида называется описанной около конуса, если ее основание есть многоугольник, описанный около основания конуса, а вершина совпадает с вершиной конуса.

Плоскости боковых граней описанной пирамиды являются касательными плоскостями конуса.



Задача 2 Вокруг конуса описана правильная четырехугольная пирамида. Найдите полную поверхность пирамиды, если радиус основания конуса равен 6, а образующая конуса равна 10.

Образующая конуса равна апофеме пирамиды :

$$l = PH = 10$$

$$S_{\text{пир.}} = S_{\text{осн.}} + S_{\text{бок.}}$$

$$a = AD = 2r = 2 \cdot 6 = 12$$

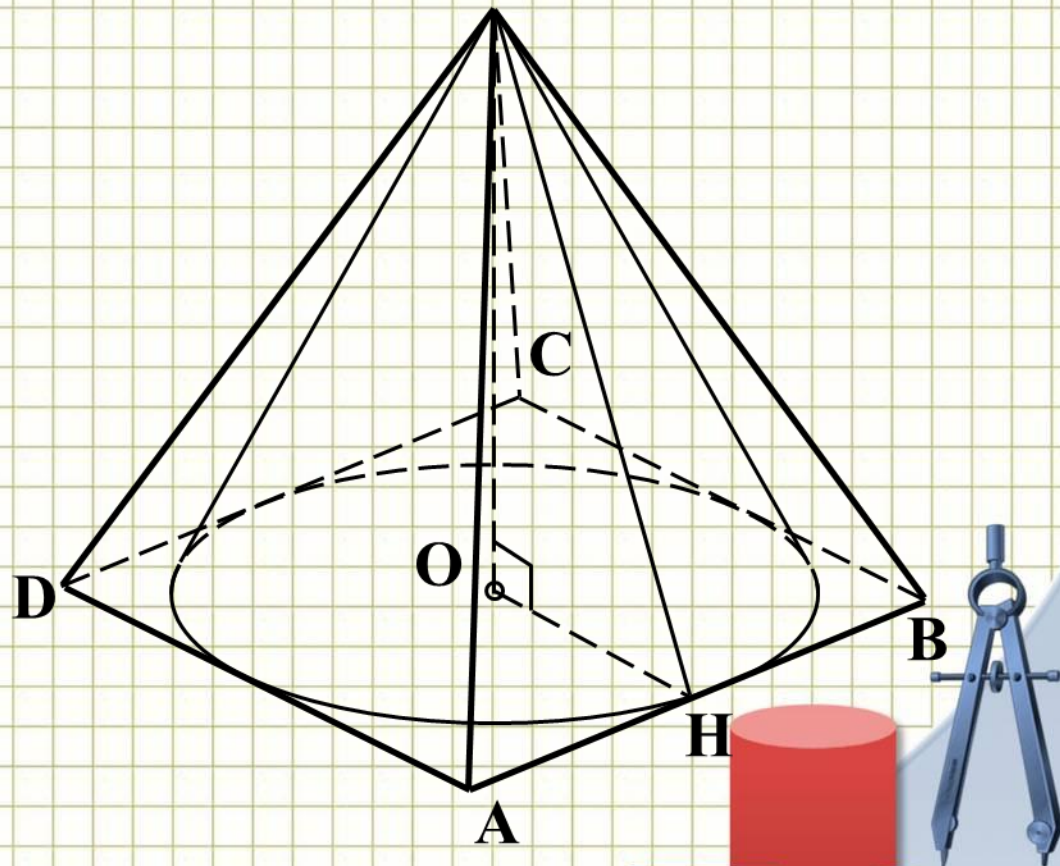
$$S_{\text{осн.}} = a^2 = 12^2 = 144$$

$$S_{\text{бок.}} = \frac{1}{2} \cdot P_{\text{осн.}} \cdot l =$$

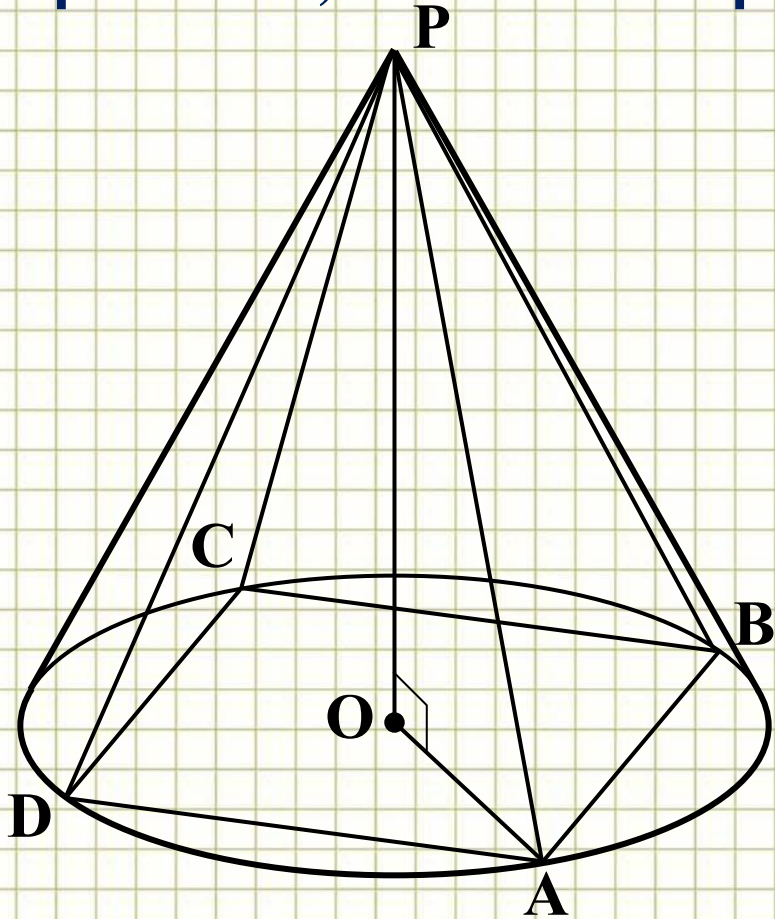
$$= \frac{1}{2} \cdot (4 \cdot 12) \cdot 10 = 240$$

$$S_{\text{пир.}} = 144 + 240 = 384$$

Ответ : 384.



Задача 3. В конус вписана правильная четырехугольная пирамида. Найдите полную поверхность конуса, если боковое ребро пирамиды равно 15 , а ее высота равна 9 . В ответе запишите S/π .



Образующая конуса :

$$l = PA = 15$$

Радиус основания

$$r = \sqrt{PA^2 - OA^2} = \sqrt{15^2 - 9^2} = \\ = \sqrt{144} = 12$$

$$S_{\text{кон.}} = \pi r^2 + \pi r l = \\ = \pi (r^2 + rl)$$

$$S_{\text{кон.}} = \pi (12^2 + 12 \cdot 15) = 234\pi$$

$$\frac{S}{\pi} = 234. \quad \text{Ответ : } 234.$$

