ОБУЧЕНИЕ УЧАЩИХСЯ 7-9 КЛАССОВ РЕШЕНИЮ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ НА ПОСТРОЕНИЕ В КОНТЕКСТЕ ДЕЯТЕЛЬНОСТНОГО ПОДХОДА

Определения задач на построение

- Задача на построение - «предложение, указывающее, по каким данным, какими средствами (инструментами) и какой геометрический образ (точку, прямую, окружность, треугольник, совокупность точек и т. д.) требуется найти (начертить, построить на плоскости, наметить на местности и т. п.) так, чтобы этот образ удовлетворял определенным условиям» (Басова Л. А.)
- «Задача на построение – это своеобразная теорема, которая отвечает на вопрос, каким образом выполнять построения в любом из возможных случаев, и сколько решений при этом может оказаться» (Волович М. Б.)

Методы решения задач на построение:

- Метод геометрических мест.
- Методы геометрических преобразований:

  а) метод центральной симметрии;

  б) метод осевой симметрии;

  в) метод параллельного переноса;

  г) метод поворота;

  д) метод подобия;
- Алгебраический метод.

Классификация задач на построение по методам решения

1. Задачи, решаемые методом пересечений (геометрических мест).
2. Задачи, решаемые методом преобразований:
   1) метод параллельного переноса;
   2) метод центральной симметрии;
   3) метод осевой симметрии;
   4) метод поворота;
   5) метод подобия.
3. Задачи, решаемые алгебраическим методом.

Классификация задач на построение по типу искомой фигуры

1) задачи на построение треугольников;
2) задачи на построение четырехугольников;
3) задачи на построение правильных многоугольников;
4) задачи на построение окружности и ее элементов (дуг, хорд, касательных, секущих);
5) задачи на построение прямых и отрезков, удовлетворяющих заданным условиям;
6) задачи на построение равновеликих и равносоставленных фигур.

Этапы решения задач на построение:

- Поиск решения (анализ)
- Построение
- Доказательство
- Исследование

Особенности задач на построение и их решения

- Обязательное наличие чертежа (модели)
- Использование определенного набора чертежных инструментов
- Особое оформление решения
- Определенные методы решения задач

Элементарные построения:

- построение прямой линии через две известные точки;
- построение точки пересечения двух известных прямых (если эта точка существует);
- построение окружности известного радиуса с центром в известной точке;
- построение точек пересечения известной прямой и известной окружности (если эти точки существуют);
- построение точек пересечения двух известных окружностей (если такие точки существуют).

Совокупность умений, формируемых у учеников в процессе решения задач на построение

I этап – анализ	II этап - построение	III этап - доказательство	IV этап - исследование
- анализ условия задачи; - выбор оптимальных данных; -выполнение чертежа и выделение в нем данное и искомое; - выделение связи между данными; - включение данных в новые связи; - составление плана построения.	- выполнение элементарных построений; - описание выполнения.	- осуществление последовательности рассуждений; - доказательство, что построенная фигура отвечает условиям задачи; - подведение под понятие.	- выявление возможного соотношения между данными в задаче; - исследование зависимости между любым случаем и возможностью решения, качеством решений, упрощением ситуации в частных случаях.

Примеры упражнений, формирующих отельные умения у учеников в процессе решения задач на построение

I этап:	- Постройте прямую параллельную к данной прямой и проходящую через данную точку. - Построить окружность радиуса r, проходящую через точку A.
II этап:	- На прямой даны две точки A и B. На продолжении луча BA отложите отрезок BC так, чтобы BC=2BA. -Начертите три неразвернутых угла и один развернутый и обозначьте их так: $\angle AOB, \angle CDE, \angle hf, \angle MNP$.
III этап:	- Точка O – середина отрезка AB. Можно ли совместить наложением отрезки: а) AO и OB; б) AO и AB? - Известно, что a, b, c – длины сторон треугольника. Верны ли равенства: а) $a + b > c$; б) $a + b < c$; в) $a < b + c$; г) $c \leq a + b$?
IV этап:	- Дана окружность, точка A, не лежащая на ней и отрезок PQ. Постройте точку M на окружности так, чтобы AM=PQ. Всегда ли задача имеет решение? - Через точку, не лежащую на прямой P, проведите четыре прямые. Сколько из этих прямых пересекают прямую P?

Примеры упражнений по готовым чертежам

- По данным рисунка 1 докажите, что AB║CE.
- Отрезки DC, EB, AF равны, ΔABC – равносторонний (рисунок 2). Докажите, что ΔDEF – равносторонний.
- Используя данные рисунка 3, докажите, что BC║AM.

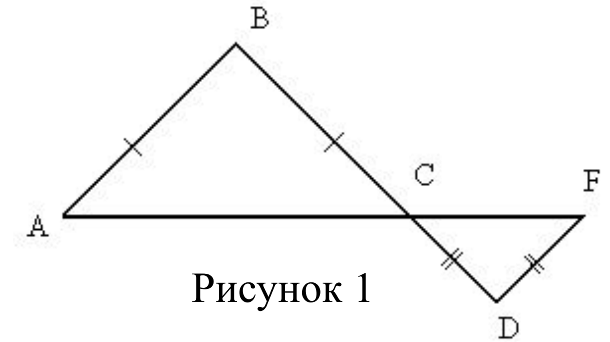


Рисунок 1

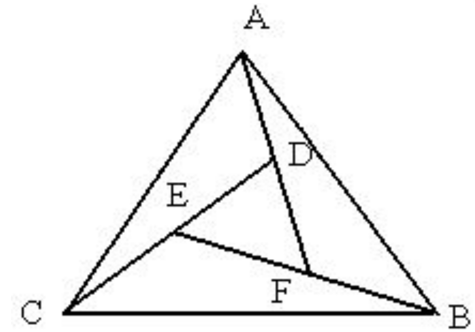


Рисунок 2

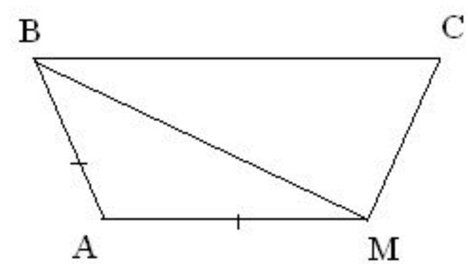
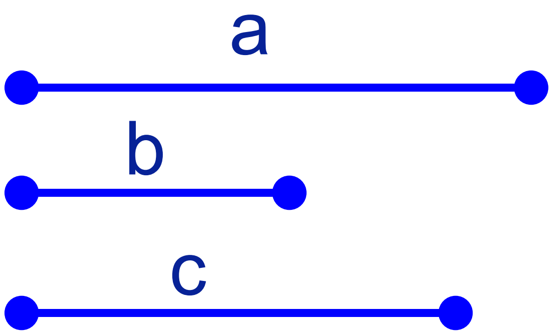


Рисунок 3

Задача. Построить треугольник по трем сторонам.

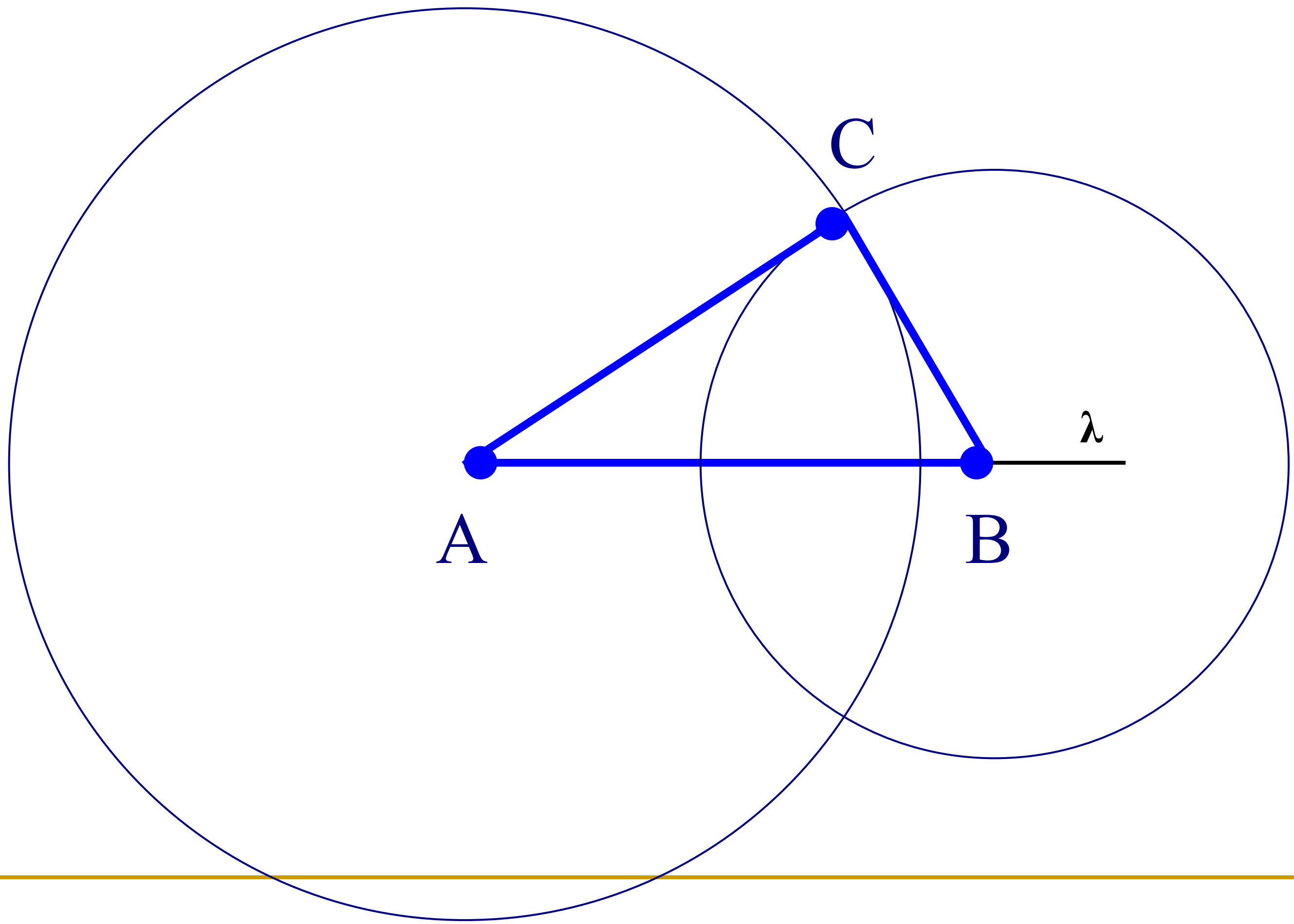
Дано: отрезки a,b,c.



Построить: ΔABC, так чтобы AB=a, BC=b, CA=c.

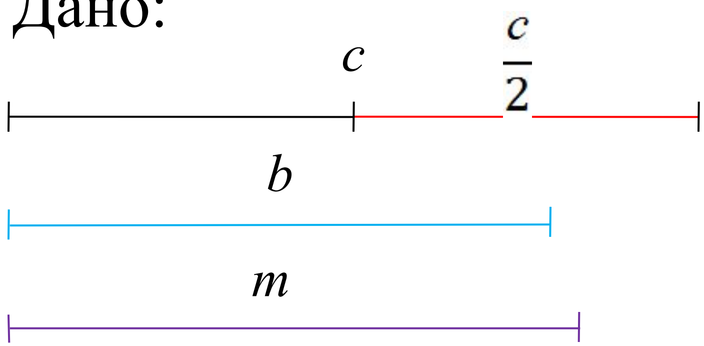
Построение

1. Проведем произвольную прямую λ.
2. Отложим на ней с помощью циркуля отрезок AB, равный отрезку a.
3. Построим окружность с центром A радиусом b.
4. Построим окружность с центром B радиусом c.
5. Точку пересечения этих окружностей обозначим точкой C.
6. Проведём отрезки AC и BC.
7. Построенный треугольник ABC – искомый.



Задача. Построить треугольник по двум сторонам и медиане, проведенной к одной из них.

Дано:



Решение.

Пусть $\triangle$ABC построен, тогда AB=c, AC=b, CM=m, CM – медиана. $\triangle$ACM – вспомогательный, AM=MB= $\frac{c}{2}$

Построение

1. Проведем произвольную прямую *k*.
2. Отложим на ней с помощью циркуля отрезок AM, равный отрезку $\frac{c}{2}$.
3. Построим окружность с центром A радиуса **b**.
4. Построим окружность с центром M радиуса **m**.
5. Одну из точек пересечения этих окружностей обозначим точкой C.
6. Отложим отрезок MB, равный отрезку AM.
7. Проведём отрезки AC и CM.
8. Соединим точки B и C.
9. $\triangle$ABC – **искомый**.