



Построение сечений: метод следов

*Астрахань – 2012
г.*

Существует три основных метода
построения сечений многогранников:

- ✓ *Метод следов.*
- ✓ *Метод вспомогательных сечений.*
- ✓ *Комбинированный метод.*



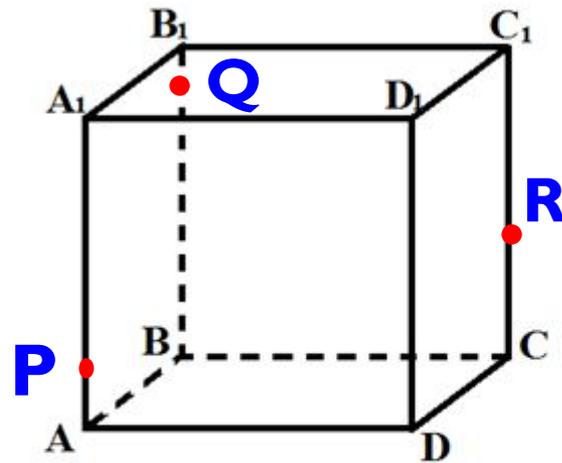
Метод следов заключается в построении следов секущей плоскости на плоскость каждой грани многогранника.

Построение сечения многогранника методом следов обычно начинают с построения так называемого основного следа секущей плоскости, т.е. следа секущей плоскости на плоскости основания многогранника.

Задача I.

Дана призма $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.

Построить сечение призмы плоскостью, проходящей через точки P, Q, R .

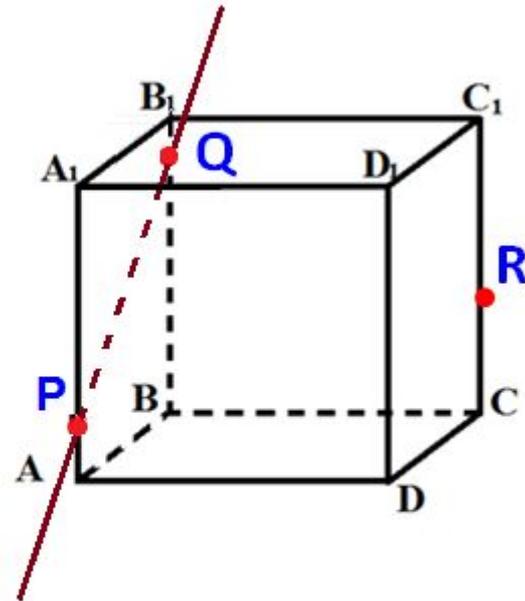


Задача I.

Рассмотрим грань AA_1B_1B .

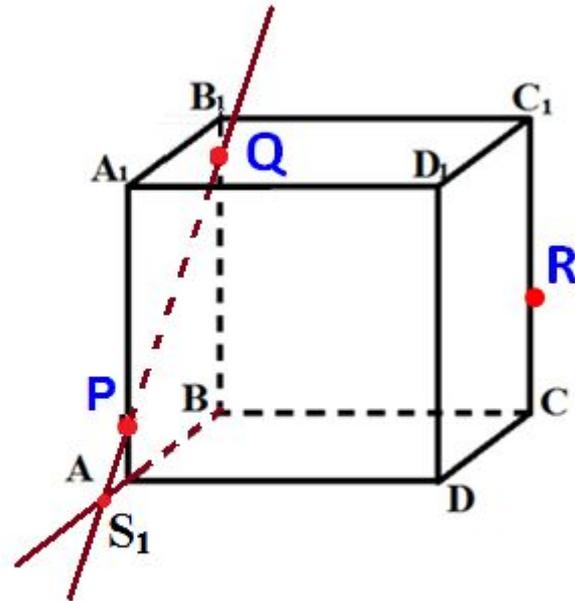
В этой грани лежат точки сечения P и Q .

Проведем прямую PQ .



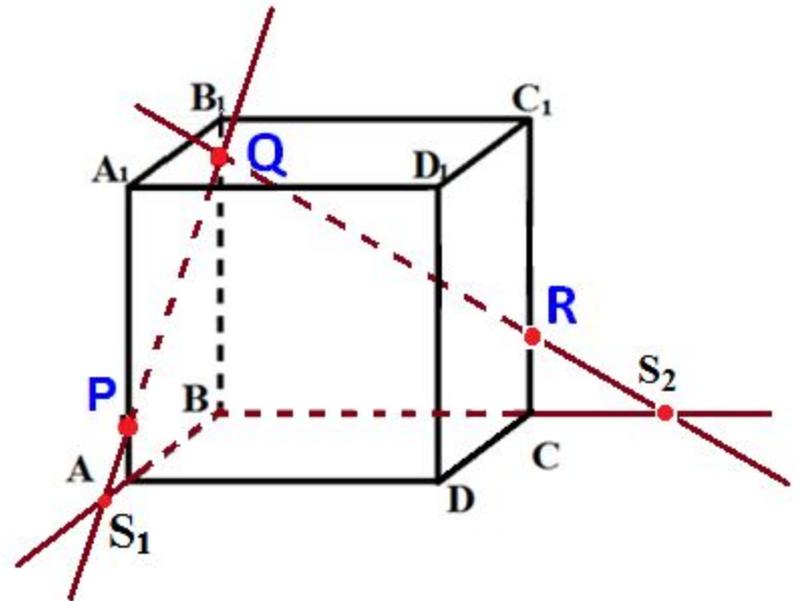
Задача I.

Прямая PQ , которая принадлежит сечению, пересекается с прямой AB в точке S_1 .



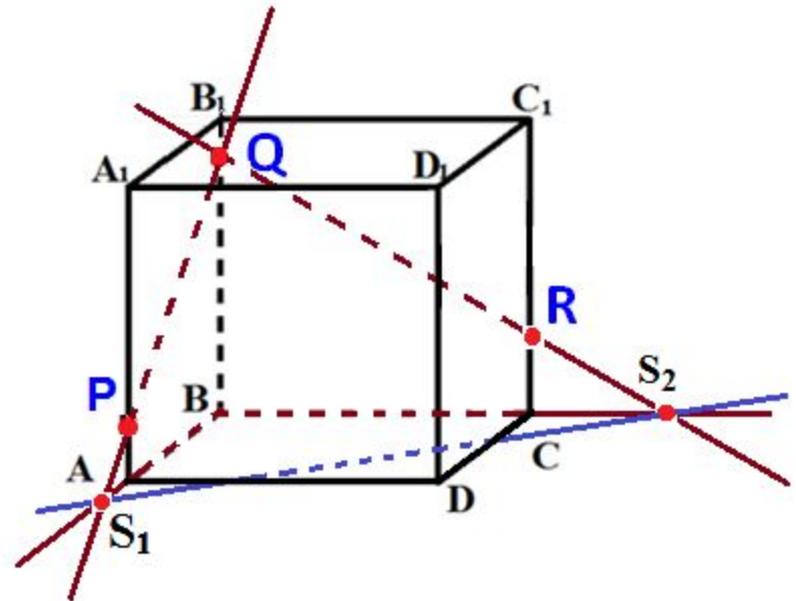
Задача I.

Аналогично получаем точку S_2 пересечением прямых QR и BC .



Задача I.

Прямая S_1S_2 - след секущей плоскости на плоскость нижнего основания призмы.

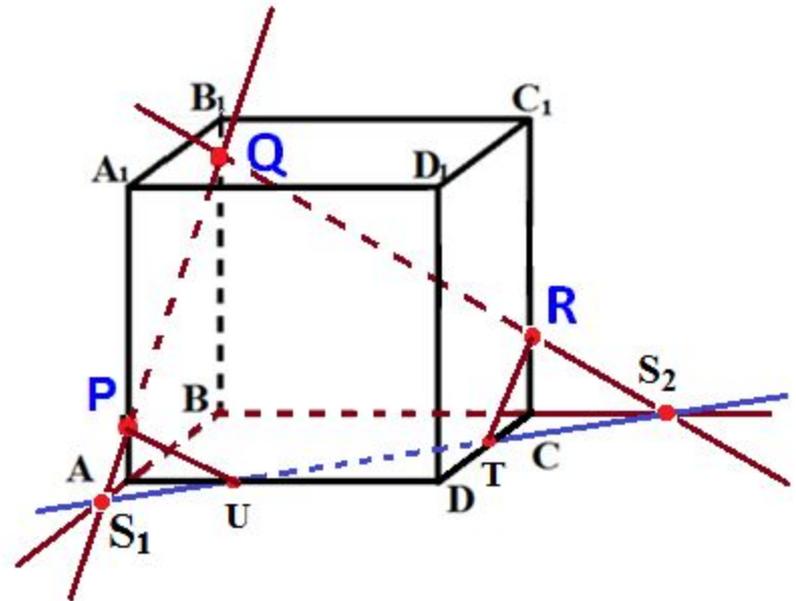


Задача I.

Прямая S_1S_2 пересекает сторону AD в точке U , сторону CD в точке T .

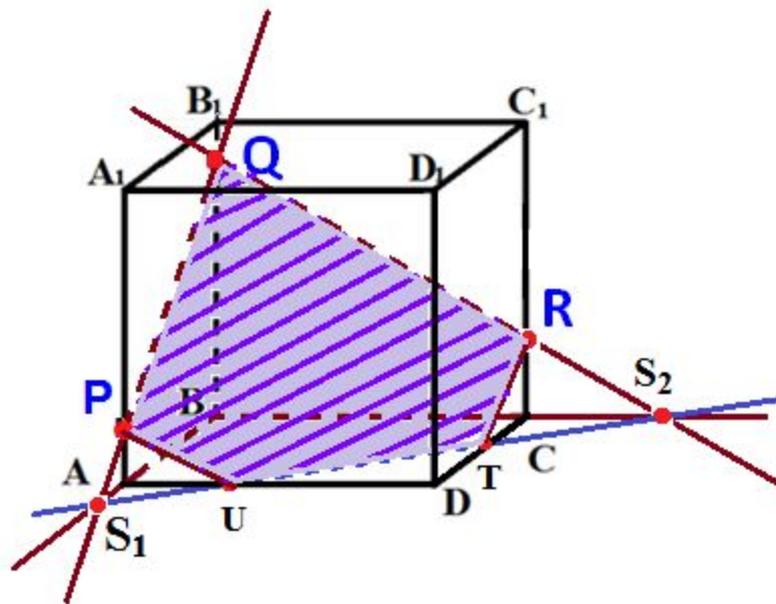
Соединим точки P и U , так как они лежат в одной плоскости грани AA_1D_1D .

Аналогично получаем TU и R'



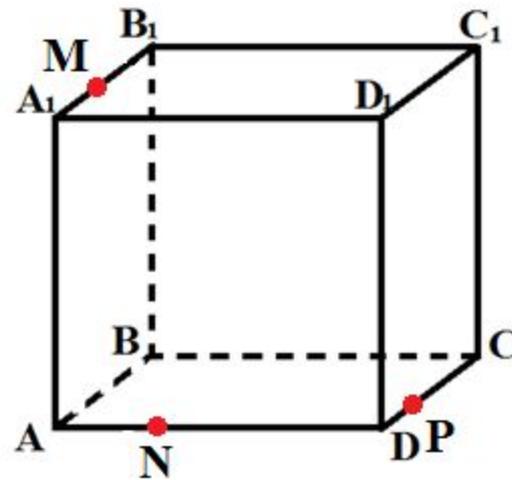
Задача I.

PQRTU – искомое сечение.



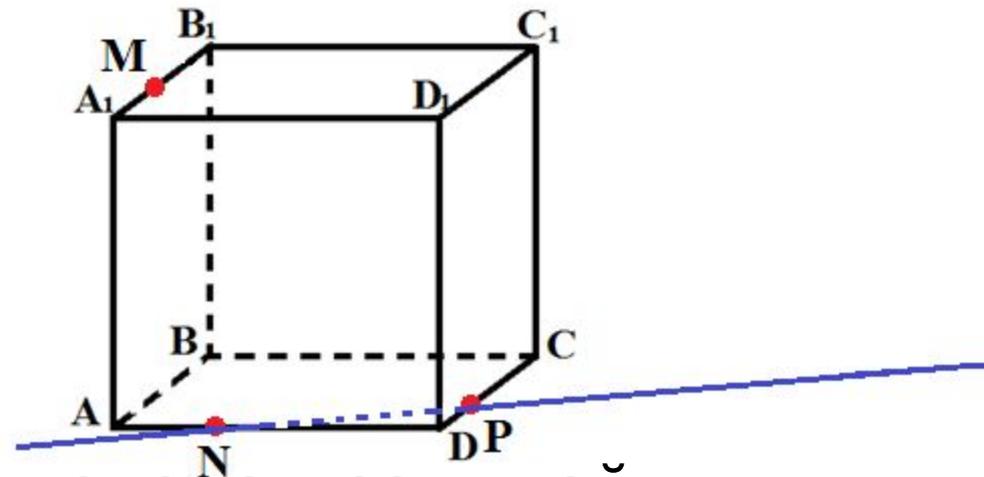
Задача 2.

Построить сечение параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ плоскостью, проходящей через точки M, N, P .



Задача 2.

Точки N и P лежат в плоскости сечения и в плоскости нижнего основания параллелепипеда. Построим прямую, проходящую через эти точки.



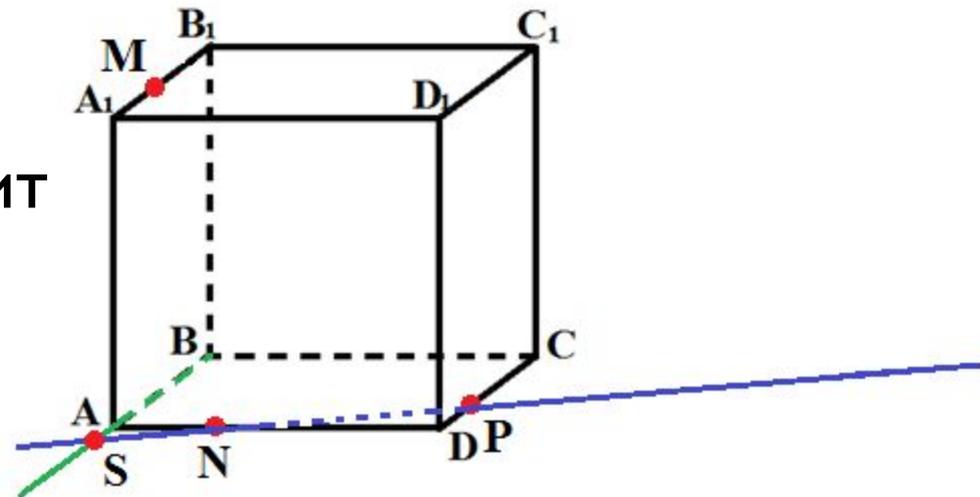
Эта прямая является следом секущей плоскости на плоскость основания параллелепипеда.

Задача 2.

Продолжим прямую, на которой лежит сторона AB параллелепипеда.

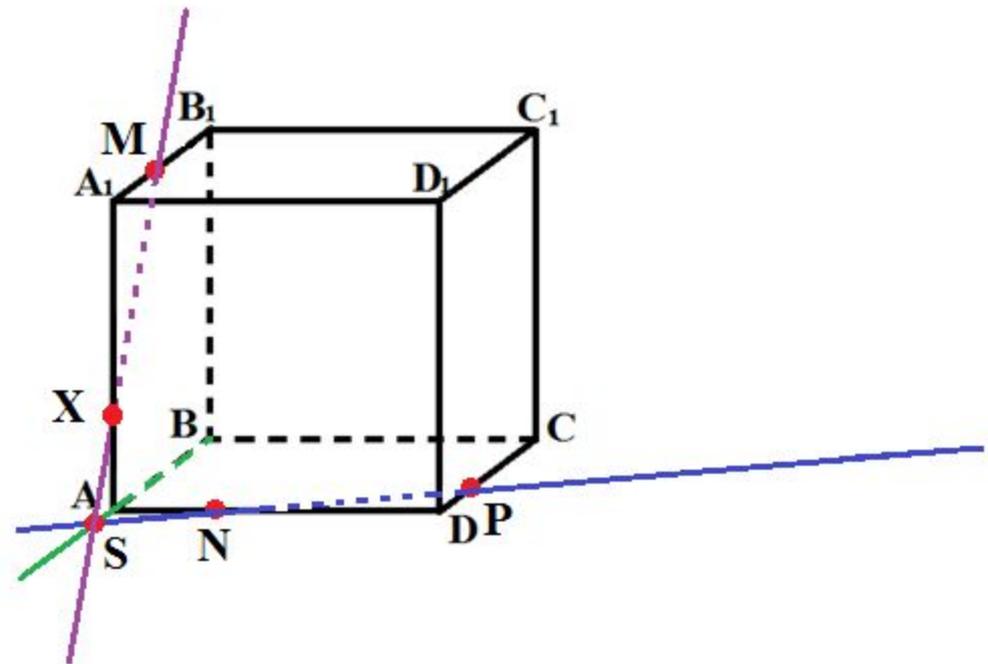
Прямые AB и NP пересекутся в некоторой точке S .

Эта точка принадлежит плоскости сечения.



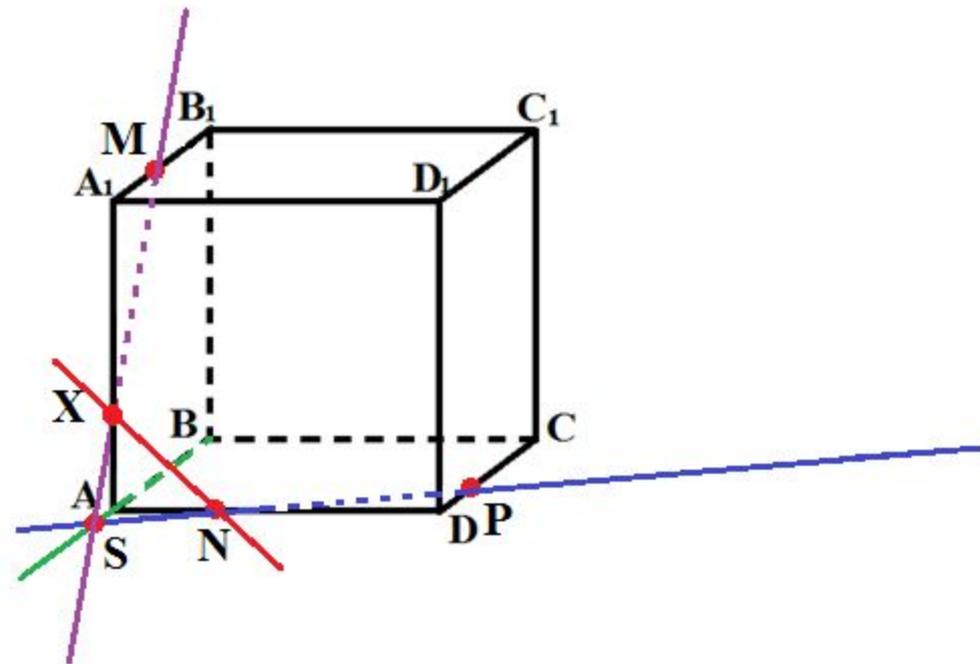
Задача 2.

Так как точка M также принадлежит плоскости сечения и пересекает прямую AA_1 в некоторой точке X .



Задача 2.

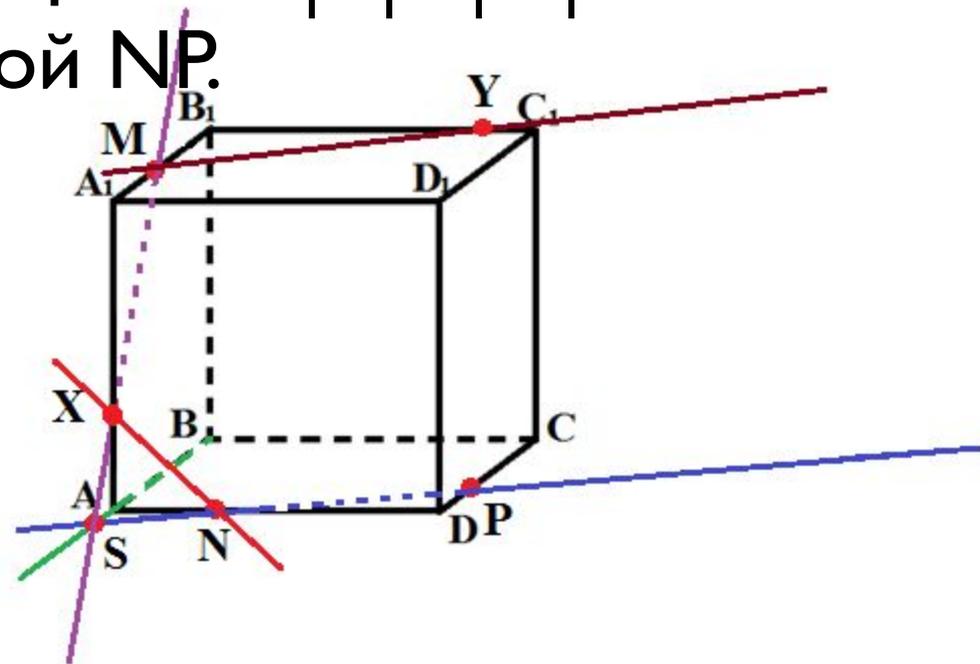
Точки X и N лежат в одной плоскости грани AA_1D_1D , соединим их и получим прямую XN .



Задача 2.

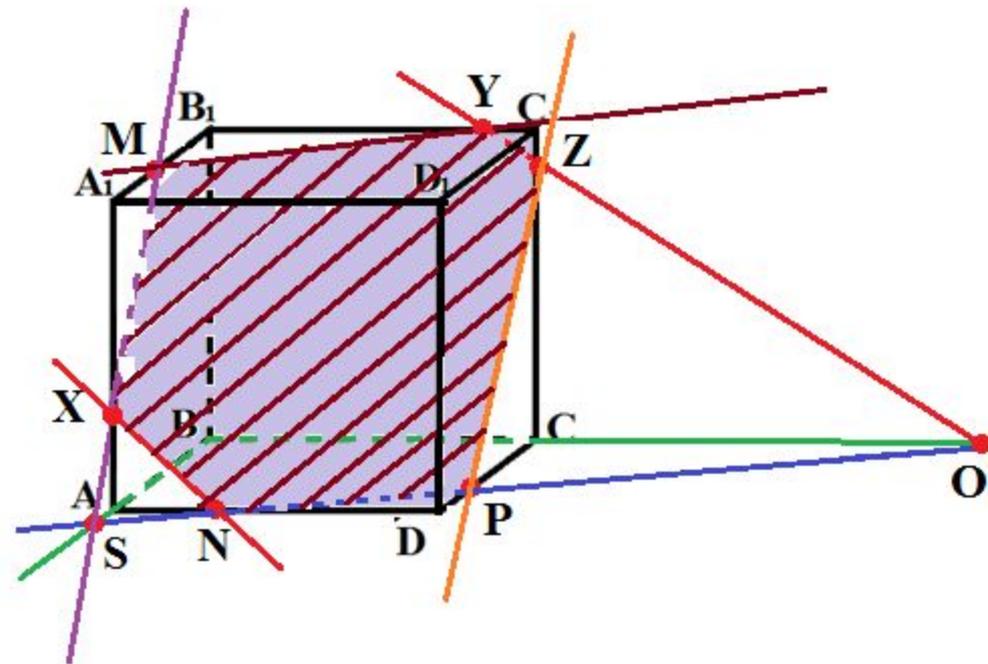
Так как плоскости граней параллелепипеда параллельны, то через точку M можно провести прямую в грани $A_1B_1C_1D_1$, параллельную прямой NP .

Эта прямая пересечет сторону B_1C_1 в точке Y .



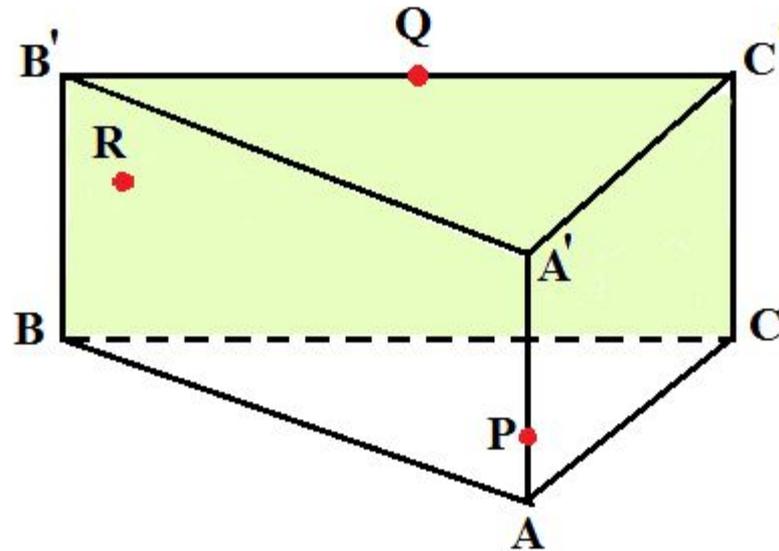
Задача 2.

Аналогично проводим прямую YZ , параллельно прямой XN . Соединяем Z с P и получаем искомое сечение – $MYZPNX$.



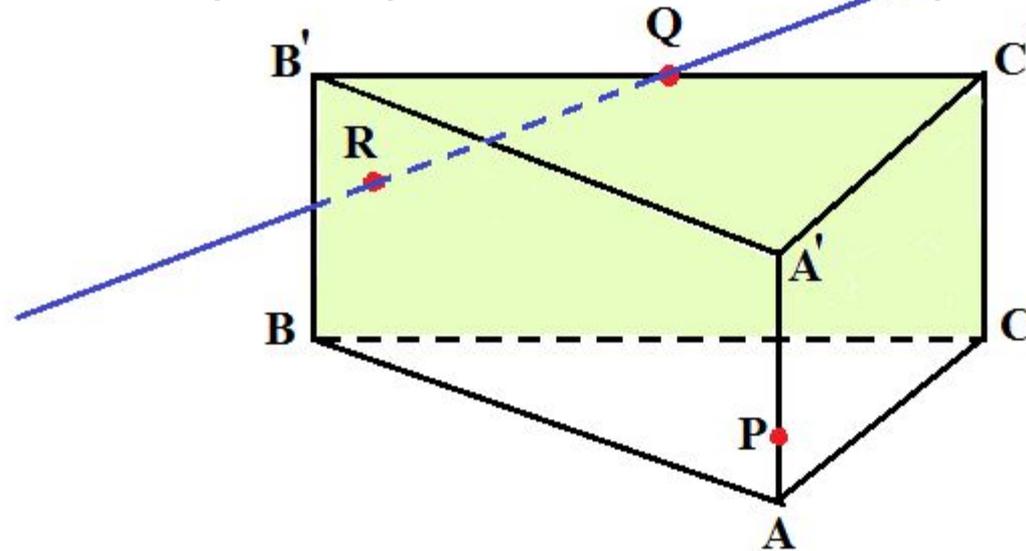
Задача 3.

На ребрах AA' и $B'C'$ призмы $ABCA'B'C'$ зададим соответственно точку P и Q . Построим сечение призмы плоскостью (PQR) , точку R которой зададим в грани $BCB'C'$.



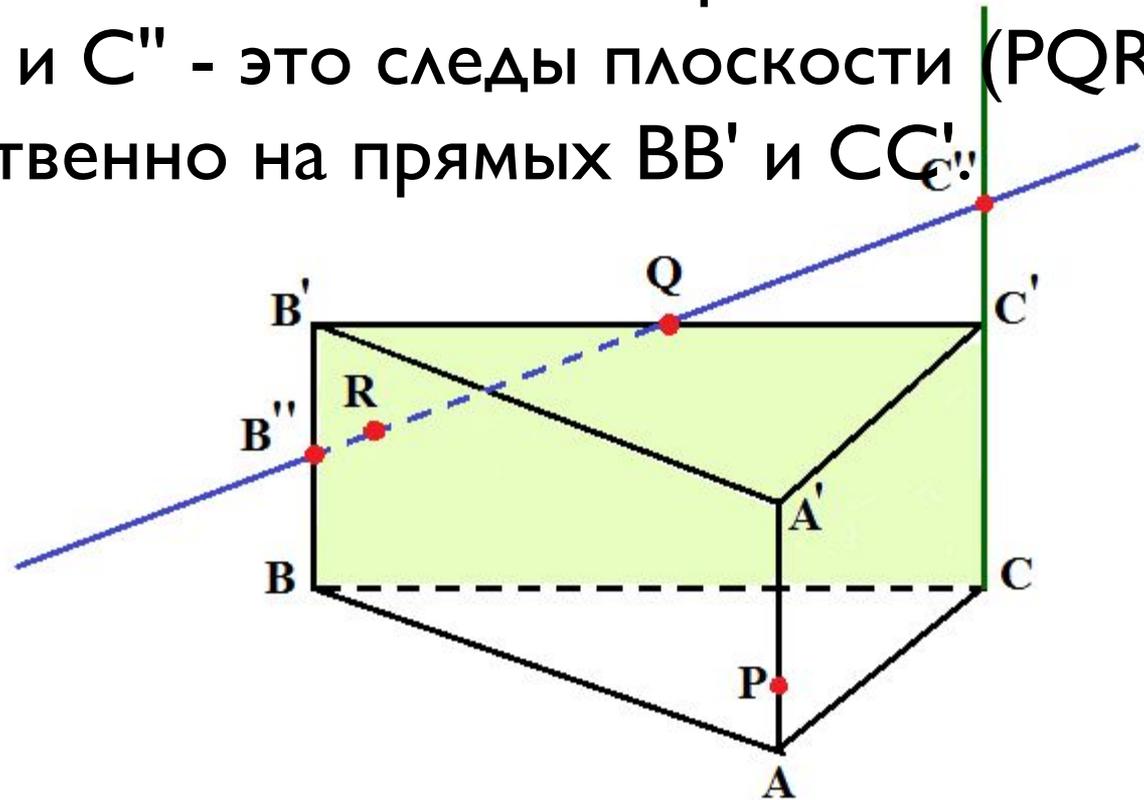
Задача 3.

Так как точки Q и R лежат в плоскости (BCC') , то в этой плоскости лежит прямая QR . Проведем ее. Это след плоскости (PQR) на плоскость (BCC') .



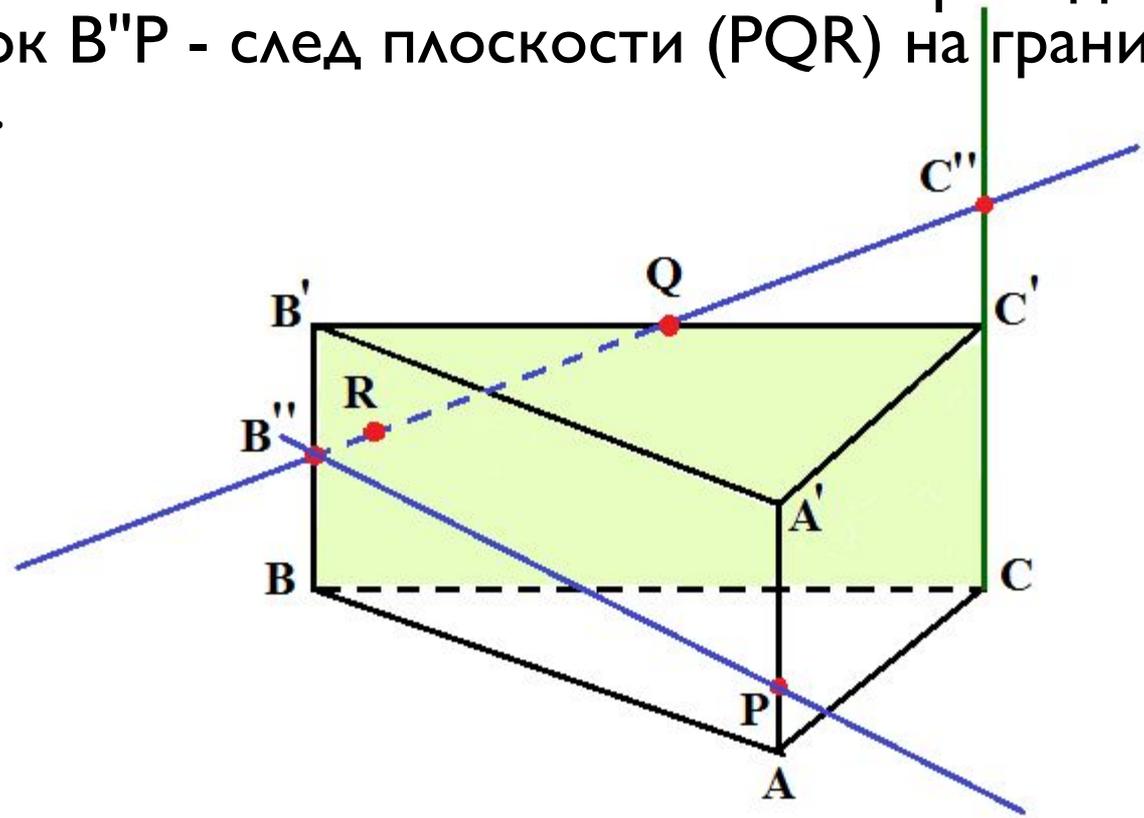
Задача 3.

Находим точки B'' и C'' , в которых прямая QR пересекает соответственно прямые BB' и CC' . Точки B'' и C'' - это следы плоскости (PQR) соответственно на прямых BB' и CC' .



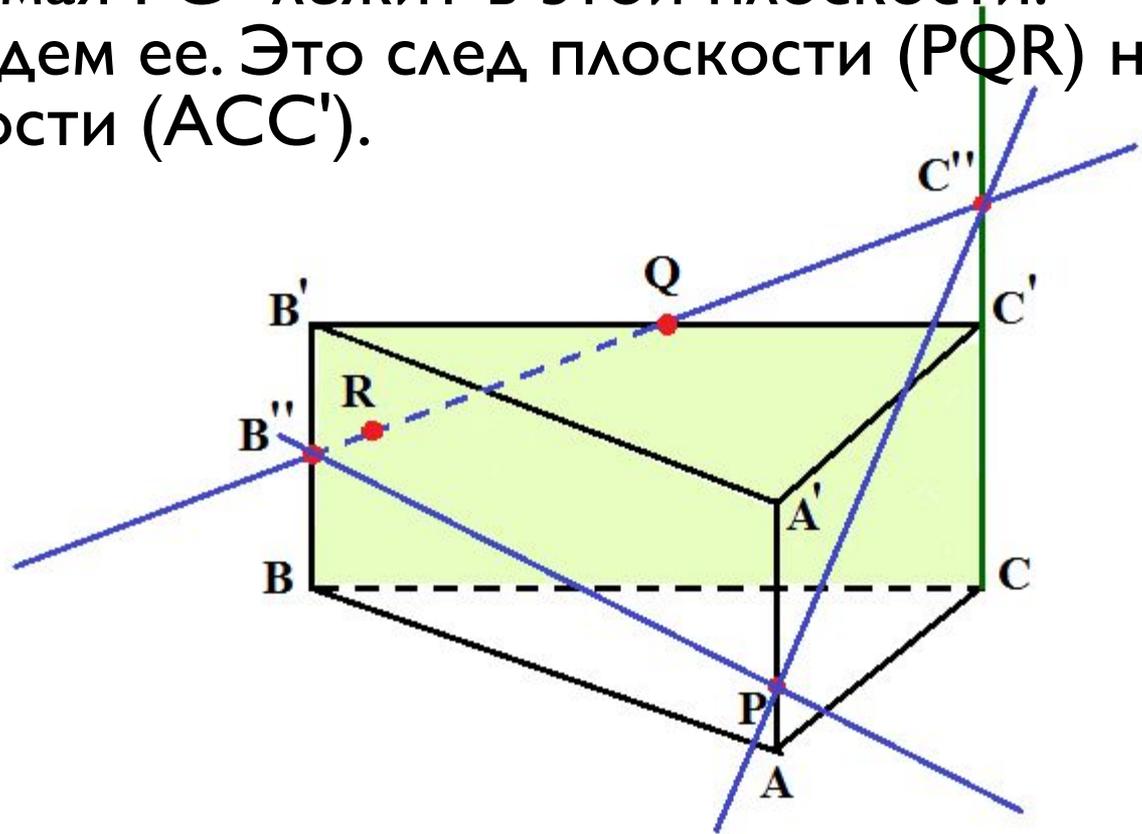
Задача 3.

Так как точки B'' и P лежат в плоскости (ABB') , то прямая $B''P$ лежит в этой плоскости. Проведем ее. Отрезок $B''P$ - след плоскости (PQR) на грани $ABB'A'$.



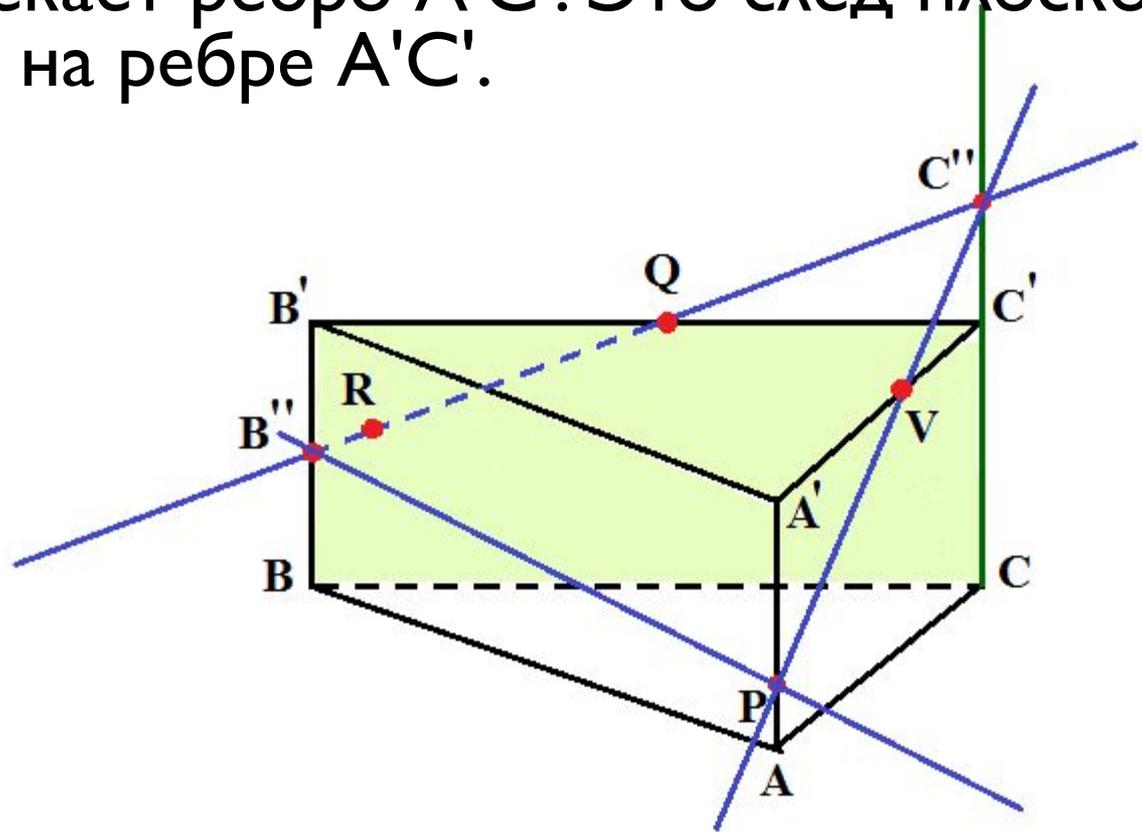
Задача 3.

Так как точки P и C лежат в плоскости (ACC') , то прямая PC'' лежит в этой плоскости. Проведем ее. Это след плоскости (PQR) на плоскости (ACC') .



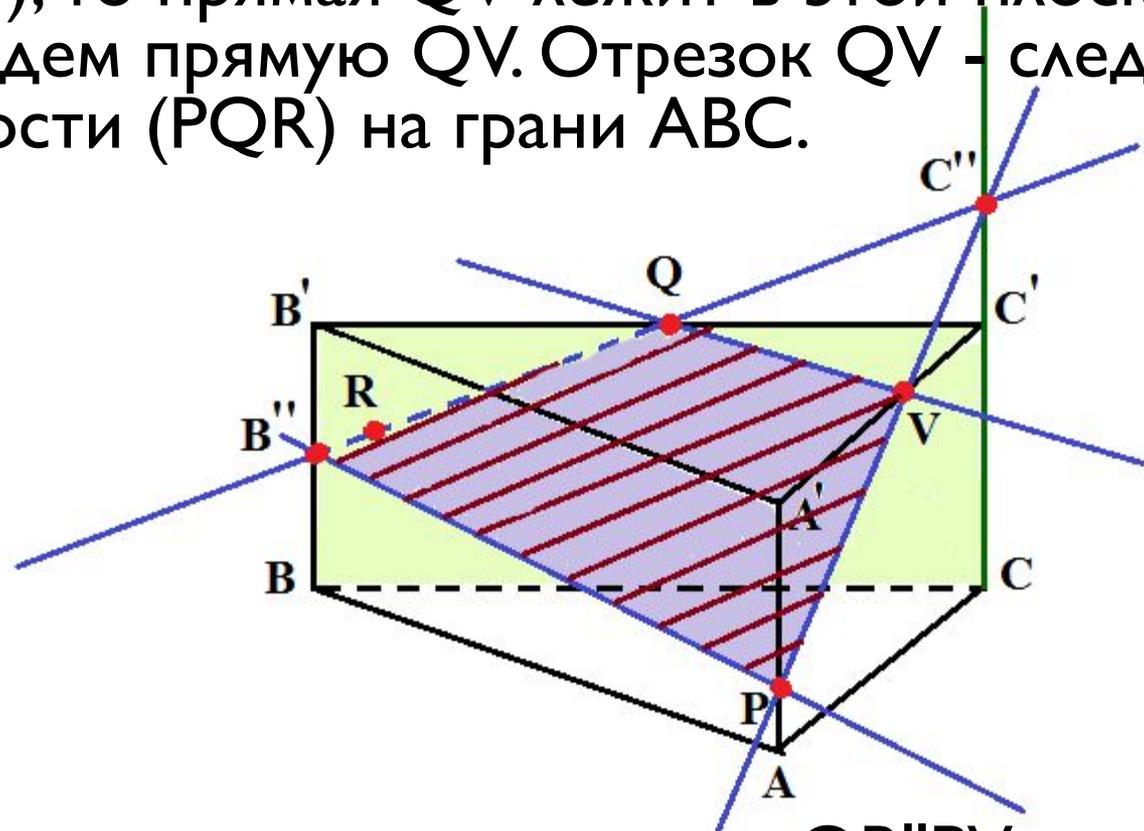
Задача 3.

Находим точку V , в которой прямая PC'' пересекает ребро $A'C'$. Это след плоскости (PQR) на ребре $A'C'$.



Задача 3.

Так как точки Q и V лежат в плоскости $(A'B'C')$, то прямая QV лежит в этой плоскости. Проведем прямую QV . Отрезок QV - след плоскости (PQR) на грани ABC .

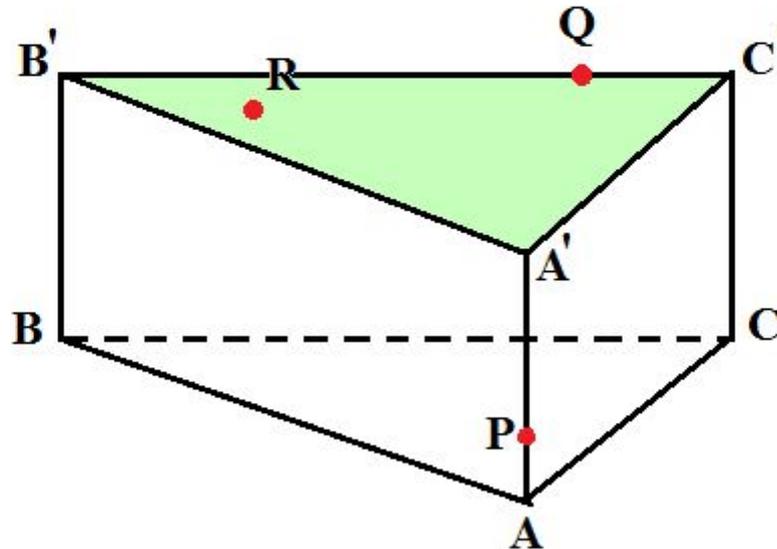


Итак, мы получили многоугольник $QB''PV$ - искомое сечение.

Задача 4.

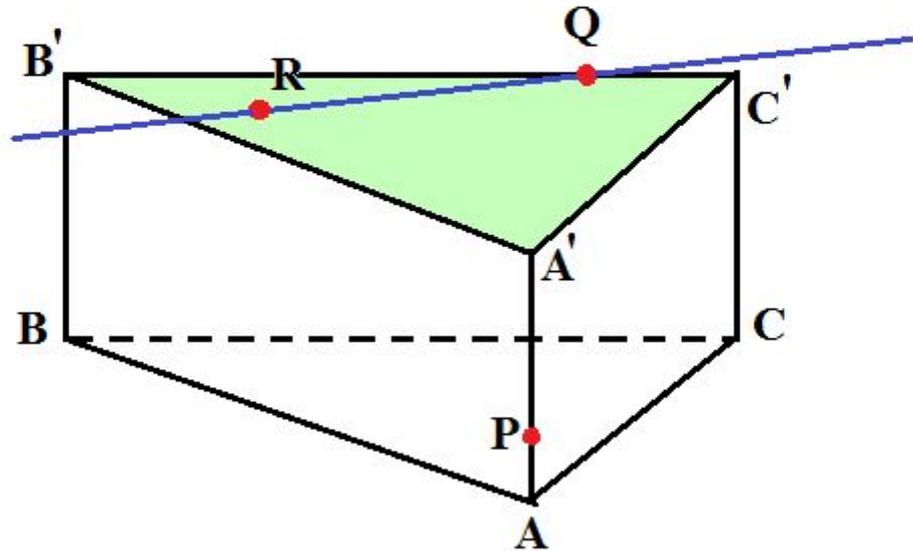
На ребрах AA' и $B'C'$ призмы $ABCA'B'C'$ зададим соответственно точку P и Q .

Построим сечение призмы плоскостью (PQR) , точку R которой зададим в грани $A'B'C'$.



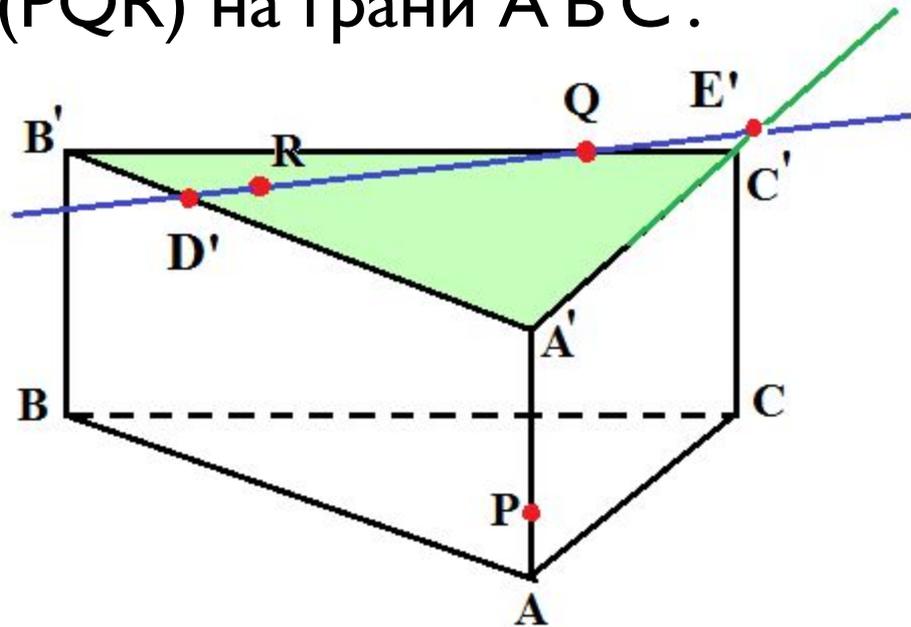
Задача 4.

Так как точки Q и R лежат в плоскости $(A'B'C')$, то в этой плоскости лежит прямая QR . Проведем ее. Это след плоскости (PQR) на плоскости $(A'B'C')$.



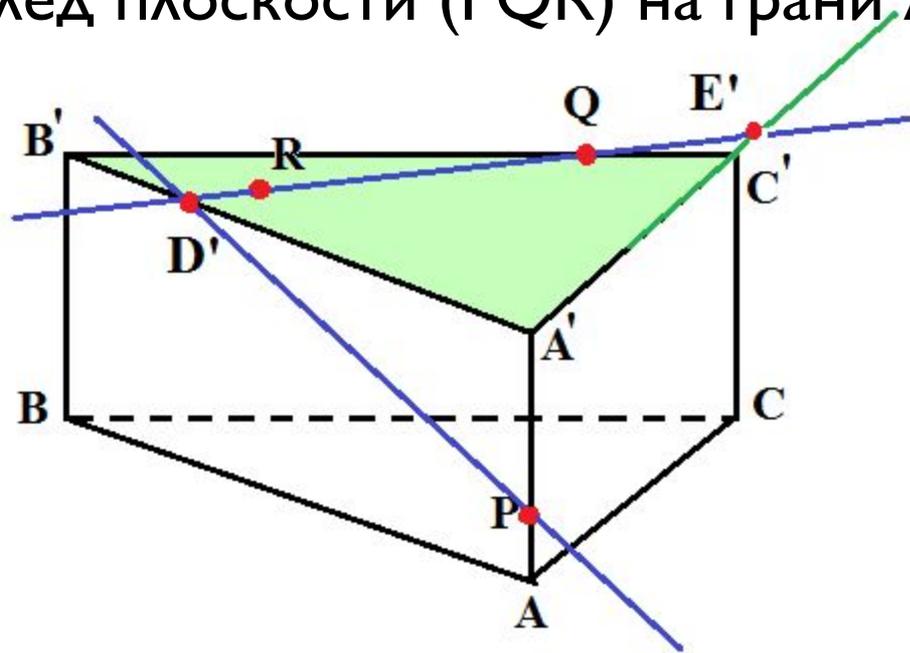
Задача 4.

Находим точки D' и E' , в которых прямая QR пересекает соответственно прямые $A'B'$ и $A'C'$.
Так как точка D' лежит на ребре $A'B'$, отрезок $E'D'$ - след плоскости (PQR) на грани $A'B'C'$.



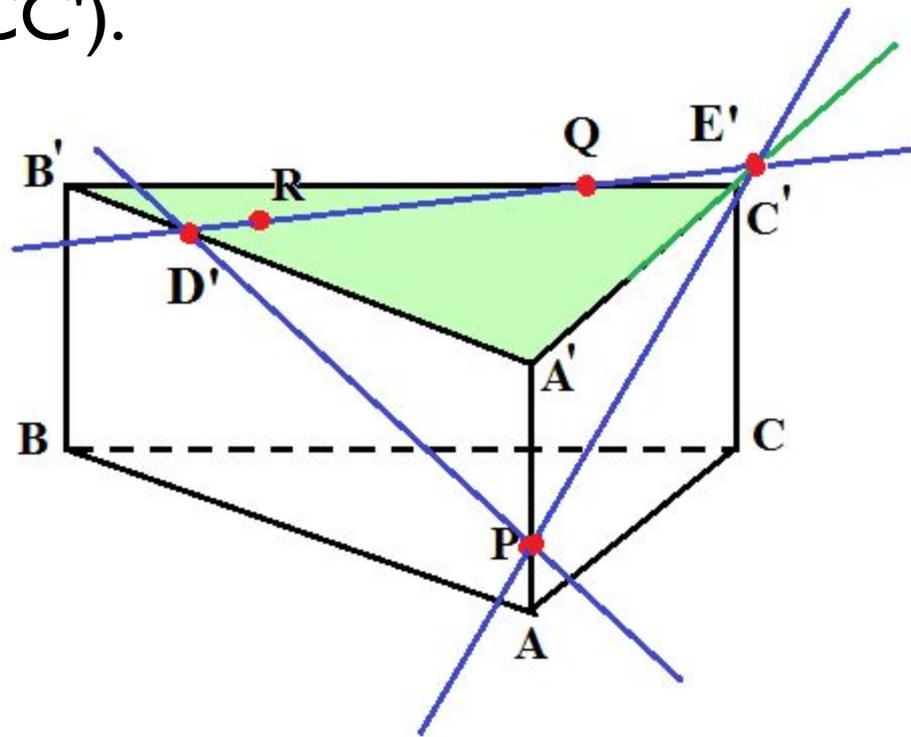
Задача 4.

Так как точки D' и P лежат в плоскости (ABB') , то прямая $D'P$ лежит в этой плоскости. Проведем ее. Это след плоскости (PQR) на плоскости (ABB') , а отрезок $D'P$ - след плоскости (PQR) на грани $ABB'A'$.



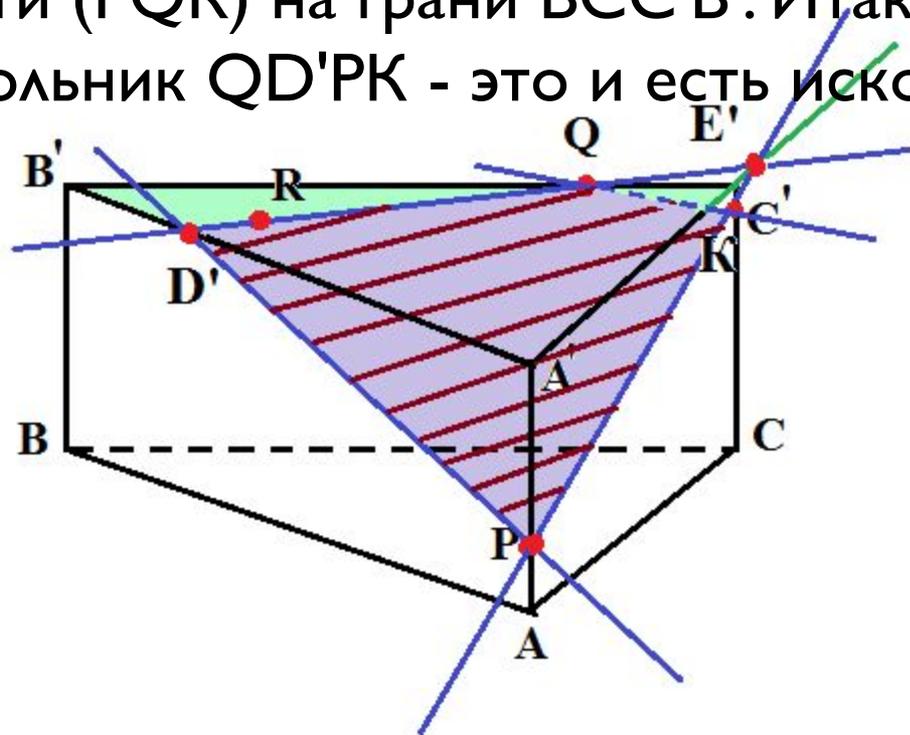
Задача 4.

Так как точки P и E' лежат в плоскости (ACC') , то в этой плоскости лежит прямая PE' .
Проведем ее. Это след плоскости (PQR) на плоскости (ACC') .



Задача 4.

Так как точки Q и K лежат в плоскости (BCC') , то прямая QK лежит в этой плоскости. Проведем ее. Это след плоскости (PQR) на плоскости (BCC') , а отрезок QK - след плоскости (PQR) на грани $BCC'B'$. Итак, мы получили многоугольник $QD'PK$ - это и есть искомое сечение.





Спасибо за внимание!