

ГБПОУ РМ «Рузаевский политехнический техникум»

Урок на тему «Объём конуса»

Преподаватель математики
Курочкина В.М.

-
- Цели урока:

- Обучающие:

- - Создать условия для восприятия вывода формулы объема конуса.
- - Совершенствовать навыки решения задач на нахождение объемов пространственных фигур.
- - Систематизировать знания о пространственных фигурах.

- Развивающие:

- Продолжить развитие умения абстрагировать и конкретизировать знания при использовании формул.

- Воспитательные:

- - Продолжить развитие навыков самоконтроля и умения работать во времени на самостоятельной работе.
- - Создать условия для воспитания старательности, аккуратности, целеустремленности, развития коммуникативных навыков при работе в группах.

-
- Тип урока: комбинированный.

- **Оборудование и наглядные пособия:**

- Персональный компьютер, мультимедийный проектор, презентация по теме, модели пространственных тел, модели конусов для измерений, карточки – задания для самостоятельной работы, доска.

ОБЪЕМ КОНУСА

доказательство

$$1 \quad \int_0^H S(x) dx.$$

$V_{\text{конуса}} = \int_0^H S(x) dx.$

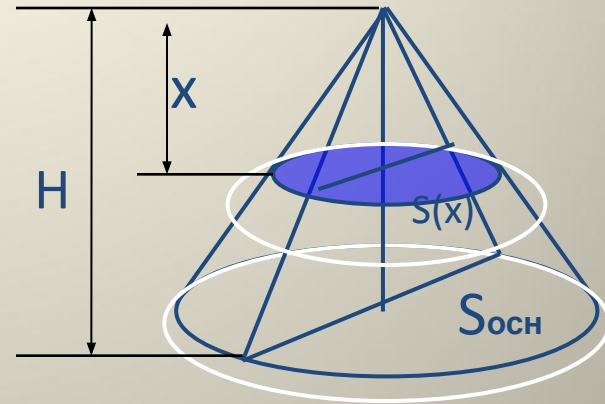
$$\frac{S(x)}{S_{\text{осн}}} = k^2 = \left(\frac{x}{H}\right)^2 = \frac{x^2}{H^2}$$

$$S(x) = S_{\text{осн}} * \frac{x^2}{H^2}$$

$$V_{\text{конуса}} = \int_0^H S_{\text{осн}} * \frac{x^2}{H^2} dx = \frac{S_{\text{осн}}}{H^2} * \frac{x^3}{3} \Big|_0^H = \frac{S_{\text{осн}} * H^3}{H^2 * 3} =$$

$$= \frac{1}{3} S_{\text{осн}} * H = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

$$V_{\text{конуса}} = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$



доказательств

во 2

За величину объема конуса принимается предел, к которому стремится объем правильной пирамиды, вписанной в конус, при неограниченном удвоении числа сторон ее основания.

$$V_{\text{конуса}} = \lim_{n \rightarrow \infty} V_{\text{пир}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{3} S_{\text{осн}} * H \right) = \frac{1}{3} H * \lim_{n \rightarrow \infty} S_{\text{осн}} = \frac{1}{3} H * S_{\text{круга}}$$

$$V_{\text{конуса}} = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

доказательств

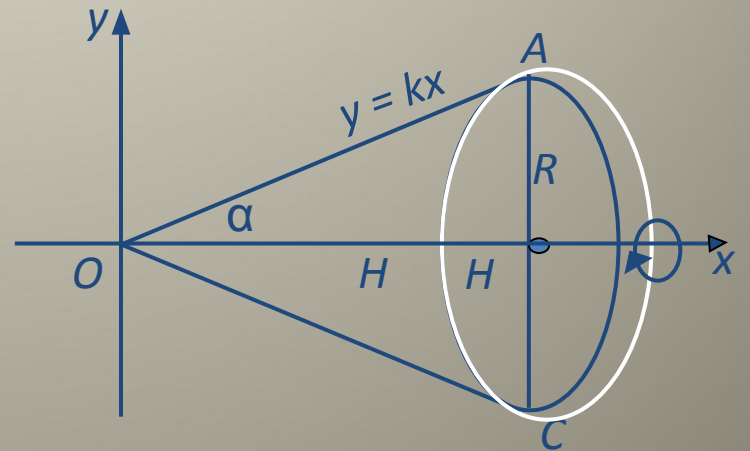
воз

$$V_{\text{тела вращ.}} = \pi \int_0^H f^2(x) dx.$$

$$V_{\text{конуса}} = \pi \int_0^H (kx)^2 dx = \pi k^2 \int_0^H x^2 dx = \pi * \left(\frac{R}{H}\right)^2 * \frac{x^3}{3} \Big|_0^H = \frac{\pi R^2 * H^3}{H^2 * 3} =$$

$$= \frac{\pi R^2 * H^3}{H^2 * 3} = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

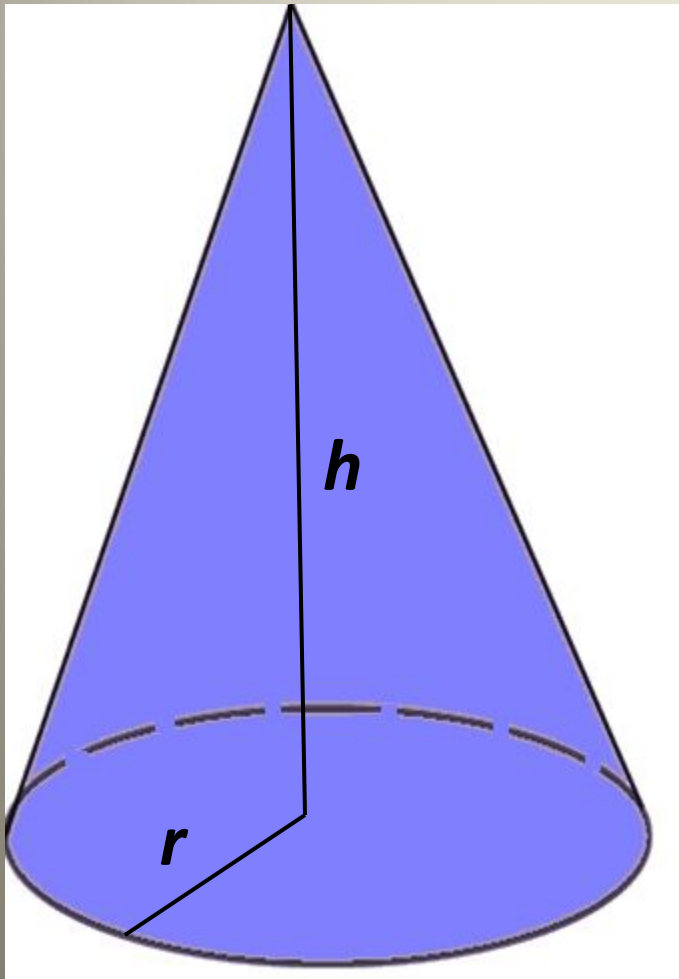
$$V_{\text{конуса}} = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$



Объем

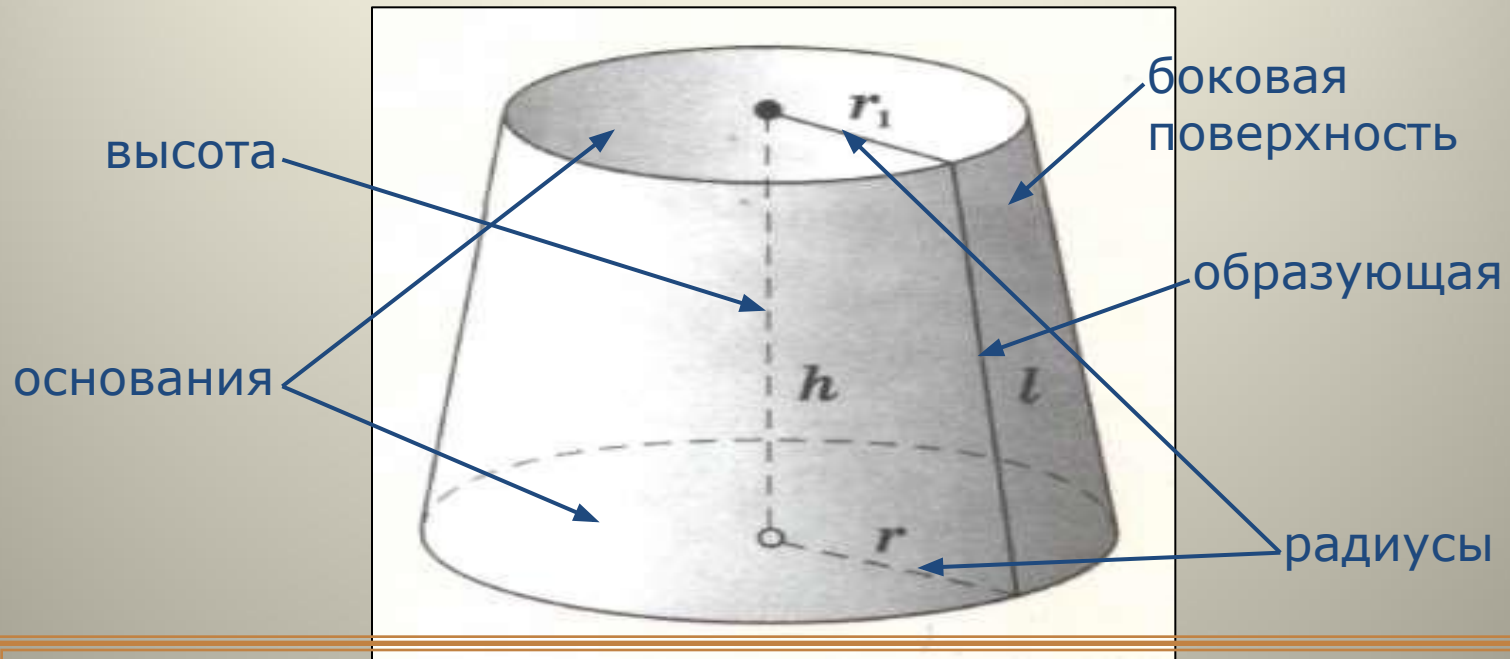
конуса

$$V_{\text{кон}} = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h$$



V	h	r
2,25	3	1,5
$\frac{\pi}{48} \pi$	9	4
600π	18	100

УСЕЧЕННЫЙ КОНУС



Усеченным конусом называется пересечение конуса с полупространством, содержащим основание конуса и ограниченным плоскостью, которая параллельна плоскости основания конуса и пересекает данный конус.

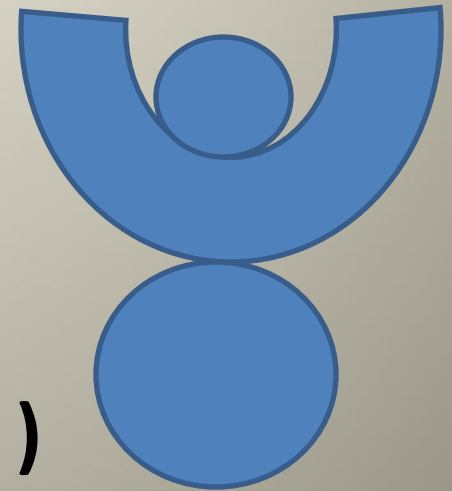
УСРЕДНИЙ КОНУС

$$S_{\text{осн } 1} = \pi r_1^2$$

$$S_{\text{осн } 2} = \pi r_2^2$$

$$S_{\text{бок.}} = \pi(r_1 + r_2)l$$

$$V = \frac{1}{3} \pi h (r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2)$$



Решение задач по теме конус

Задача 1. ()

Высота конуса равна диаметру его основания. Найти отношение площади его основания к площади боковой поверхности.

Решение:

Пусть радиус основания конуса равен R , тогда площадь основания $S_{\text{осн}} = \pi R^2$, а высота конуса $2R$.

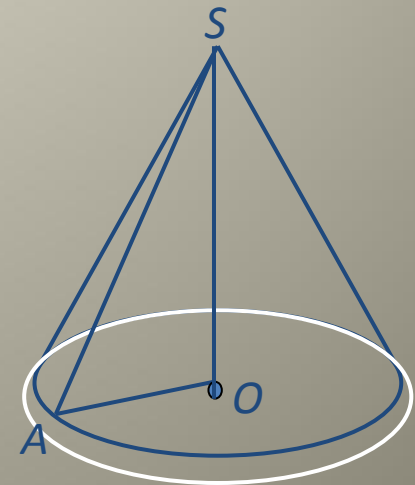
В $\triangle SOA$:

$$SA = \sqrt{SO^2 + OA^2} = \sqrt{(2R)^2 + R^2} = R\sqrt{5}$$

Итак, $l = SA = R\sqrt{5}$

Тогда $S_{\text{бок}} = \pi R l = \pi R^2 \sqrt{5}$

Искомое отношение: $\frac{S_{\text{осн}}}{S_{\text{бок}}} = \frac{\pi R^2}{\pi R^2 \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$



Задача 2. (объем конуса)

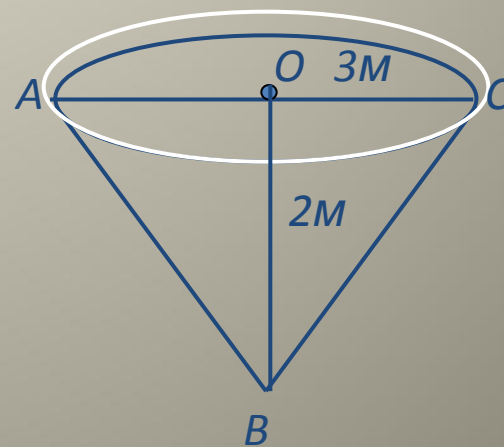
Авиационная бомба среднего калибра дает при взрыве воронку диаметром 6 м и глубиной 2 м. Какое количество земли (по массе) выбрасывает эта бомба, если 1 м³ земли имеет массу 1650 кг?

Решение:

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H = \frac{1}{3} \pi * 3^2 * 2 = 6 \pi (\text{м}^3)$$

$$P = 1650 * 6 * 3,14 \approx 31086 \text{ кг} \approx 31 \text{ т.}$$

Ответ: P = 31 т.



Задача 3. (Объем конуса)

Смолу для промышленных нужд собирают, подвешивая конические воронки к соснам. Сколько воронок диаметром 10 см с образующей 13 см нужно собрать, чтобы заполнить 10-литровое ведро?

Дано:

Решение.

коническая воронка

$D = 10$ см

$L = 13$ см

$V - ?$

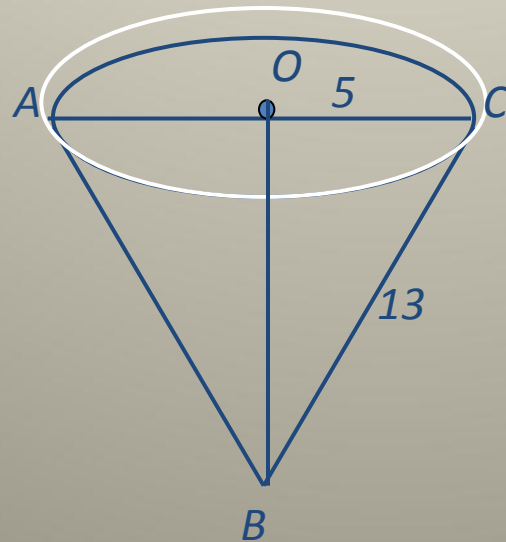
$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H = \frac{1}{3} \pi * 25 * 12 = 100 \pi (\text{см}^3) =$$

$$= 100 \pi \text{см}^3 = 0,1 \pi \text{дм}^3.$$

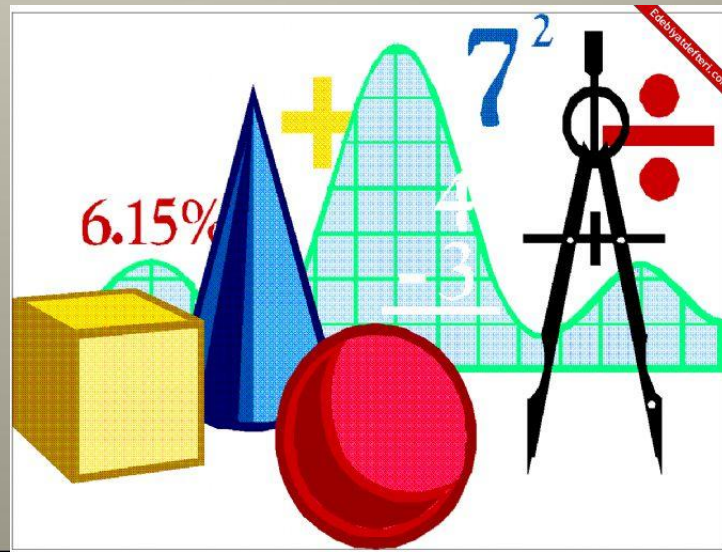
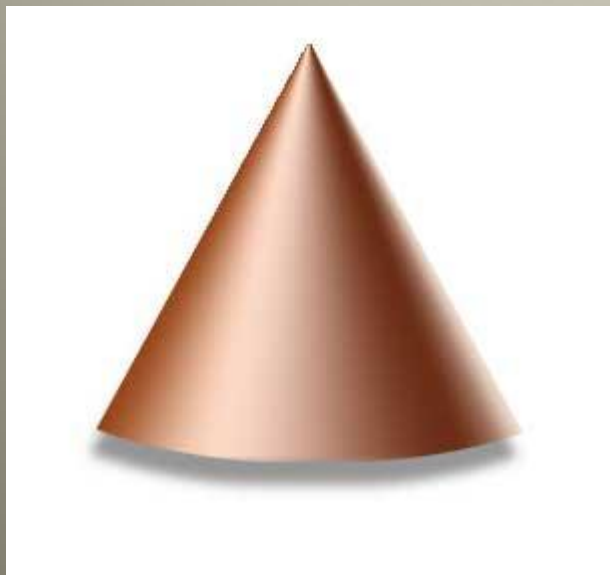
$$\left(H = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \right)$$

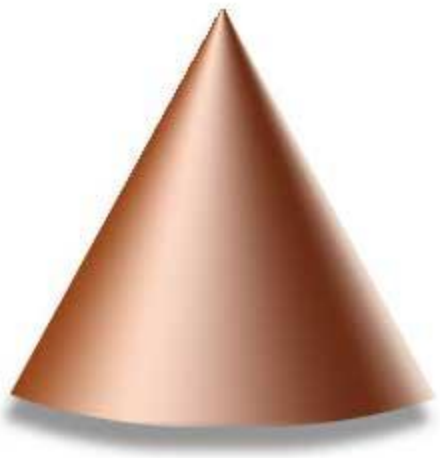
$$n = \frac{10}{0,1} = \frac{100}{\pi} = \frac{100}{3,14} \approx 31,8$$

Ответ: $n \approx 32$ воронок.



Задача 4. Зерно на току, в кучах, имеют форму конуса. Нам нужно узнать, сколько тонн зерна в куче? Что можно измерить?





Допустим, что длина окружности основания 20 м., перехват 8 м.

Сколько тонн зерна содержит данная куча, если 1 м^3 зерна весит 750кг ?

Решение

ДАНО:

$$2\pi R = 20\text{ м}$$

$$2L = 8\text{ м}$$

$$\rho = 750\text{ кг} / 50\text{ м}^3$$

Найти: M

$$M = \rho \cdot V$$

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

$$L = 4\text{ м}, R = \frac{20}{2\pi} \text{ м} = 3,2\text{ м}$$

$$H = \sqrt{L^2 - R^2} = \sqrt{16 - \frac{400}{4\pi^2}} = \sqrt{6} \approx 2,4\text{ м}$$

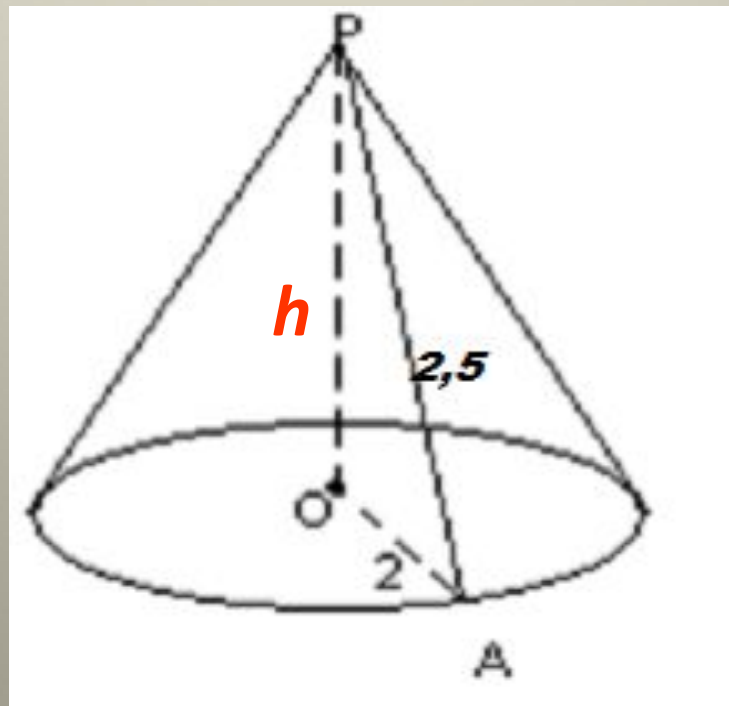
$$V = \frac{1}{3} 20 \cdot 3,2 \cdot \sqrt{6} \approx 52,2\text{ м}^3$$

$$M = 750 \cdot 52,2 \approx 39150\text{ кг} \approx 39\text{ т}$$

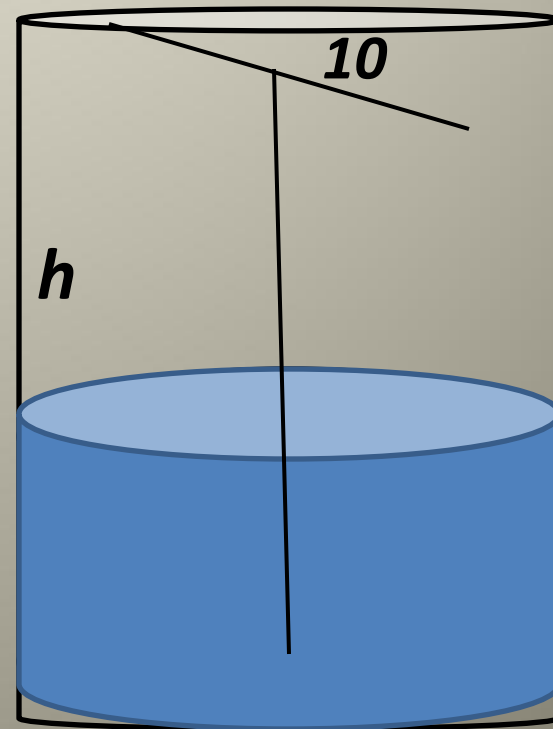
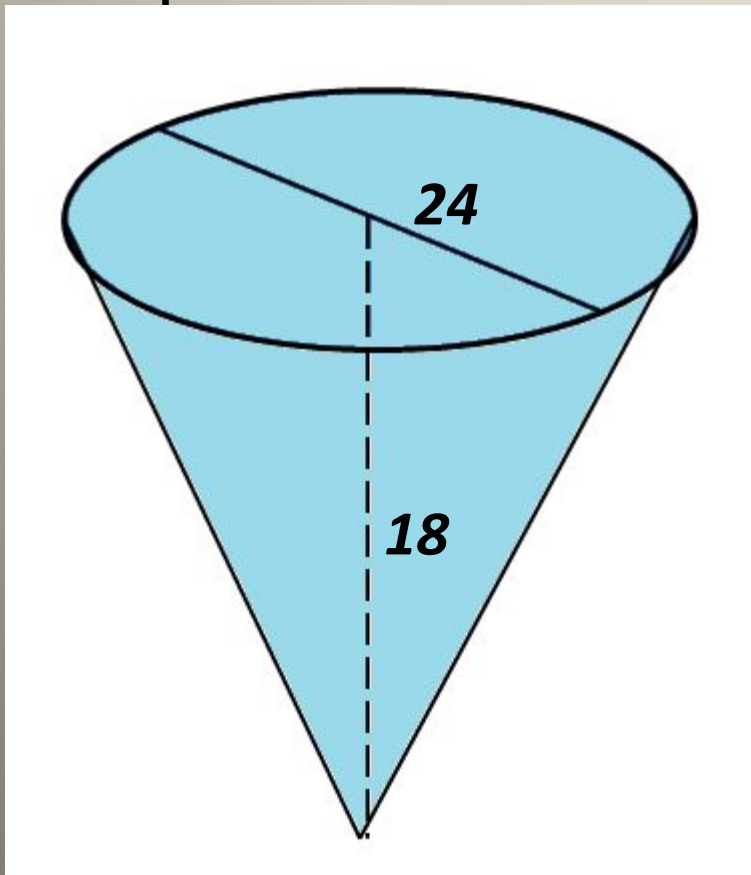
Задача 5. Куча щебня имеет коническую форму, радиус основания которой 2 м и образующая 2,5 м. Найти:

1) Объем кучи щебня.

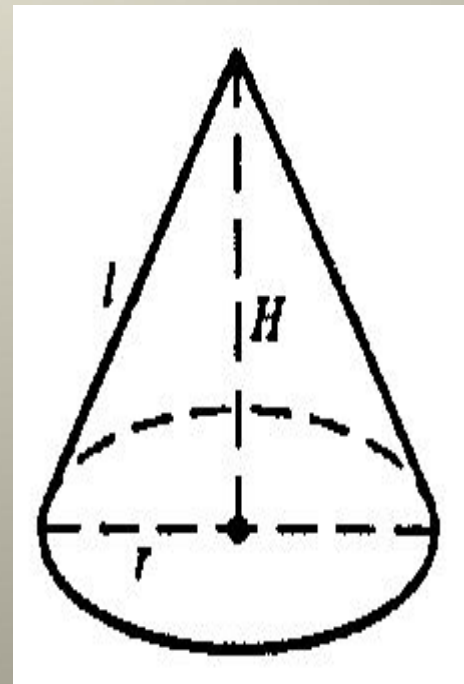
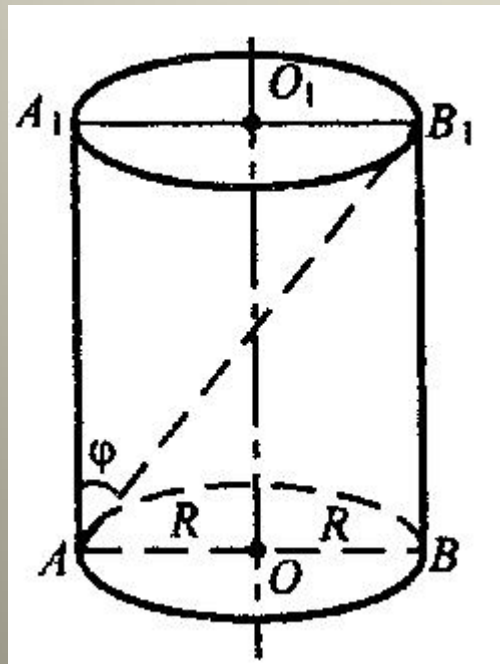
2) Количество вozов, чтобы перевезти щебень, уложенный в кучу, если 1 м^3 щебня весит 3 т. На один воз грузят 0,5 т.

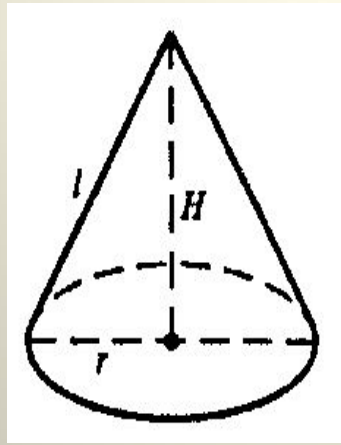
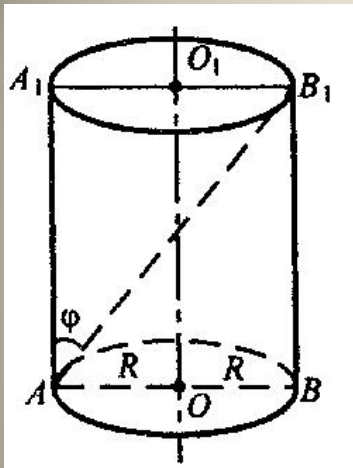


Задача 6. Жидкость, налитая в конический сосуд, имеющий **18 см** высоты и **24 см** в диаметре основания, переливается в цилиндрический сосуд, диаметр основания которого **10 см**. Как высоко будет стоять уровень



Задача 7. Цилиндр и конус имеют
равные высоты и радиусы.
Сравните их объемы





Решение:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi R^2 H}{\frac{1}{3} \pi R^2 H} = 3$$

Задача 8. В конус с образующей $6\sqrt{6}$ и высотой 12 вписан куб. Найдите объём куба.

Решение.

1) Из прямоугольного ΔSOP находим:

$$OP = \sqrt{SP^2 - SO^2} = \sqrt{216 - 144} = 6\sqrt{2}.$$

2) a – сторона куба, тогда $a = R\sqrt{2}$.

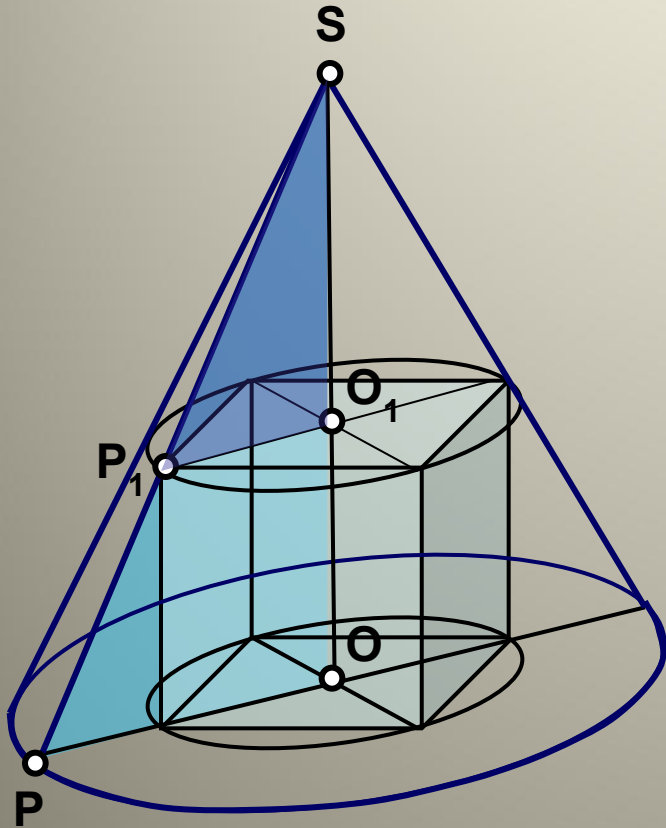
3) Выразим через a : $O_1P_1 = \frac{a}{\sqrt{2}}$,

$$OO_1 = a, \quad SO_1 = SO - SO_1 = 12 - a.$$

4) $\Delta SO_1P_1 \sim \Delta SOP$ ($\angle O_1 = \angle O = 90^\circ$, $\angle S$ – общий)
 $\frac{SO_1}{SO} = \frac{P_1O_1}{PO}$, $\frac{12 - a}{12} = \frac{a/\sqrt{2}}{6\sqrt{2}}$, откуда $a = 6$.

5) $V_{\text{куба}} = a^3 = 6^3 = 216$.

Ответ: 216.



Решите самостоятельно

1

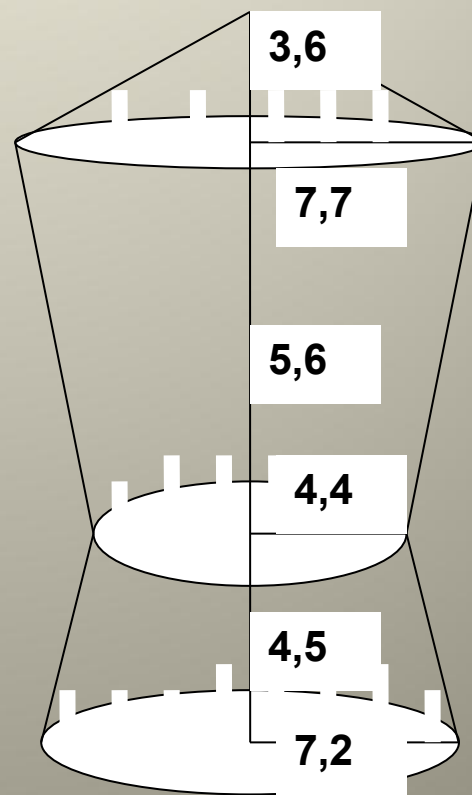
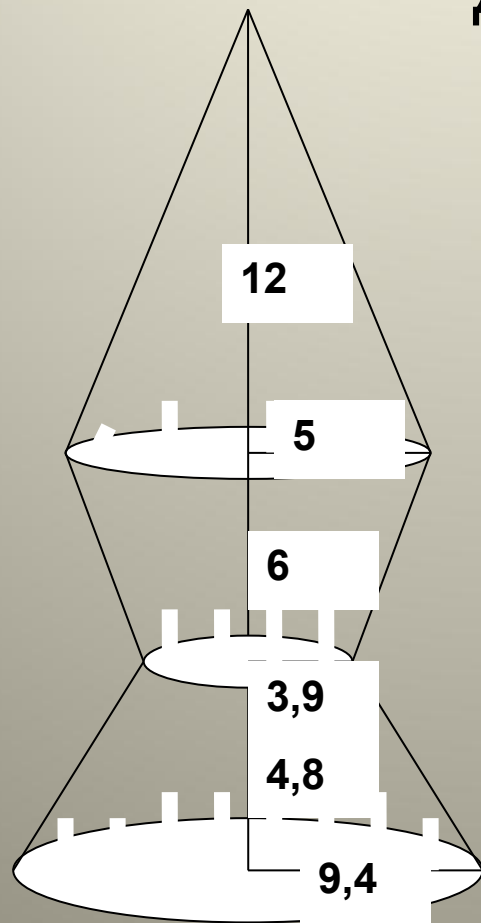
Высота конуса равна 6, а объём равен 144π.
Найдите площадь полной поверхности куба,
вписанного в конус.

Ответ: 96



Желаю удачи!

Д/З: Найти объёмы
данных тел.





Рефлексия

Что нового вы узнали на уроке?

Чему вы научились?

Какое у вас настроение в конце урока?

Можете ли вы объяснить решение данных задач однокласснику, пропустившему урок сегодня?