ГБПОУ РМ «Рузаевский политехнический техникум»

Урок на тему «Объём конуса»

Преподаватель математики Курочкина В.М.

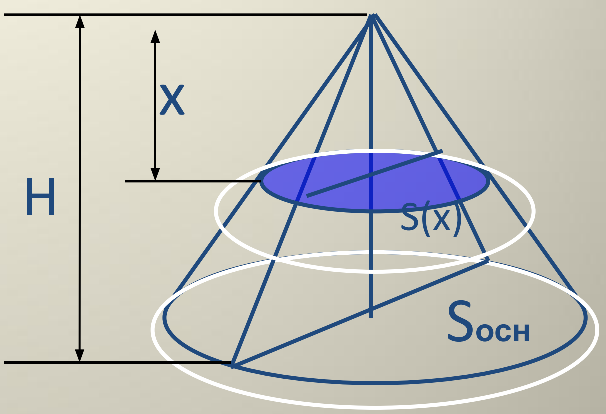
- ***Цели урока:***
- Обучающие:
- - Создать условия для восприятия вывода формулы объема конуса.
- - Совершенствовать навыки решения задач на нахождение объемов пространственных фигур.
- - Систематизировать знания о пространственных фигурах.
- Развивающие:
- Продолжить развитие умения абстрагировать и конкретизировать знания при использовании формул.
- Воспитательные:
- - Продолжить развитие навыков самоконтроля и умения работать во времени на самостоятельной работе.
- - Создать условия для воспитания старательности, аккуратности, целеустремленности, развития коммуникативных навыков при работе в группах.
- Тип урока: комбинированный.

- ***<u>Оборудование и наглядные пособия:</u>***
- Персональный компьютер, мультимедийный проектор, презентация по теме, модели пространственных тел, модели конусов для измерений, карточки – задания для самостоятельной работы, доска.

Объем конуса

доказательство 1

$$V_{конуса} = \int_0^H S(x)\,dx.$$



$$\frac{S(x)}{S_{осн}} = k^2 = \left(\frac{x}{H}\right)^2 = \frac{x^2}{H^2}$$

$$S(x) = S_{осн} * \frac{x^2}{H^2}$$

$$V_{конуса} = \int_0^H S_{осн} * \frac{x^2}{H^2}\,dx = \frac{S_{осн}}{H^2} * \frac{x^3}{3}\Big|_0^H = \frac{S_{осн} * H^3}{H^2 * 3} =$$

$$= \frac{1}{3} S_{осн} * H = \frac{1}{3}\pi R^2 H$$

$$V_{конуса} = \frac{1}{3}\pi R^2 H$$

доказательство2

За величину объема конуса принимается предел, к которому стремится объем правильной пирамиды, вписанной в конус, при неограниченном удвоении числа сторон ее основания.

$$V_{конуса} = \lim_{n \to \infty} V_{пир} = \lim_{n \to \infty} \left(\frac{1}{3} S_{осн} * H \right) = \frac{1}{3} H * \lim_{n \to \infty} S_{осн} = \frac{1}{3} H * S_{круга}$$

$$V_{конуса} = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

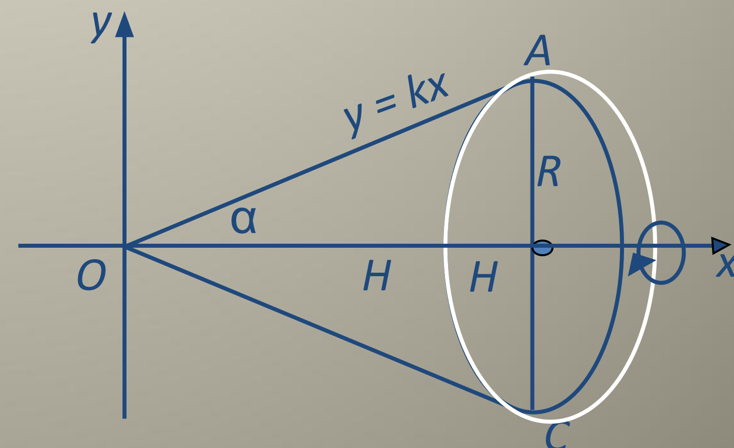
доказательст
воз

$$V_{\text{тела вращ.}} = \pi \int_0^H f^2(x)\,dx.$$

$$V_{\text{конуса}} = \pi \int_0^H (kx)^2 dx = \pi k^2 \int_0^H x^2 dx = \pi * \left(\frac{R}{H}\right)^2 * \frac{x^3}{3} \Big|_0^H = \frac{\pi R^2 * H^3}{H^2 * 3} =$$

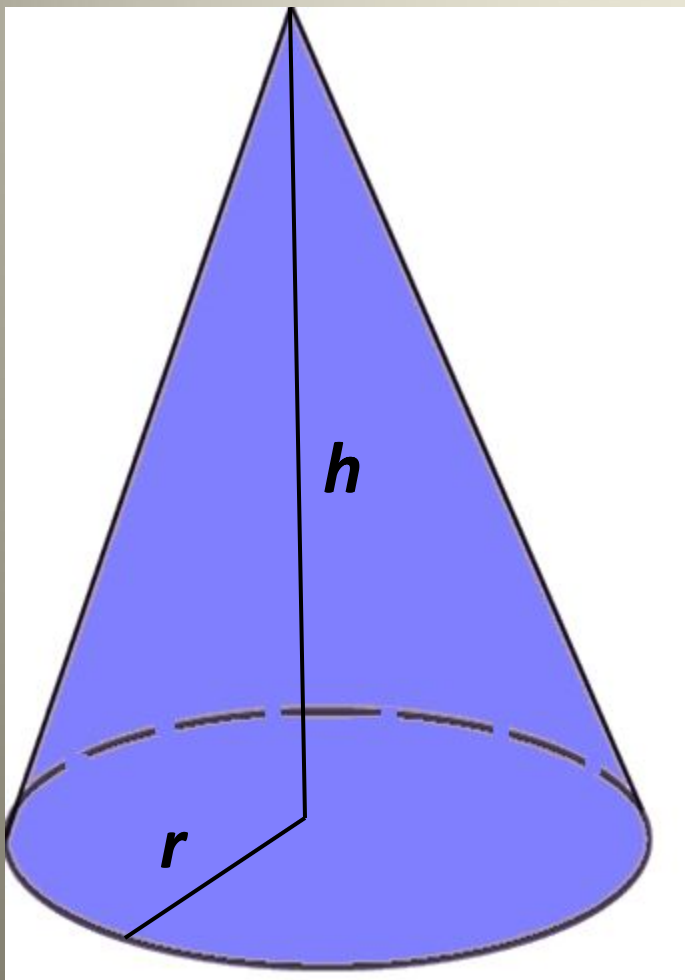
$$= \frac{\pi R^2 * H^3}{H^2 * 3} = \frac{1}{3}\pi R^2 H$$

$$V_{\text{конуса}} = \frac{1}{3}\pi R^2 H$$



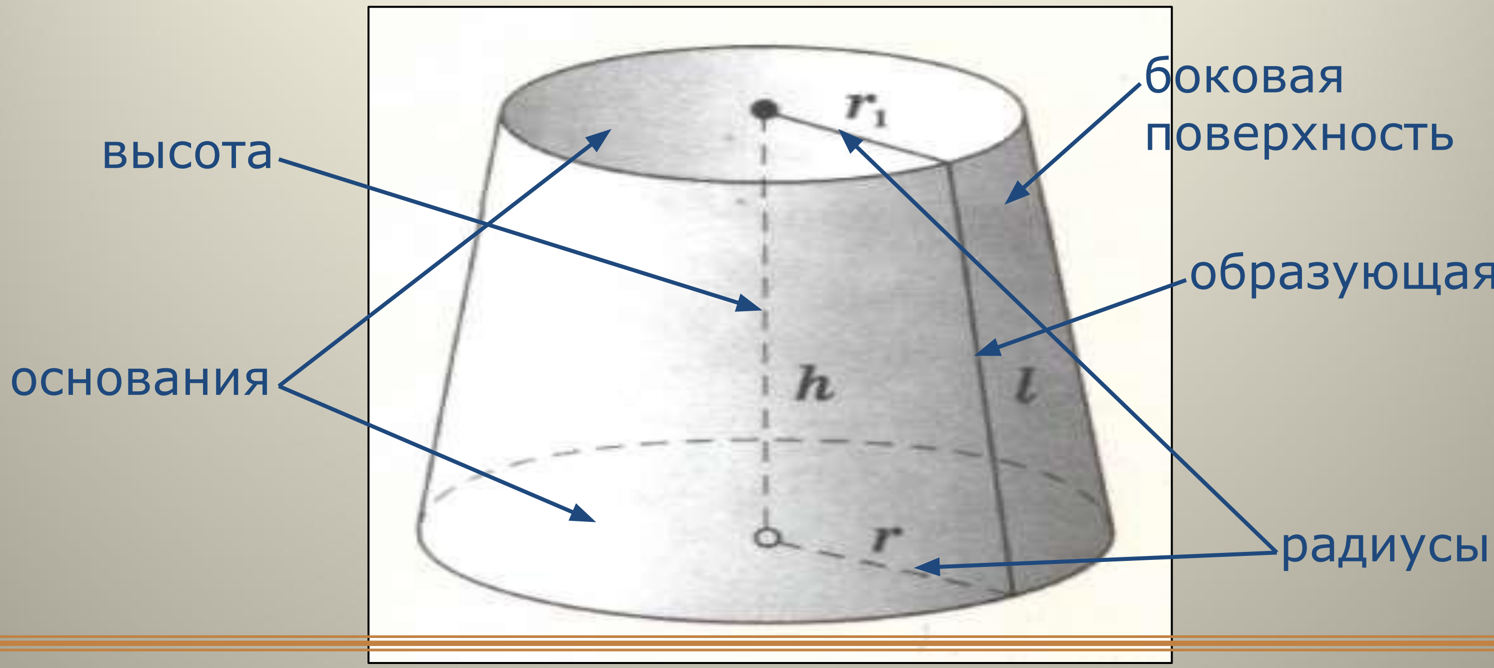
Объем конуса

$$V_{кон} = \frac{1}{3}\pi\ r^2 \cdot h$$



V	h	r
2,25 π	3	1,5
48 π	9	4
600 π	18	100

Усеченный конус



Усеченным конусом называется пересечение конуса с полупространством, содержащим основание конуса и ограниченным плоскостью, которая параллельна плоскости основания конуса и пересекает данный конус.

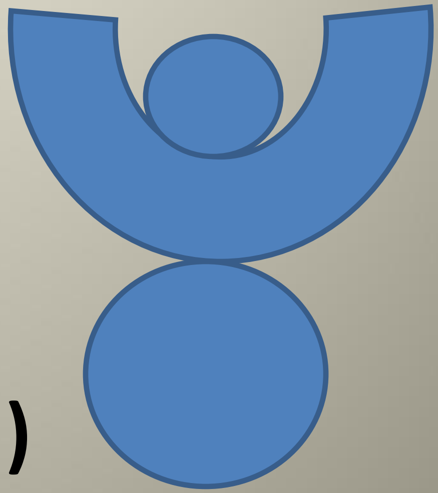
Усеченный конус

$S_{осн\ 1} = \Pi r_1^2$

$S_{осн\ 2} = \Pi r_2^2$

$S_{бок.} = \Pi (r_1 + r_2) l$

$V = 1/3\ \Pi h(r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2)$



Решение задач по теме конус

Задача 1. ( )

Высота конуса равна диаметру его основания. Найти отношение площади его основания к площади боковой поверхности.

Решение:

Пусть радиус основания конуса равен R, тогда площадь основания $S_{осн} = \pi R^2$, а высота конуса 2R.

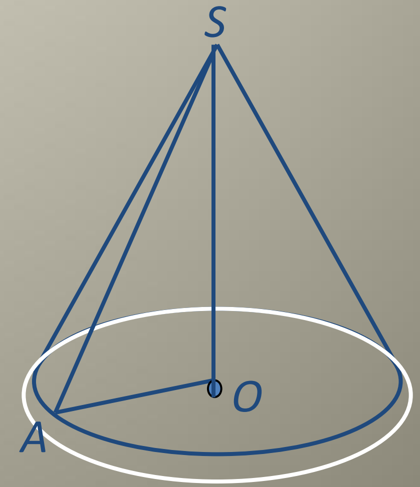
В $\triangle SOA$:

$$SA = \sqrt{SO^2 + OA^2} = \sqrt{(2R)^2 + R^2} = R\sqrt{5}$$

Итак, $l = SA = R\sqrt{5}$

Тогда $S_{бок} = \pi R l = \pi R^2\sqrt{5}$

Искомое отношение: $\dfrac{S_{осн}}{S_{бок}} = \dfrac{\pi R^2}{\pi R^2\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$

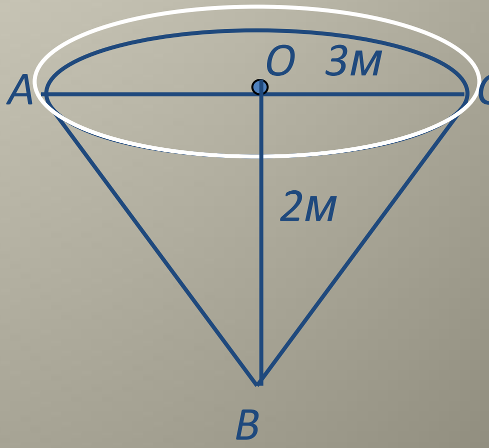


Задача 2. (объем конуса)

Авиационная бомба среднего калибра дает при взрыве воронку диаметром 6 м и глубиной 2 м. Какое количество земли (по массе) выбрасывает эта бомба, если 1 м3 земли имеет массу 1650 кг?

Решение:

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 H = \frac{1}{3}\pi * 3^2 * 2 = 6\pi (м^3)$$



$$P = 1650*6*3{,}14 \approx 31086 \text{ кг} \approx 31 \text{ т.}$$

Ответ: P = 31 т.

Задача 3. (Объем конуса)

Смолу для промышленных нужд собирают, подвешивая конические воронки к соснам. Сколько воронок диаметром 10 см с образующей 13 см нужно собрать, чтобы заполнить 10-литровое ведро?

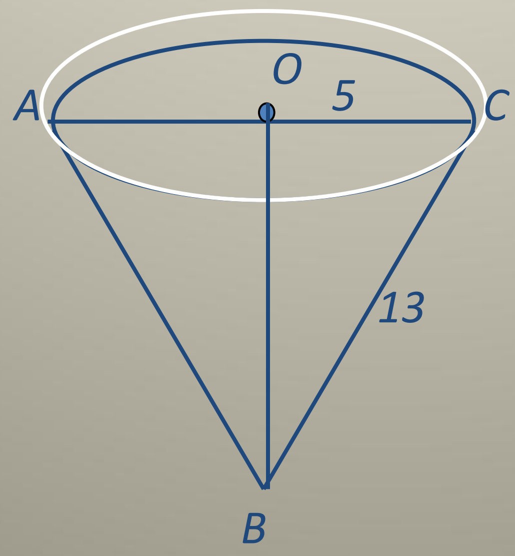
Дано:

коническая воронка

D = 10 см

L = 13 см

V – ?



Решение.

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 H = \frac{1}{3}\pi * 25 * 12 = 100\pi (см^3) =$$

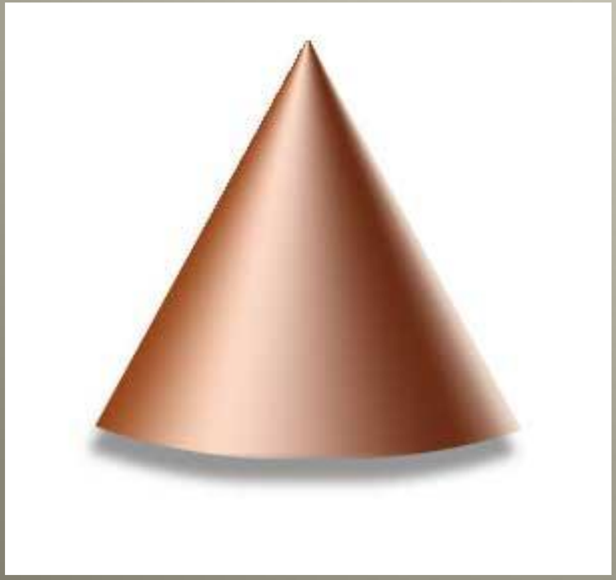
$$= 100\pi см^3 = 0{,}1\pi дм^3.$$

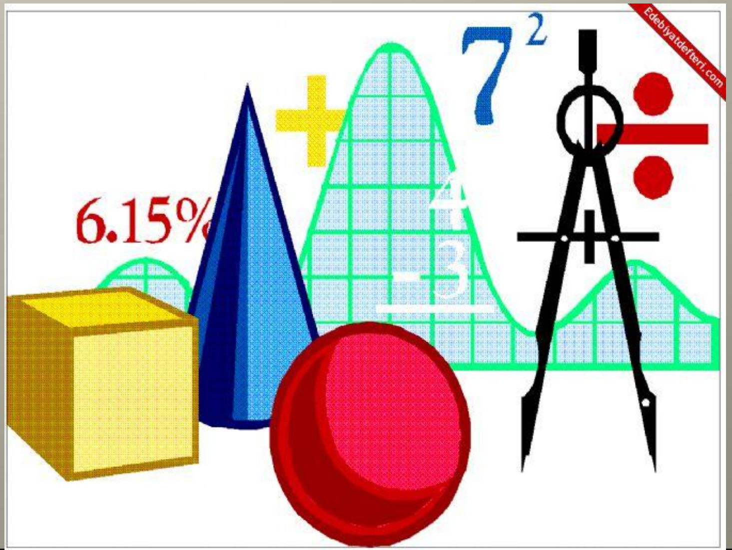
$$\left(H = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12\right)$$

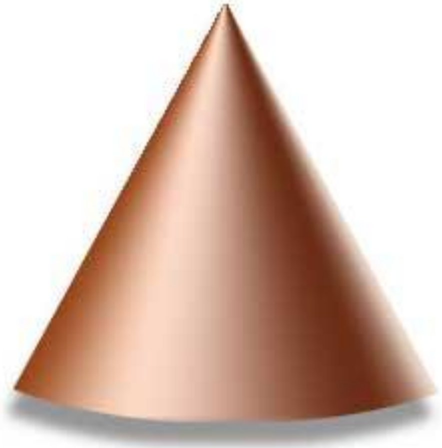
$$n = \frac{10}{0{,}1} = \frac{100}{\pi} = \frac{100}{3{,}14} \approx 31{,}8$$

Ответ: n ≈ 32 воронки.

Задача 4. Зерно на току, в кучах, имеют форму конуса. Нам нужно узнать, сколько тонн зерна в куче? Что можно измерить?







Допустим, что длина окружности основания 20 м., перехват 8 м.

Сколько тонн зерна содержит данная куча, если 1м^3 зерна весит 750кг ?

Решение

$$\text{ДАНО}:$$
$$2\pi R = 20\text{м}$$
$$2L = 8\text{м}$$
$$\rho = 750\text{к}50\text{к}^3$$
$$\text{Найти}: M$$

$$M = \rho \cdot V$$

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$$

$$L = 4м, R = \frac{20}{2\pi}м = 3{,}2м$$

$$H = \sqrt{L^2 - R^2} = \sqrt{16 - \frac{400}{4\pi^2}} = \sqrt{6} \approx 2{,}4м$$

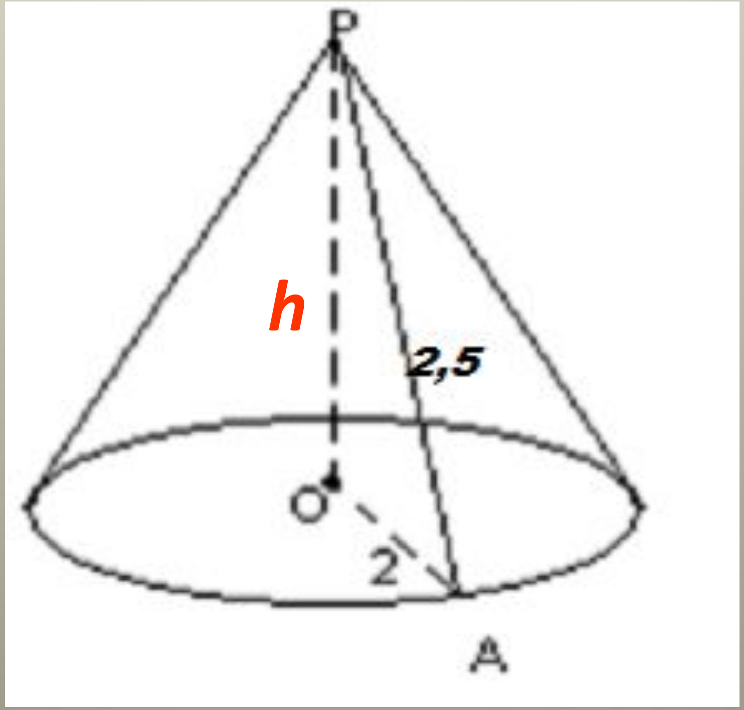
$$V = \frac{1}{3}20 \cdot 3{,}2 \cdot \sqrt{6} \approx 52{,}2м^3$$

$$M = 750 \cdot 52{,}2 \approx 39150кг \approx 39т$$

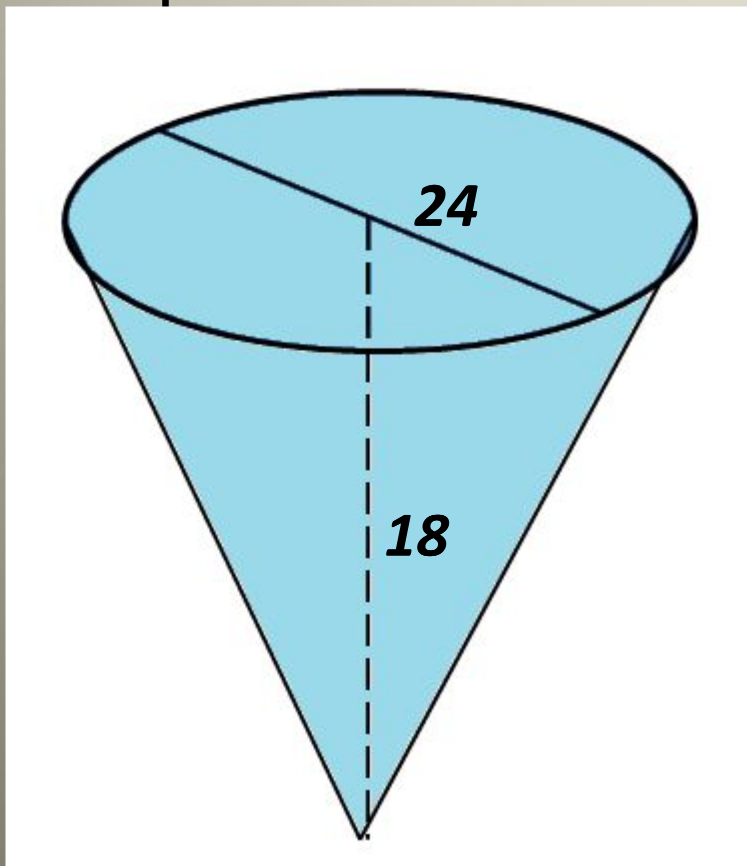
Задача 5. Куча щебня имеет коническую форму, радиус основания которой 2 м и образующая 2,5 м. Найти:

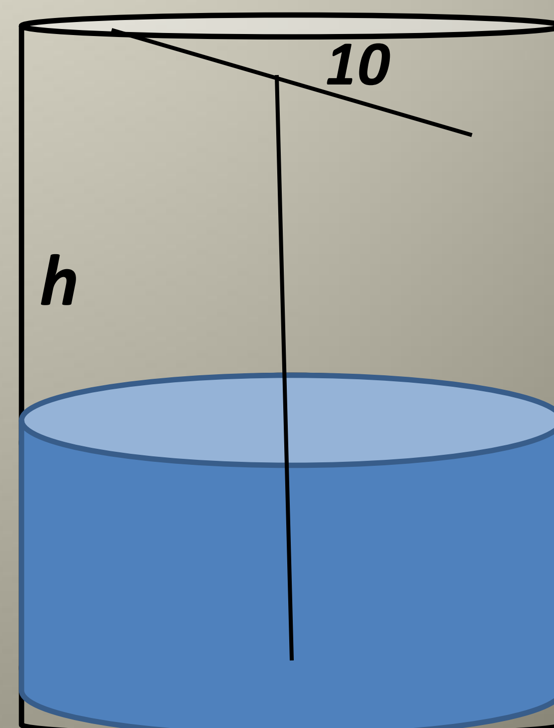
1) Объем кучи щебня.

2) Количество возов, чтобы перевезти щебень, уложенный в кучу, если 1 $м^3$ щебня весит 3 т. На один воз грузят 0,5 т.

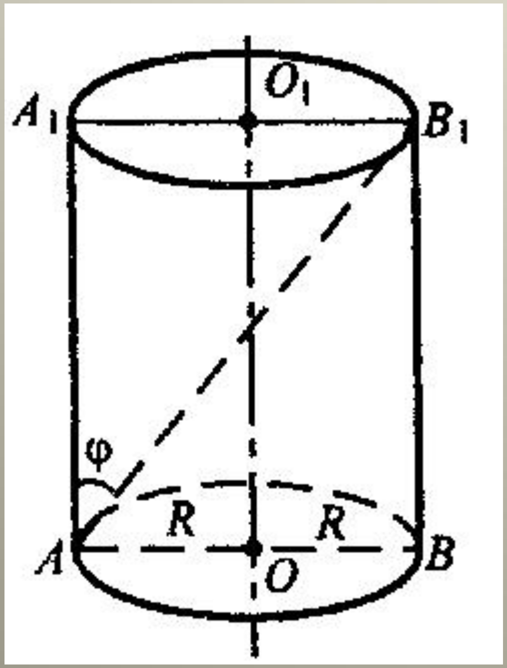


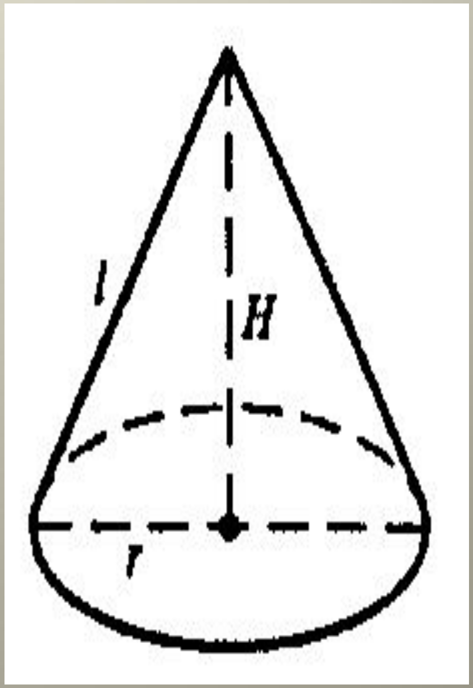
Задача 6. Жидкость, налитая в конический сосуд, имеющий 18 см высоты и 24 см в диаметре основания, переливается в цилиндрический сосуд, диаметр основания которого 10 см. Как высоко будет стоять уровень

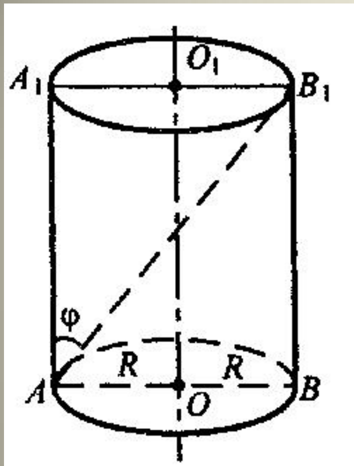


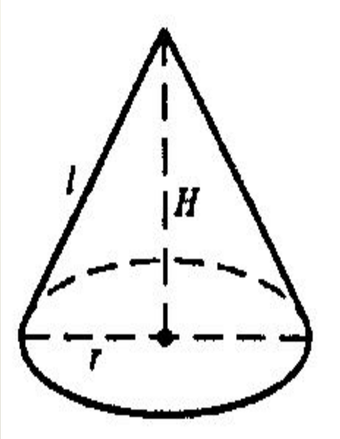


Задача 7. Цилиндр и конус имеют равные высоты и радиусы. Сравните их объемы





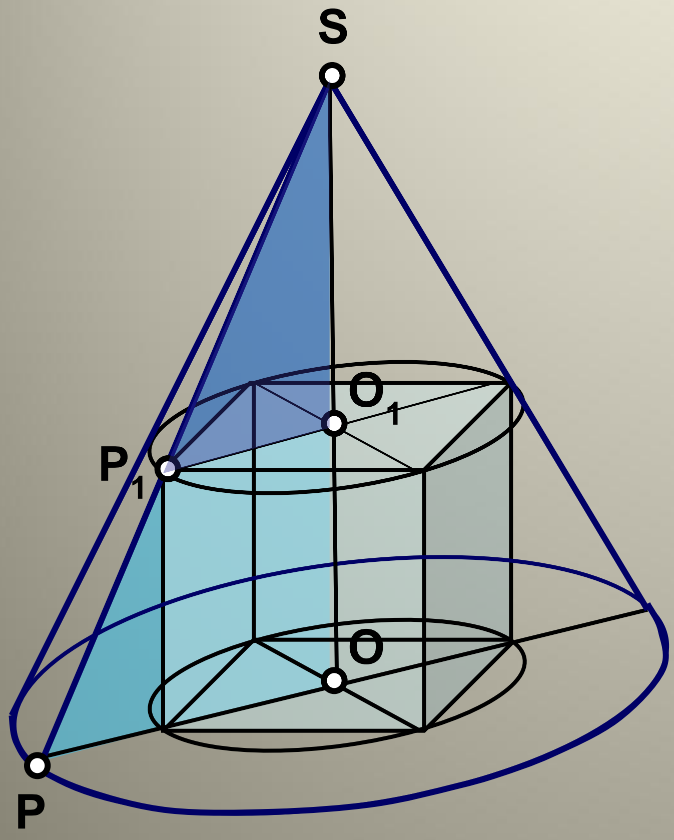




Решение:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi R^2 H}{\frac{1}{3}\pi R^2 H} = 3$$

Задача 8. В конус с образующей $6\sqrt{6}$ и высотой 12 вписан куб. Найдите объём куба.



Решение.

1) Из прямоугольного ΔSOP находим:

$$OP = \sqrt{SP^2 - SO^2} = \sqrt{216 - 144} = 6\sqrt{2}.$$

2) a – сторона куба, тогда $a = R\sqrt{2}.$

3) Выразим через a: $O_1P_1 = \dfrac{a}{\sqrt{2}},$

$$OO_1 = a, \ \ SO_1 = SO - SO_1 = 12 - a.$$

4) $\Delta\, SO_1P_1 \infty \Delta SOP$ ($\angle O_1 = \angle O = 90°$, $\angle S$ – общий)

$$\frac{SO_1}{SO} = \frac{P_1O_1}{PO}, \quad \frac{12 - a}{12} = \frac{a/\sqrt{2}}{6\sqrt{2}},$$ откуда $a = 6$.

5) $V_{куба} = a^3 = 6^3 = 216.$

Ответ: 216.

Реши самостоятельно

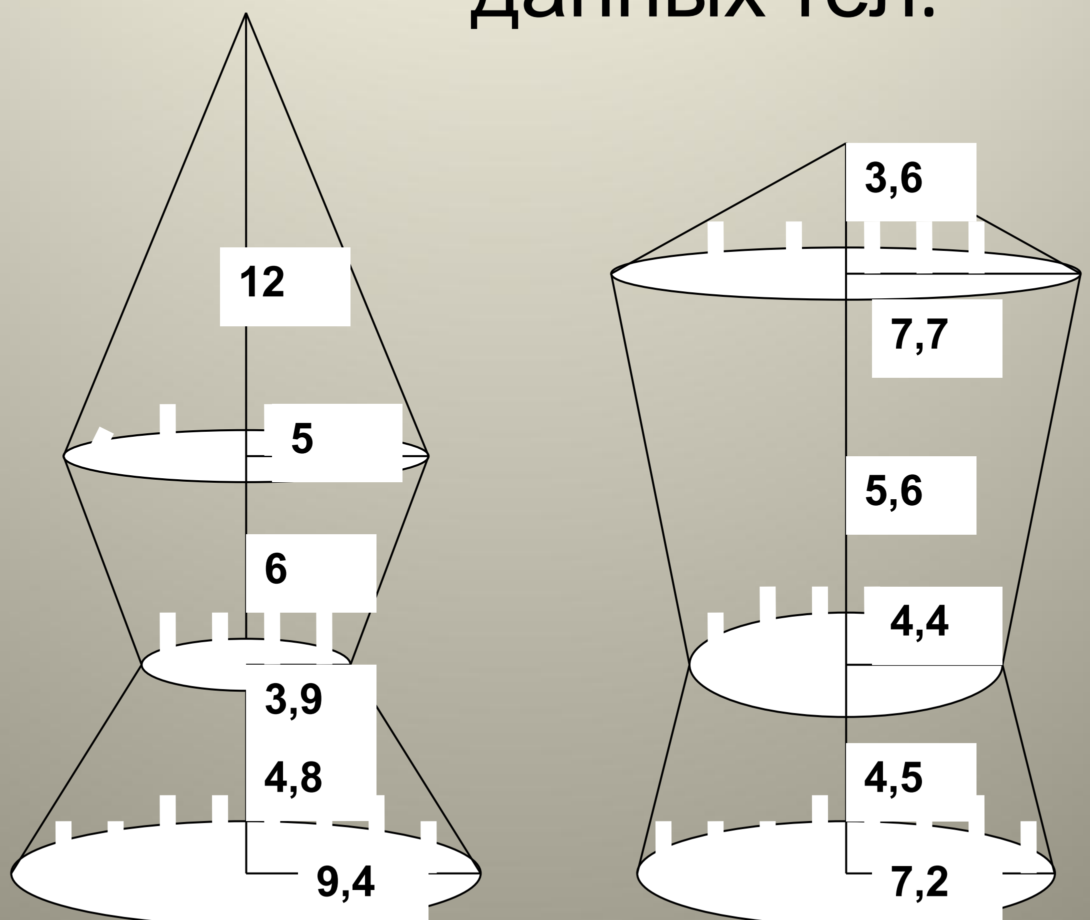
1

Высота конуса равна 6, а объём равен 144π. Найдите площадь полной поверхности куба, вписанного в конус.

Ответ: 96

Желаю удачи!

Д/З: Найти объёмы данных тел.



Рефлексия

Что нового вы узнали на уроке?

Чему вы научились?

Какое у вас настроение в конце урока?

Можете ли вы объяснить решение данных задач одногрупнику, пропустившему урок сегодня?