

Формулы двойного угла

- Презентации разработаны под руководством преподавателя КС и ПТ Каракашевой И.В.

Санкт – Петербург
2016

Цели урока

● *Образовательные:*

- вывести формулы синуса, косинуса и тангенса двойного угла ;
- формировать умения применять формулы синуса, косинуса и тангенса двойного угла при решении задач;
- закрепить навыки использования тригонометрических формул при решении задач;
- сформировать у учащихся прочные практические знания при применении тригонометрических формул.

● *Развивающие:*

- развивать самостоятельную познавательную активность обучающихся, память, логическое мышление, умение применять знания в будущей профессии;
- развивать исследовательские умения: извлекать информацию из разных источников, работать с разными видами информации.

● *Воспитательные:*

- создать условия для осознания необходимости самостоятельных действий при решении проблем;
- обучать объективной оценке своих возможностей и успехов;
- формировать умение оценивать свой уровень знаний и стремление его повышать;
- способствовать развитию потребности к самообразованию;
- воспитание ответственности, коллективизма.

Мир тригонометрии

- Тригонометрия делится на *плоскую* (*прямолинейную*) *и сферическую* тригонометрию
- Теория тригонометрических функций (гонометрия) и её приложения к решению плоских треугольников мы с вами изучаем в средней школе .
- Исторически сферическая тригонометрия и геометрия возникли из потребностей астрономии, геодезии, навигации, картографии.

Мир тригонометрии

Восход и заход солнца, изменение фаз луны, чередование времен года, биение сердца, циклы в жизнедеятельности организма, вращение колеса, морские приливы и отливы - модели ЭТИХ многообразных процессов описываются тригонометрическими функциями.

- Звук, электрический ток, радио представляют собой колебания различной частоты и амплитуды.
- Если бы зрение людей обладало способностью видеть звуковые, электромагнитные и радиоволны, то мы видели бы вокруг многочисленные синусоиды всевозможных видов.

Психологический тест

- Однажды великого греческого философа Сократа спросили о том, что, по его мнению, легче всего в жизни. Он ответил, что *легче всего поучать других, а труднее – познать самого себя.*
- Мы познаем окружающий нас мир. Но сегодня давайте заглянем в себя.
- Как мы воспринимаем окружающий мир? Как художники или как мыслители?

Психологический тест

- 1). Переплетите пальцы рук.

Большой палец какой руки оказался у Вас сверху?

Запишите результат буквами «Л» или «П».

- 2). Скрестите руки на груди (поза «Наполеона»).

Кисть, какой руки оказалась сверху?

Запишите результат буквами «Л» или «П».

- 3). Изобразите «бурные аплодисменты».

Ладонь, какой руки у Вас сверху?

Запишите результат буквами «Л» или «П».

Подведем итоги

- ***Результат «ЛЛЛ» - Вы «художник»***
- У «художников» - более развитое правое полушарие и преобладает образное мышление

- ***Результат «ППП» - Вы «мыслитель»***
- У «мыслителей» – более развитое правое левое полушарие и логическое мышление

Упростить

● $\cos 3\alpha \cos \alpha + \sin 3\alpha \sin \alpha$

● $\sin 2\alpha \cos \alpha - \cos 2\alpha \sin \alpha$

●
$$\frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} 3\alpha}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} 3\alpha}$$

Вычислить

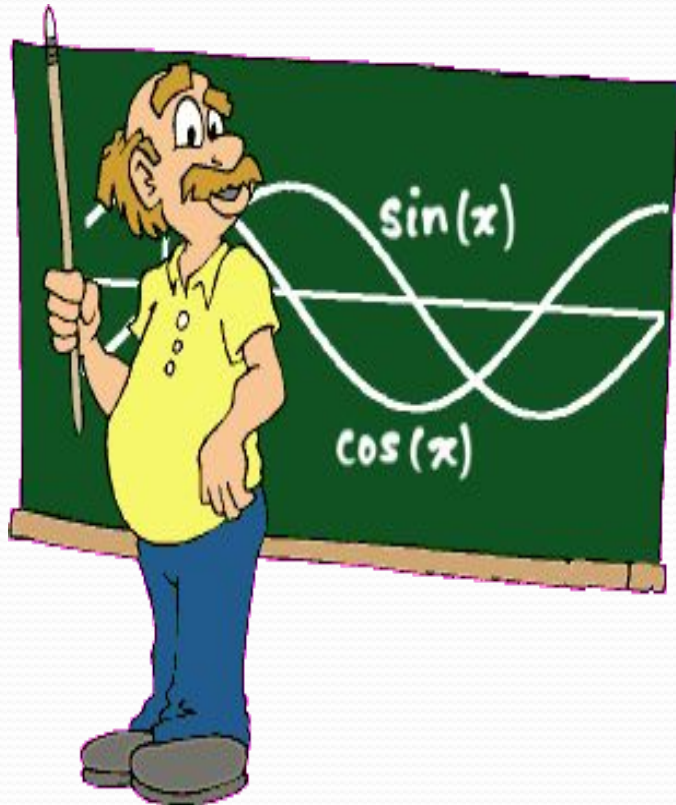
а) $\cos 18 \cos 12 - \sin 18 \sin 12$

б)
$$\frac{\operatorname{tg} 35^\circ + \operatorname{tg} 10^\circ}{1 - \operatorname{tg} 35^\circ \cdot \operatorname{tg} 10^\circ}$$

в) $\sin 150^\circ$

г) $\sin \alpha$ и $\operatorname{tg} \alpha$, если $\cos \alpha = 0,8$ и $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

Вычислить



$\sin 2\alpha$, $\cos 2\alpha$ и $\operatorname{tg} 2\alpha$,
если $\cos \alpha = 0,8$

$\sin \alpha = 0,6$ и $\operatorname{tg} \alpha = 3/4$

и $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

Решение

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = 2 \cdot 0,6 \cdot 0,8 = 0,96$$

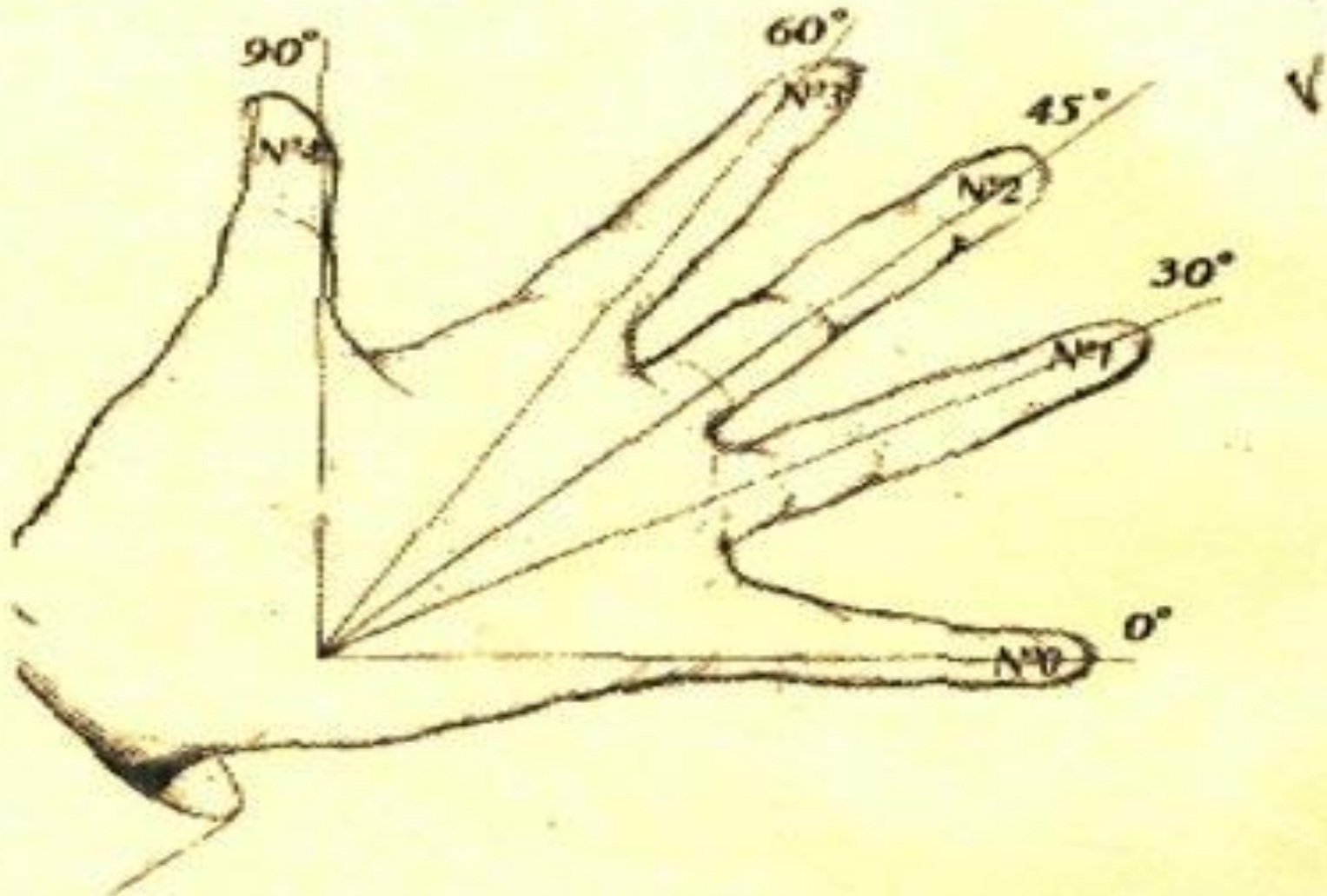
$$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 2 \cdot 0,64 - 1 = 0,28$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{2 \cdot \frac{3}{4}}{1 - \frac{9}{16}} = \frac{3}{2} \cdot \frac{16}{7} = \frac{24}{7}$$

Это интересно!

- *Оказывается, значения синусов и косинусов углов «находятся» на вашей ладони.*
- Протяните руку (любую) и разведите как можно сильнее пальцы.
- Оказывается между мизинцем и большим пальцем угол 90, между мизинцем и безымянным – 30, между мизинцем и средним – 45, между мизинцем и указательным – 60.
- **И это у всех людей без исключения.**
- Если пальцы считать лучами, исходящими из бугра Луны на ладони, то можно считать, что направление мизинца соответствует началу отсчета углов, т.е. 0 градусов.

Это интересно!



Это интересно!

Введем нумерацию пальцев:

- *мизинец № 0* – соответствует 0,
- *безымянный № 1* – соответствует 30,
- *средний № 2* – соответствует 45,
- *указательный № 3* – соответствует 60,
- *большой № 4* – соответствует 90.

Формулы двойного угла

Решение задач



Презентация выполнена учащимся 112 группы
КС и ПТ Симановским Максимом

Санкт – Петербург
2016



"Дорогу осилит идущий, а математику -мыслящий"

Формулы двойного угла

- $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$
- $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$
- $\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$
- $\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a$
- $\operatorname{tg} 2a = (2 \operatorname{tg} a) / (1 - \operatorname{tg}^2 a)$
- $1 - \cos 2a = 2 \sin^2 a$
- $1 + \cos 2a = 2 \cos^2 a$



Вычислить

● 1.
$$\frac{\operatorname{tg} \frac{5\pi}{12}}{\operatorname{tg}^2 \frac{5\pi}{12} - 1}$$

$$= \frac{2 \cdot \operatorname{tg} \frac{5\pi}{12}}{2 \cdot (- (1 - \operatorname{tg}^2 \frac{5\pi}{12}))} = \frac{1}{-2} \cdot \operatorname{tg}(2 \cdot \frac{5\pi}{12}) = -\frac{1}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{5\pi}{6} = -\frac{1}{2} \cdot (-\frac{1}{\sqrt{3}}) = \frac{1}{2\sqrt{3}}$$

● 2.
$$2 \sin^2 \frac{7\pi}{8} - 1$$

$$= - (1 - 2 \sin^2 \frac{7\pi}{8}) = -\cos(2 \cdot \frac{7\pi}{8}) = -\cos \frac{7\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Упростите выражение

Пример 1

$$\frac{\sin 40^\circ}{\sin 20^\circ} = \frac{\sin(2 \cdot 20^\circ)}{\sin 20^\circ} = \frac{2 \sin 20^\circ \cdot \cos 20^\circ}{\sin 20^\circ} = 2 \cos 20^\circ$$

Пример 2

$$\frac{\sin 2t}{\cos t} - \sin t = \frac{2 \sin t \cos t}{\cos t} - \sin t = 2 \sin t - \sin t = \sin t$$

Докажете тождество

1.
$$\frac{\sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha} = \operatorname{tg}\alpha$$

$$\frac{2\sin\alpha \cdot \cos\alpha}{\cos^2\alpha + \sin^2\alpha + \cos^2\alpha - \sin^2\alpha} = \frac{2\sin\alpha \cdot \cos\alpha}{2\cos^2\alpha} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \operatorname{tg}\alpha$$

Ч.Т.Д.

2.
$$\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{ctg}\alpha = \frac{2}{\sin 2\alpha}$$

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} + \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha}{\cos\alpha \cdot \sin\alpha} = \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot \cos\alpha \cdot \sin\alpha} = \frac{2}{\sin 2\alpha}$$

Ч.Т.Д.

Нахождение значений функций

Известно, что $\cos x = 0,8$; $0 < x < \frac{\pi}{2}$. Найдите: $\sin 2x$

Воспользуемся формулой

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \text{ и найдем } \sin x.$$

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$$

$$\sin x = \sqrt{1 - \cos^2 x} = \sqrt{1 - 0,8^2} = \sqrt{1 - 0,64} = \sqrt{0,36} = 0,6$$

$x \in I$ четверти

$$\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x = 2 \cdot 0,8 \cdot 0,6 = 0,96$$

Нахождение значений функций

Известно, что $\cos x = 0,8$; $0 < x < \frac{\pi}{2}$. Найдите: $\cos 2x$

Воспользуемся формулой

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$$

$$\cos 2x = 2 \cdot (0,8)^2 - 1 = 1,28 - 1 = 0,28$$

Самостоятельная работа

I уровень (ЛЛЛ)

1. Упростите выражения:

1) $1 - \cos 2\alpha$

2) $\frac{\cos 2\alpha + 1}{\sin 2\alpha}$

3) $2 \sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ$

4) $\cos^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8}$

2. Известно, что

$$\sin t = \frac{5}{13}, \frac{\pi}{2} < t < \pi.$$

Найдите:

$$\sin 2t$$

II уровень (ППП)

1. Упростите выражения:

1) $\frac{\sin 2\varphi}{2 \cos \varphi}$

2) $\operatorname{tg}^2 \beta \cdot (1 + \cos 2\beta)$

3) $\cos^2 \alpha - \cos 2\alpha$

4) $\frac{\cos 2\alpha - \cos^2 \alpha}{1 - \cos^2 \alpha}$

2. Известно, что

$$\sin t = \frac{5}{13}, \frac{\pi}{2} < t < \pi.$$

Найдите: $\operatorname{tg} 2t$

Домашнее задание

№ 505,508

Спасибо за работу!