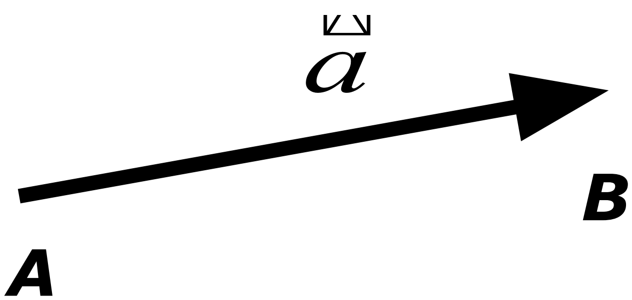
ВЕКТОРЫ В ПРОСТРАНСТВЕ

Направленный отрезок АВ



А – начало вектора

В – конец вектора

Обозначения:

$$\overrightarrow{AB} = \vec{a}$$

ВЕКТОР ЗАДАЕТСЯ КООРДИНАТАМИ

A (a_1, a_2, a_3)

B (b_1, b_2, b_3)

Вычисление координат вектора:

$$\vec{a} = \overrightarrow{AB} = \left(\underbrace{b_1 - a_1}_{x} ; \underbrace{b_2 - a_2}_{y} ; \underbrace{b_3 - a_3}_{z} \right)$$

МОДУЛЬ ВЕКТОРА

Известны координаты вектора

$$\vec{a} = \overrightarrow{AB} = (x; y; z)$$

Длина вектора (модуль)

$$|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

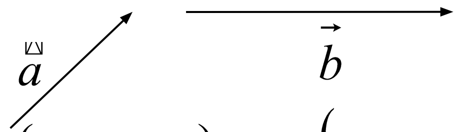
Нулевой вектор: $\left|\overrightarrow{AB}\right| = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{0}$

Равные векторы: $\vec{a} = \vec{b} \Rightarrow$ 1) $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$;

2) $\left|\vec{a}\right| = \left|\vec{b}\right|$

ДЕЙСТВИЯ НАД ВЕКТОРАМИ

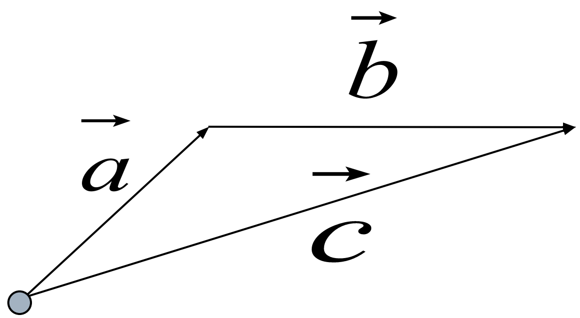
1. Сложение

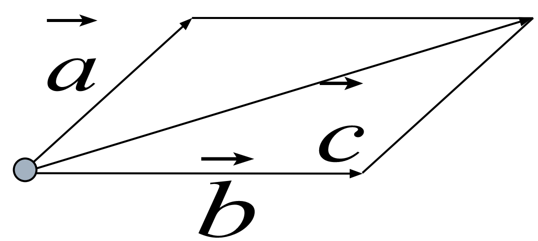


$\vec{a}\,(x_1, y_1, z_1)$ $\quad$ $\vec{b}\,(x_2, y_2, z_2)$

Правило

треугольника | ***параллелограмма***

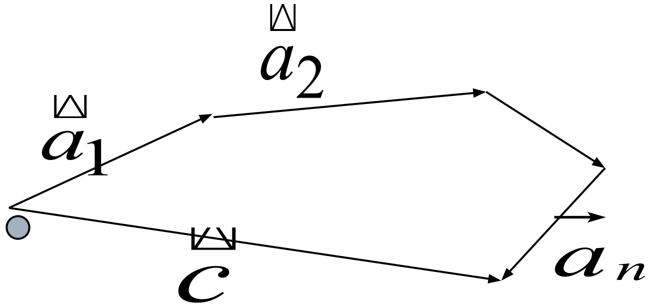




$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} = (x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2)$$

СЛОЖЕНИЕ ВЕКТОРОВ

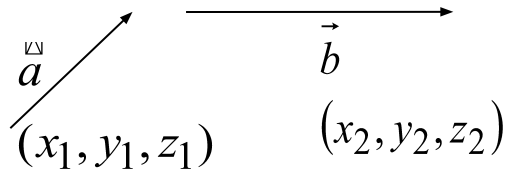
Правило многоугольника

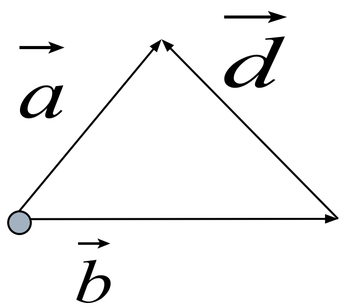


$$\vec{c} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \ldots + \vec{a}_n$$

ДЕЙСТВИЯ НАД ВЕКТОРАМИ

2. Вычитание





$$\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} = (x_1 - x_2; y_1 - y_2; z_1 - z_2)$$

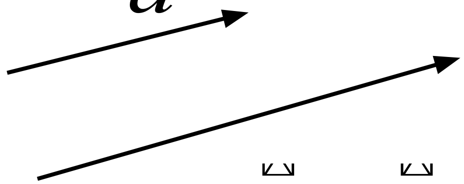
ДЕЙСТВИЯ НАД ВЕКТОРАМИ

3. Умножение вектора на число (λ)

$$\vec{a} = \overrightarrow{AB} = (x; y; z) \quad \Rightarrow \quad \lambda\vec{a} = (\lambda x; \lambda y; \lambda z)$$

$\lambda > 0$

$\vec{a}$



$$\lambda\vec{a} = \vec{b}$$

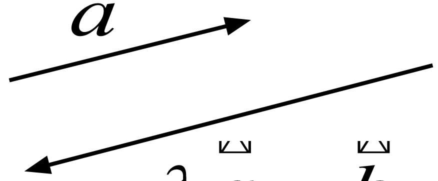
$$\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$$

Векторы сонаправленые

(одинаково направленные)

$\lambda < 0$

$\vec{a}$



$$\lambda\vec{a} = \vec{b}$$

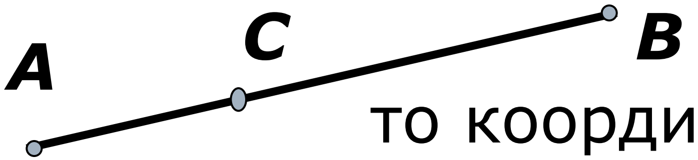
$$\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{b}$$

Векторы противоположно направленные

ДЕЛЕНИЕ ОТРЕЗКА В ДАННОМ СООТНОШЕНИИ НА ПЛОСКОСТИ

Отрезок *AB* разделен точкой *C* в отношении

$$|AC|:|CB| = \lambda,$$



то координаты точки *C* находятся по формулам:

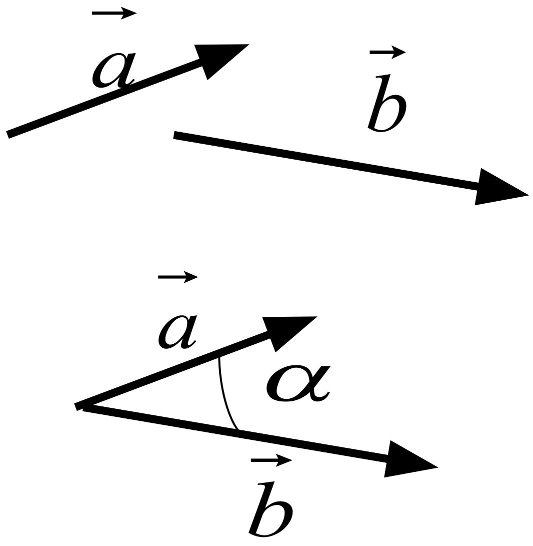
$$x_C = \frac{x_A + \lambda x_B}{1+\lambda}; \quad y_C = \frac{y_A + \lambda y_B}{1+\lambda}$$

Если $\lambda = 1,$ то отрезок *AB* разделен точкой С пополам.

Координаты середины находят по формулам:

$$x_C = \frac{x_A + x_B}{2}; y_C = \frac{y_A + y_B}{2}; z_C = \frac{z_A + z_B}{2}$$

СКАЛЯРНОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ ВЕКТОРОВ



Скалярным произведением двух векторов называется произведение их длин на косинус угла между ними:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \left|\vec{a}\right| \cdot \left|\vec{b}\right| \cos\alpha$$

СКАЛЯРНОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ ВЕКТОРОВ

Скалярное произведение векторов

$$\vec{a} = (x_1; y_1; z_1); \vec{b} = (x_2; y_2; z_2)$$

выражается формулой:

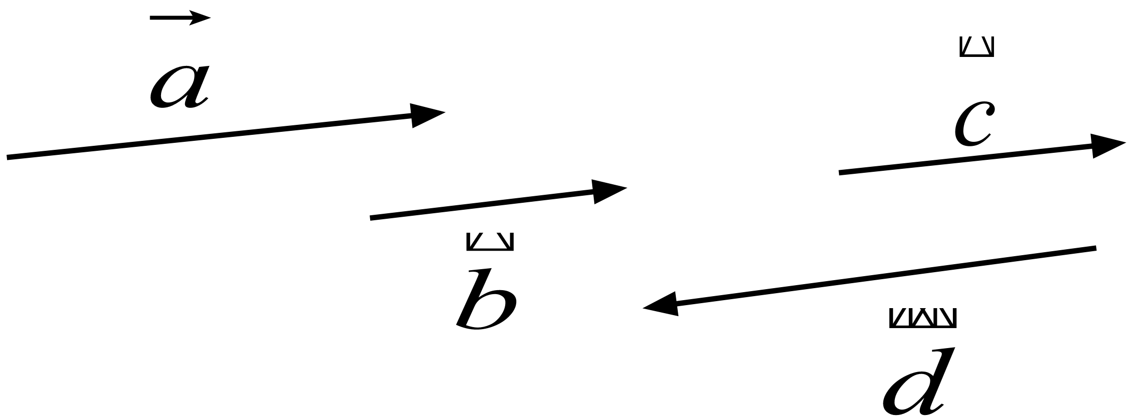
$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2$$

Косинус угла между ненулевыми векторами:

$$\cos\alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

КОЛЛИНЕАРНОСТЬ ВЕКТОРОВ

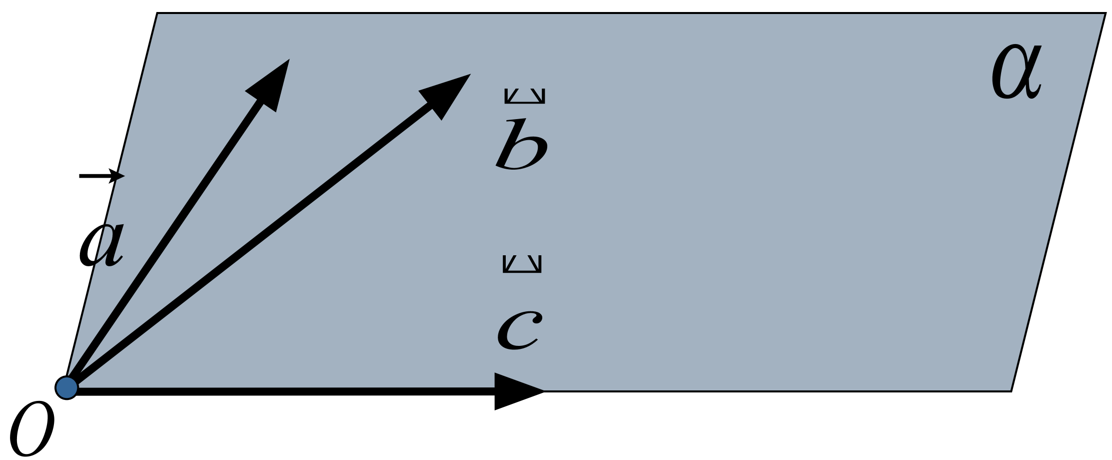
Векторы лежат на одной прямой или параллельных прямых



Обозначают: $\vec{a} \parallel \vec{b}$

КОМЛАНАРНОСТЬ ВЕКТОРОВ

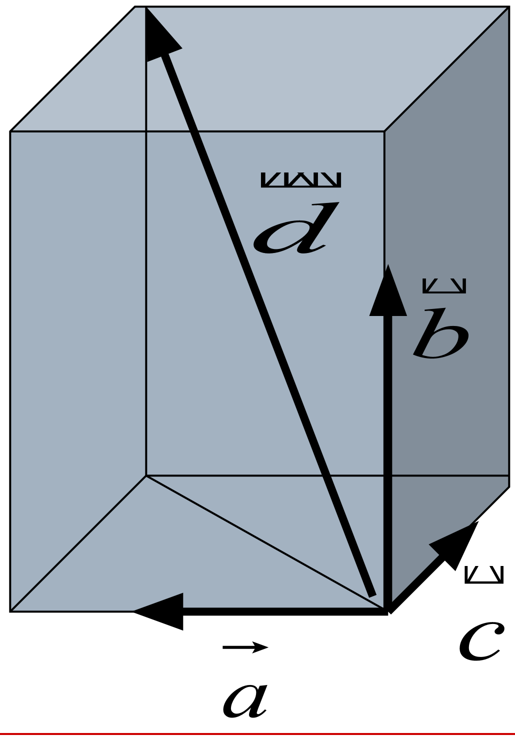
Векторы называются компланарными, если отложены из одной точки и лежат в одной плоскости



$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ - компланарны $\Longrightarrow$ $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, где x и y – некоторые числа.

ПРАВИЛО ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА

Любой вектор можно разложить по трем данным некомпланарным векторам:



$$\vec{d} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$$