

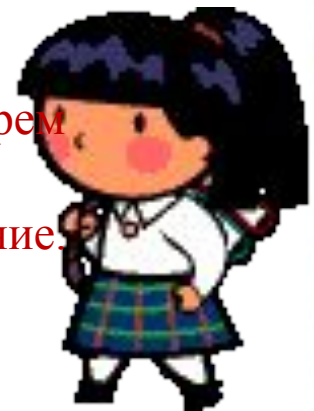


# Построение треугольника по трем элементам.



Цель урока:

- ❖ рассмотреть задачи на построение треугольника по трем элементам;
- ❖ совершенствовать навыки решения задач на построение.

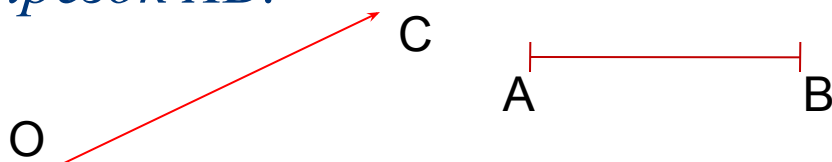


# Давай- те вспомним

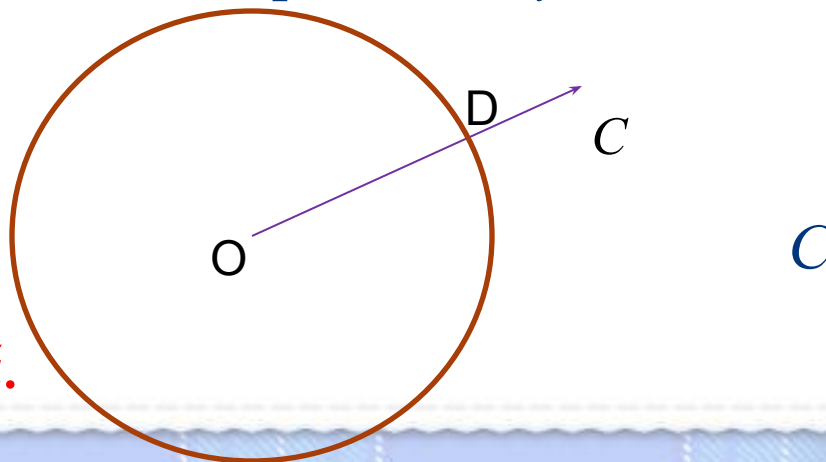
Задача 1: на данном луче от его начала отложить отрезок, равный данному.

Решение.

Изобразим фигуры, данные в условии задачи: луч  $OC$  и отрезок  $AB$ .



Затем циркулем построим окружность радиуса  $AB$  с центром  $O$ . Эта окружность пересечет луч  $OC$  в некоторой точке  $D$ .



Отрезок  $OD$  – искомый.



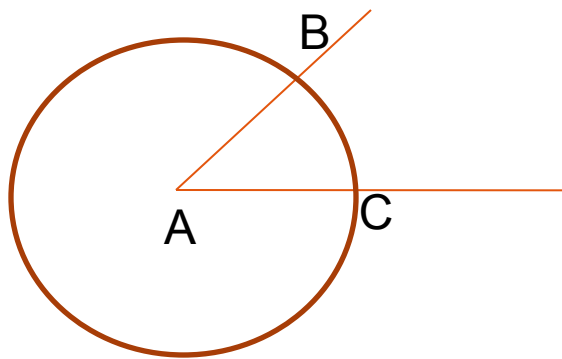
Задача 2: отложить от данного луча угол, равный данному.

Решение.

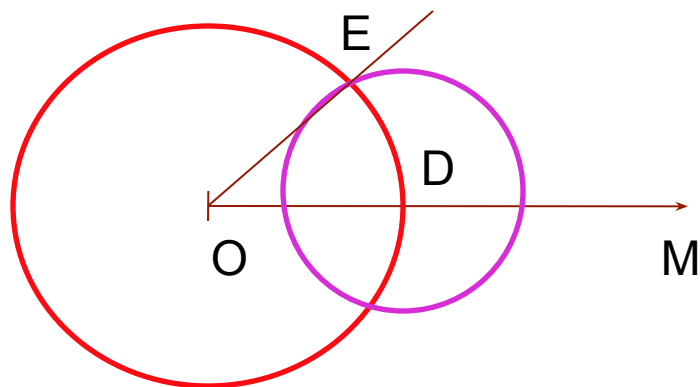
Изобразим фигуры, данные в условии: угол с вершиной  $A$  и луч  $OM$ .



Проведем окружность произвольного радиуса с центром в вершине  $A$  данного угла. Эта окружность пересекает стороны угла в точках  $B$  и  $C$ .



*Затем проведем окружность того же радиуса с центром в начале данного луча  $OM$ . Она пересекает луч в точке  $D$ . После этого построим окружность с центром  $D$ , радиус, которой равен  $BC$ . Окружности пересекаются в*



*двух точках. Одну обозначим буквой  $E$ . Получим угол  $MOE$*

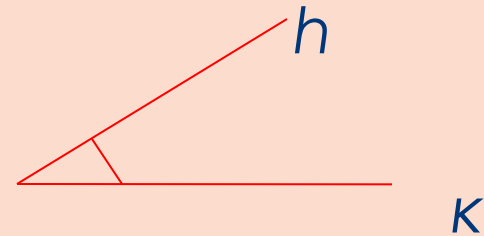
# Задача 1

Построить треугольник по двум сторонам и углу между ними.

**Решение:**

Прежде всего уточним, как нужно понимать эту задачу, т. е. что здесь дано и что нужно построить.

Даны отрезки  $P_1Q_1$ ,  $P_2Q_2$  угол  $hk$ .



Требуется с помощью циркуля и линейки (без масштабных делений) построить такой треугольник  $ABC$ , у которого две стороны, скажем  $AB$  и  $AC$ , равны данным отрезкам  $P_1Q_1$  и  $P_2Q_2$ , а угол  $A$  между этими сторонами равен данному углу  $h_k$ .





Проведем прямую  $a$  и на ней с помощью циркуля отложим отрезок  $AB$ , равный отрезку  $P_1Q_1$

Затем построим угол  $BAM$ , равный данному углу  $hk$ .  
(как это сделать, мы знаем).

На луче  $AM$  отложим отрезок  $AC$ , равный отрезку  $P_2Q_2$ , и проведем отрезок  $BC$ .

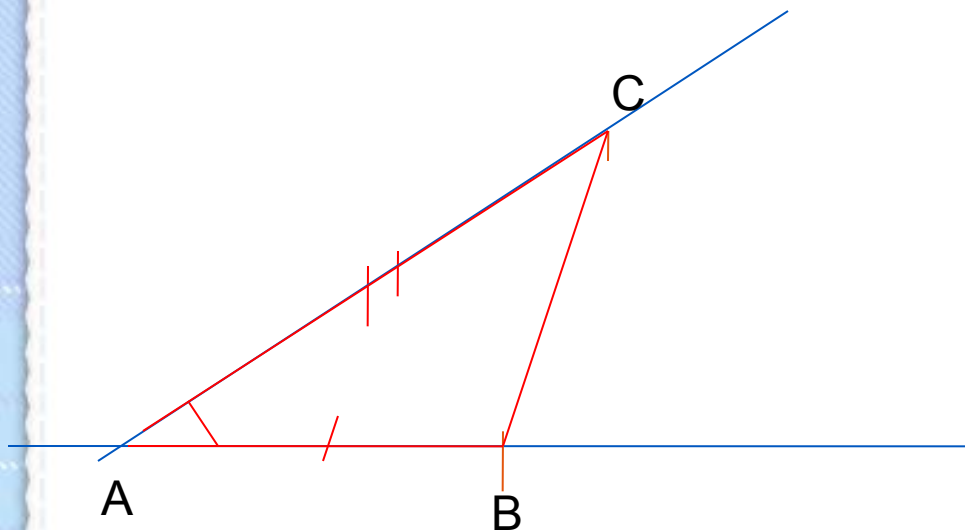
Построенный треугольник  $ABC$  — искомый.

В самом деле, по построению  $AB = P_1Q_1$ ,  $AC = P_2Q_2$ ,  
 $\angle A = \angle hk$ .



*Построенный треугольник  $ABC$  — искомый.*

*В самом деле, по построению  $AB = P_1Q_1$ ,  $AC = P_2Q_2$ ,  
 $\angle A = \angle hk$ .*

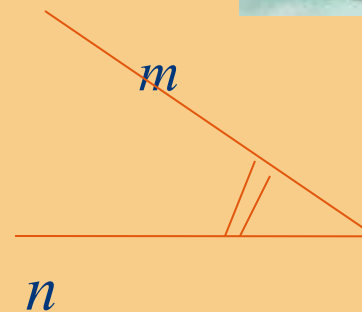
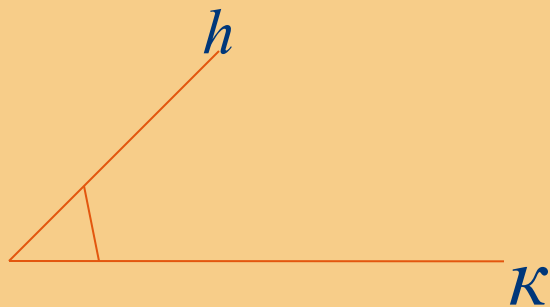


Описанный ход построения показывает, что при любых данных отрезках  $P_1Q_1$ ,  $P_2Q_2$  и данном неразвернутом угле  $\angle K$  искомый треугольник построить можно. Так как прямую  $a$  и точку  $A$  на ней можно выбрать произвольно, то существует бесконечно много треугольников, удовлетворяющих условиям задачи. Все эти треугольники равны друг другу (по первому признаку равенства треугольников), поэтому принято говорить, что **данная задача имеет единственное решение.**

## Задача 2

*Построить треугольник по стороне и двум прилежащим к ней углам.*

$P_1$  |-----|  $Q_1$







## Задача 3

*Построить треугольник по трем его сторонам.*

### *Решение.*

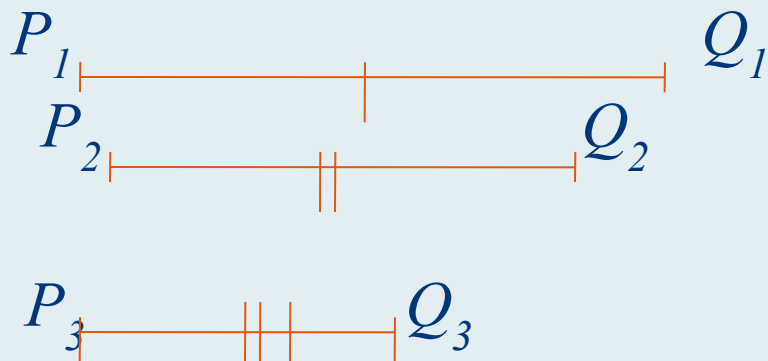
*Пусть даны отрезки  $P_1Q_1$ ,  $P_2Q_2$  и  $P_3Q_3$ . Требуется построить треугольник  $ABC$ , в котором*

$$AB = P_1Q_1, \quad AC = P_2Q_2, \quad BC = P_3Q_3.$$

*Проведем прямую и на ней с помощью циркуля отложим отрезок  $AB$ , равный отрезку  $P_1Q_1$ . Затем построим две окружности: одну — с центром  $A$  и радиусом  $P_2Q_2$ ,*

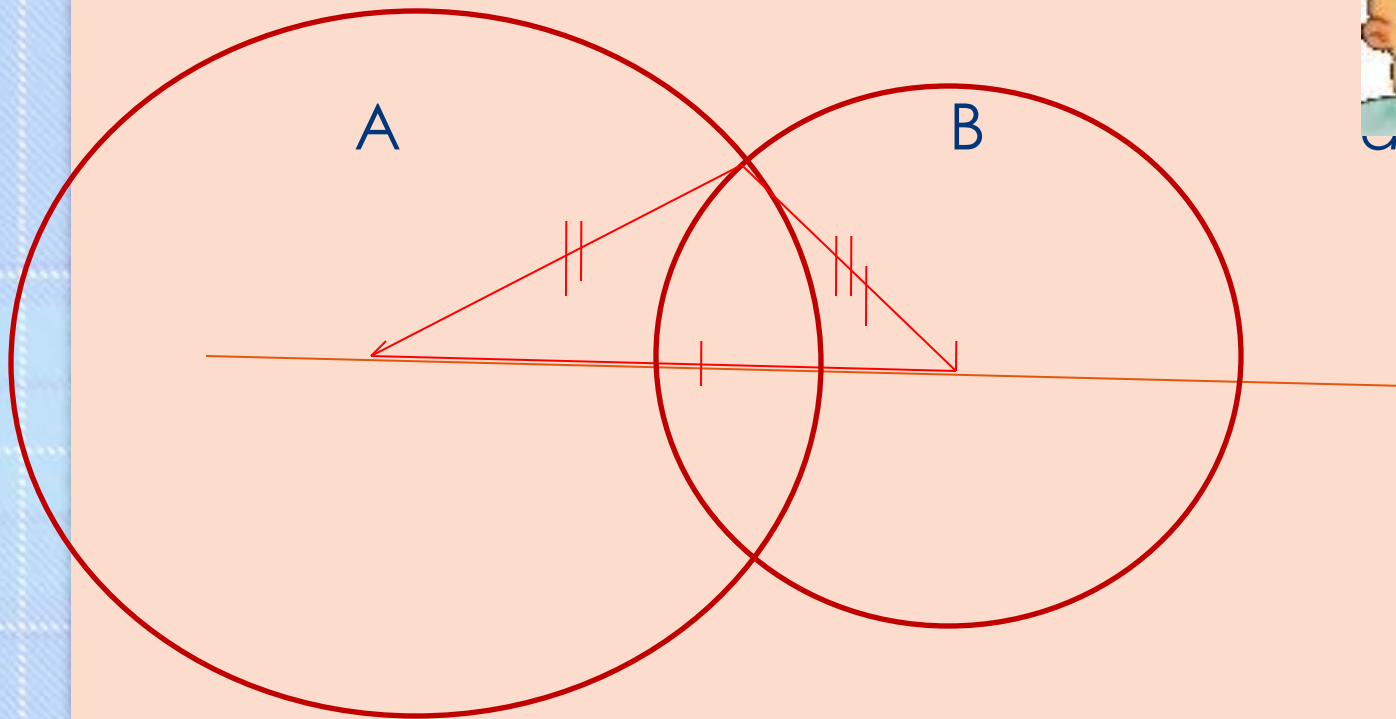
а другую — с центром  $B$  и радиусом  $P_3Q_3$ .

Пусть точка  $C$  — одна из точек пересечения этих окружностей. Проведем отрезки  $AC$  и  $BC$ , получим искомый треугольник  $ABC$ .





Построенный треугольник  $ABC$ , в котором  
 $AB = P_1Q_1$ ,  $AC = P_2Q_2$ ,  $BC = P_3Q_3$ .



Построение треугольника по трем сторонам.

В самом деле, по построению  $AB = P_1Q_1$ ,  
 $AC = P_2Q_2$ ,  $BC = P_3Q_3$ , т.е. стороны треугольника  $ABC$   
равны данным отрезкам.

Задача 3 не всегда имеет решение.

**Действительно**, во всяком треугольнике сумма  
любых двух сторон больше третьей стороны,  
поэтому если какой-нибудь из данных отрезков больше  
или равен сумме двух других, то нельзя построить  
треугольник, стороны которого равнялись бы  
данным отрезкам.

# Итог урока.

**Рассмотрим схему, по которой обычно решают задачи на построение с помощью циркуля и линейки.**

*Она состоит из частей:*

- 1. Отыскание способа решения задачи путём установления связей между искомыми элементами и данными задачи. Анализ дает возможность составить план решения задачи на построение.*
- 2. Выполнение построения по намеченному плану.*
- 3. Доказательство того, что построенная фигура удовлетворяет условиям задачи.*
- 4. Исследование задачи, т.е. выяснение вопроса о том, при любых ли данных задача имеет решение, и если имеет, то сколько решений.*

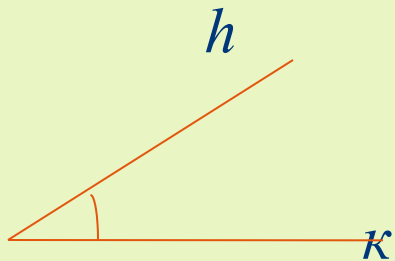
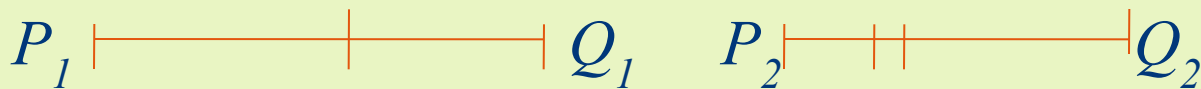


*Постройте треугольник по стороне, прилежащему к ней углу и биссектрисе треугольника, проведенной из вершины этого угла.*

## Решение.

Требуется построить треугольник  $ABC$ , у которого одна из сторон, например  $AC$ , равна данному отрезку  $P_1Q_1$ , угол  $A$  равен данному углу  $hk$ , а биссектриса  $AD$  этого треугольника равна данному отрезку  $P_2Q_2$ .

*Даны отрезки  $P_1Q_1$  и  $P_2Q_2$  и угол  $hk$  (рисунок а).*



*рисунок а*

*Построение (рисунок б).*

- 1) Построим угол  $\angle XAU$ , равный данному углу  $\angle h_k$ .*
- 2) На луче  $AU$  отложим отрезок  $AC$ , равный данному отрезку  $P_1Q_1$ .*
- 3) Построим биссектрису  $AF$  угла  $\angle XAU$ .*
- 4) На луче  $AF$  отложим отрезок  $AD$ , равный данному отрезку  $P_2Q_2$ .*
- 5) Искомая вершина  $B$  — точка пересечения луча  $AX$  с прямой  $CD$ . Построенный треугольник  $ABC$  удовлетворяет всем условиям задачи:  $AC = P_1Q_1$ ,  $\angle A = \angle h_k$ ,  $AD = P_2Q_2$ , где  $AD$  — биссектриса треугольника  $ABC$ .*

**Вывод:** построенный треугольник  $ABC$

удовлетворяет всем условиям задачи:

$AC = P_1 Q_1$  ;  $\angle A = \angle hk$ ,  $AD = P_2 Q_2$  ,  
где  $AD$  - биссектриса треугольника  $ABC$

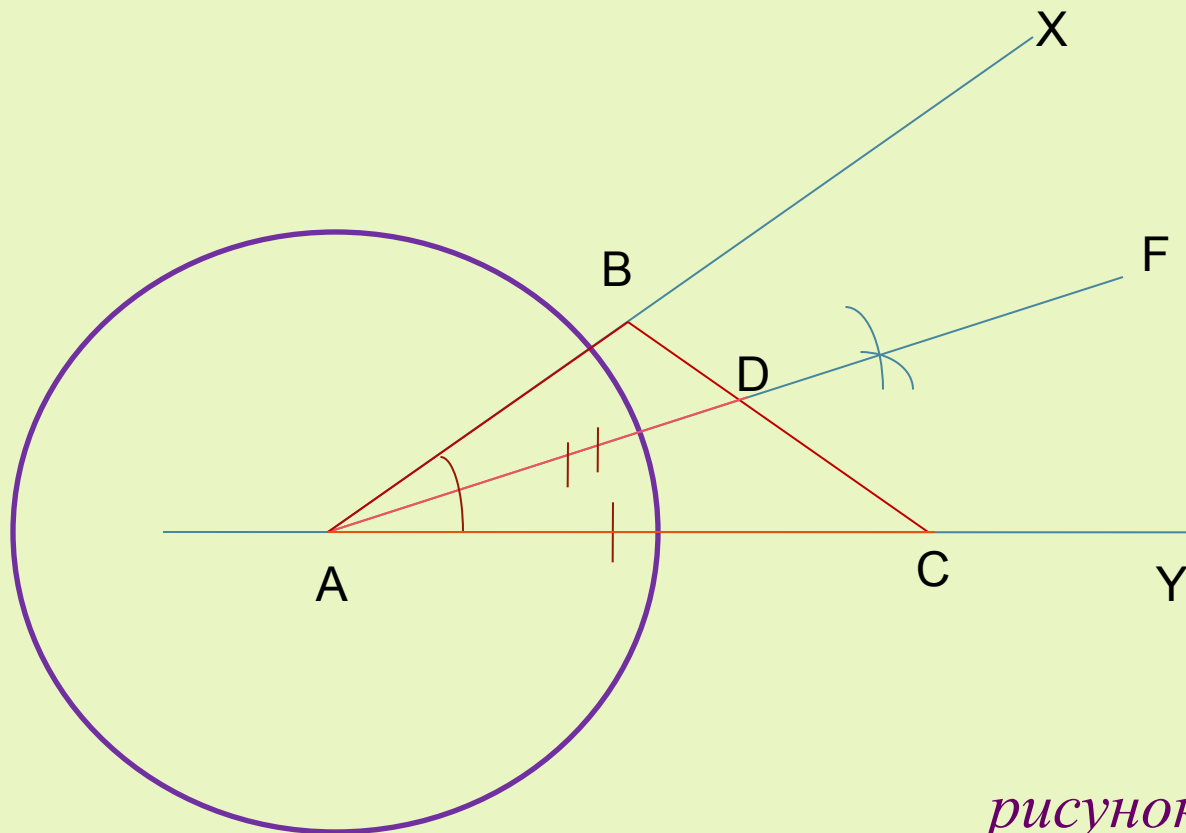


рисунок б



# **Домашнее задание.**

**Вопросы: 18,20 стр. 88.**

**№ 283, 287.**



*Желаю  
успехов в изучении  
геометрии!!!*