

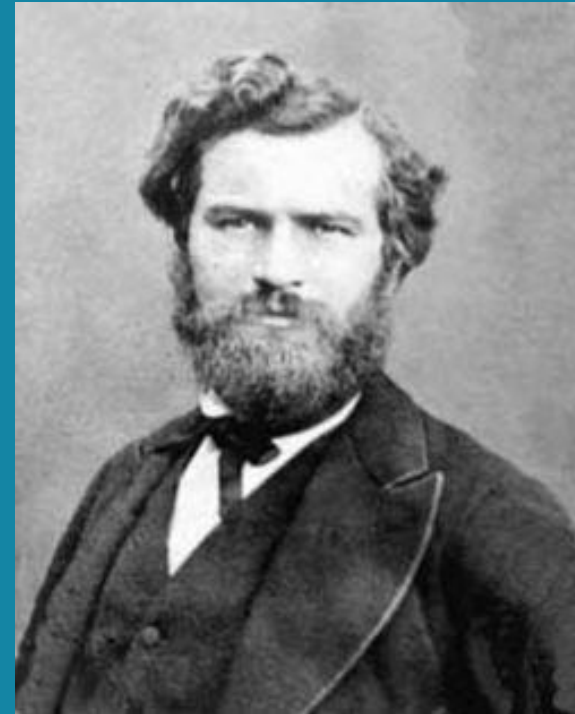


ОБЪЕМ ТЕЛА

**Объём** — это аддитивная функция от множества (мера), характеризующая вместимость области пространства, которую оно занимает. Изначально возникло и применялось без строгого определения в отношении тел трёхмерного евклидова пространства. Первые точные определения были даны Пеано (1887) и Жорданом (1892). Впоследствии понятие было обобщено Лебегом на более широкий класс множеств.

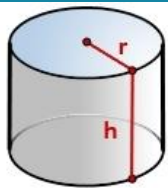


**Джузеппе Пеано**



**Мари Эммон Камиль (Камилл) Жордан**

# Каждая объемная фигура имеет объем.

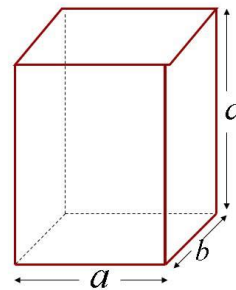


**h** - высота цилиндра  
**r** - радиус основания  
 $\pi \approx 3,14$

Объем цилиндра, (**V**):

$$V = \pi r^2 h$$

Reshalkin.su

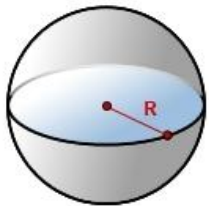


Объем прямоугольного параллелепипеда

**V** - объем

$$V = abc$$

**a** - длина  
**b** - ширина  
**c** - высота } - измерения

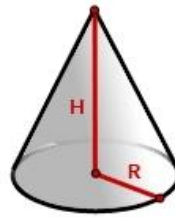


**R** - радиус шара  
 $\pi \approx 3,14$

Объем шара, (**V**):

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

Reshalkin.su

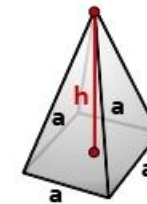


**H** - высота конуса  
**R** - радиус основания  
 $\pi \approx 3,14$

Объем конуса, (**V**):

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

Reshalkin.su

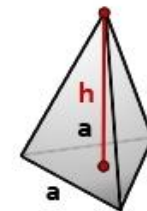


**h** - высота пирамиды  
**a** - сторона основания

Объем правильной четырехугольной пирамиды, (**V**):

$$V = \frac{1}{3} h a^2$$

Reshalkin.su



**h** - высота пирамиды  
**a** - сторона основания

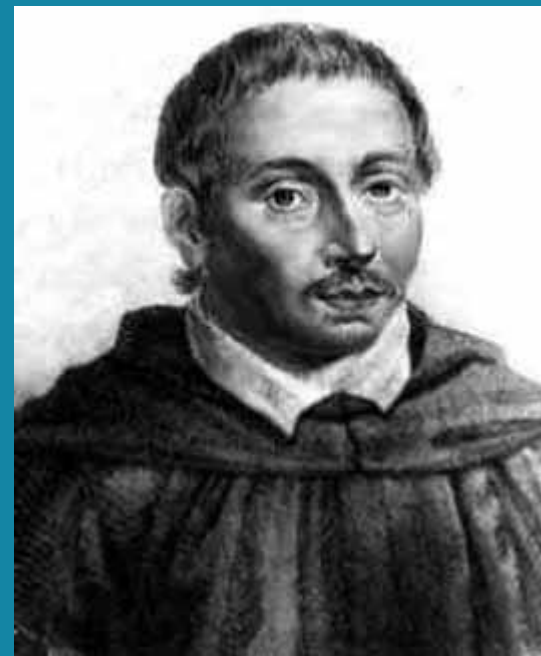
Объем правильной треугольной пирамиды, (**V**):

$$V = \frac{h a^2}{4\sqrt{3}}$$

Reshalkin.su

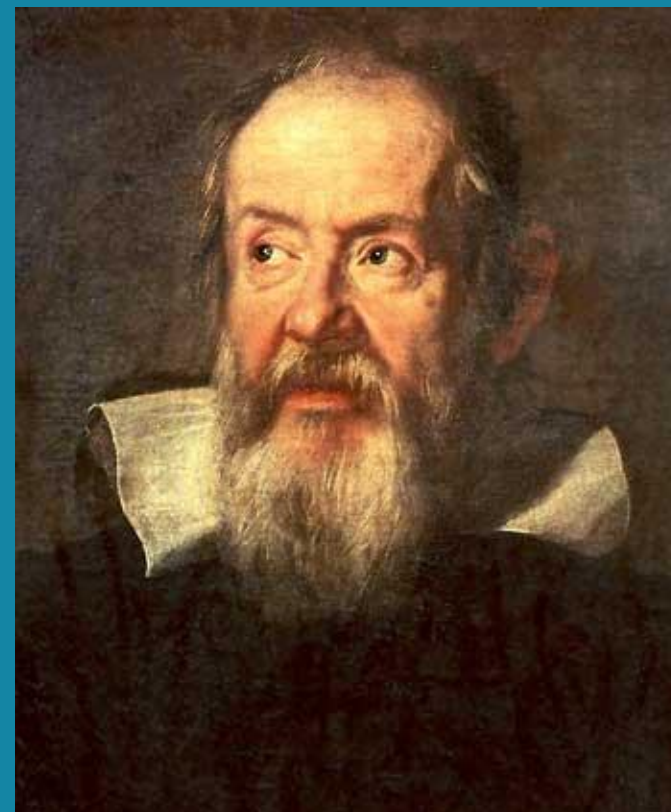
## КАВАЛЬЕРИ ПРИНЦИП

В XVII в. началась эпоха интегрального исчисления. Математики возвращались к задачам о вычислении площадей криволинейных фигур и объемов «кривых» тел, которыми так успешно занимался в древности Архимед.



Кавальери, Бонавентура

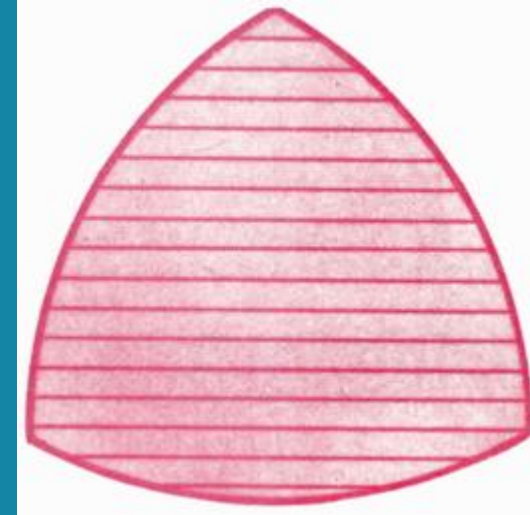
Интересовался этим вопросом и итальянский монах Бонавентура Кавальери (1598-1647). Он занимал кафедру математики в Болонском университете. В переписке с астрономом и математиком Г. Галилеем они обсуждали разнообразные механические и математические проблемы, и в частности метод «неделимых». Галилей собирался, но так и не написал книгу об этом методе. В 1635 г. вышла книга Кавальери «Геометрия, изложенная новым способом при помощи неделимых частей непрерывных величин».



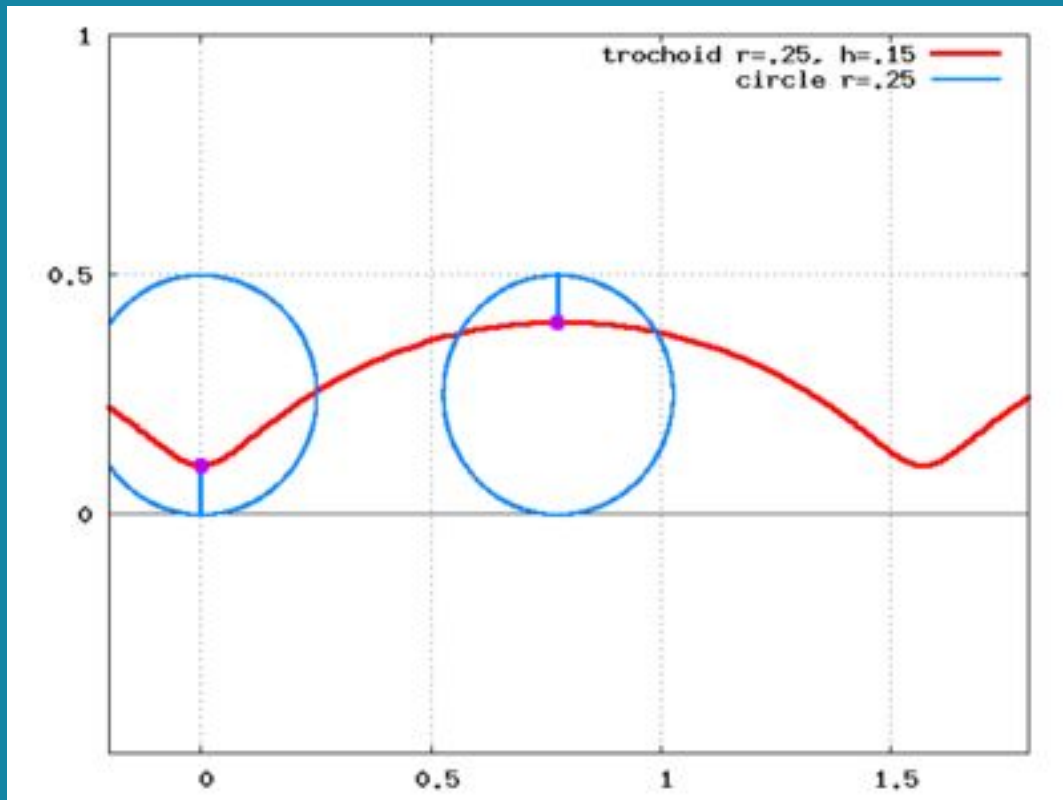
Галилео Галилей

При вычислении площадей многоугольников бывает полезно преобразовывать фигуры, не меняя их площадей, например разрезать на части и составлять новые (см. Равносоставленные и равновеликие фигуры). Так можно преобразовать друг в друга треугольники с равными основаниями и высотами.

Можно ли аналогичным образом преобразовывать криволинейные фигуры? Кавальери представляет их себе состоящими из бесконечно тонких параллельных плоских слоев - «неделимых» или «нитей» (рис. 1) и утверждает, что площадь не меняется при сдвигах этих слоев друг относительно друга. Иначе, принцип Кавальери состоит в том, что если пересечь фигуру семейством всех прямых, параллельных заданной, то длины пересечений полностью определяют площадь фигуры.



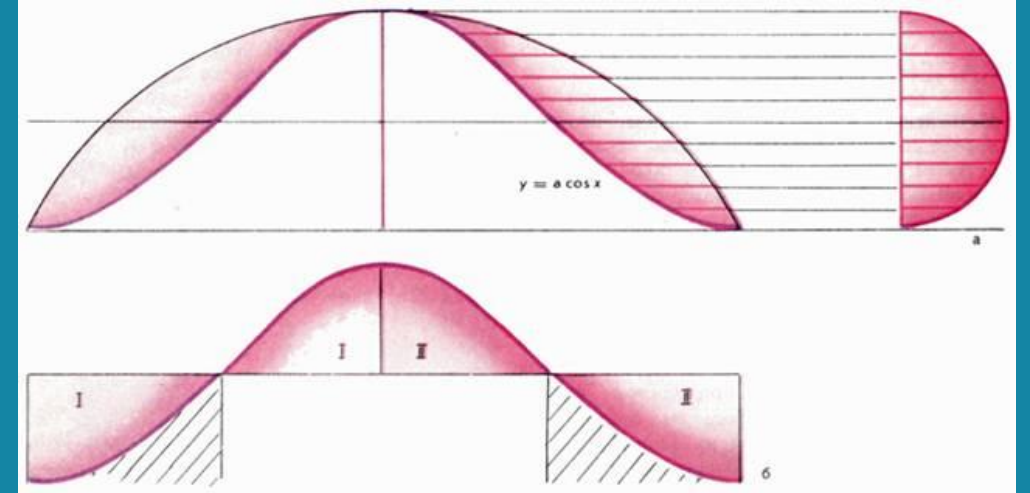
(рис. 1)



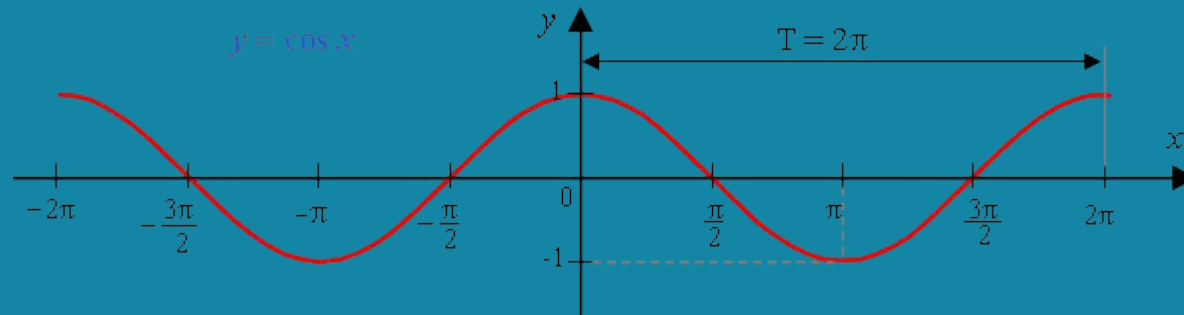
В частности, если у двух фигур эти длины совпадают, то они равновелики. Строгого обоснования своего принципа Кавальери не дал, но рассмотрел его многочисленные применения. Например, на основе этого принципа легко получается равновеликость треугольников с равными основаниями и высотами. Одно из самых удивительных применений принципа Кавальери принадлежит французскому математику Ж. Робервалю (1602-1675), который нашел площадь сегмента, ограниченного одной аркой циклоиды.

**Циклоида** (от греч. *κυκλοειδής* — круглый) — плоская кривая. Циклоида определяется кинематически как траектория фиксированной точки *производящей* окружности радиуса  $r$ , катящейся без скольжения по прямой.

В каждый момент времени Роберваль проектировал точку, двигающуюся по циклоиде, на вертикальный диаметр катящегося круга. Получалась новая кривая, которую Роберваль назвал спутницей циклоиды (рис. 2, а). Но потом выяснилось, что это синусоида, и это было первое (1634) появление ее в математике!



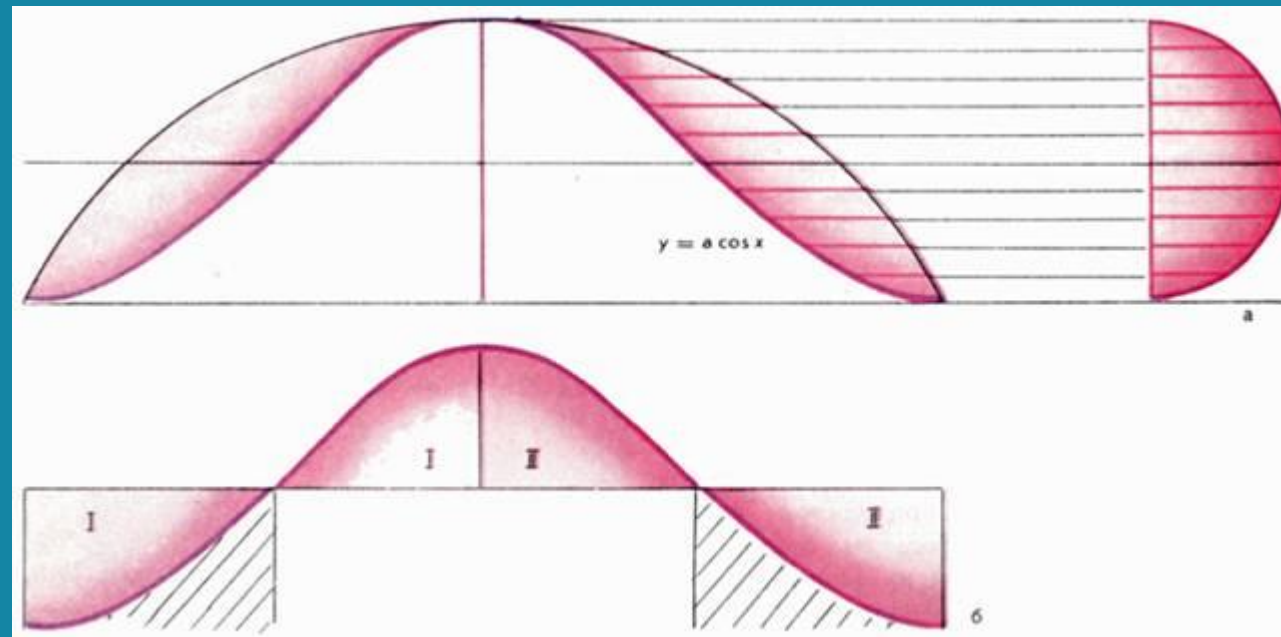
(рис. 2).



**Синусоида** — плоская кривая, задаваемая в прямоугольных координатах уравнением  $Y = \cos x$



Площадь под аркой синусоиды легко вычисляется при помощи перехода к равносоставленному с ней прямоугольнику площадью  $2\pi$  (рис. 2,б). Каждая из оставшихся двух фигур, которые называли лепестками Роберваля, по принципу Кавальери равновелика вертикальному полукругу, т.е. общая площадь равна  $3\pi$



# Объем в химии и физике.

В химии есть объем вещества, и молярные объем.

В физике объем находят через такую формулу



**ФОРМУЛЫ**

Масса вещества	Объем вещества
$m$ (г)	$V$ (л)
$m = n \cdot M$	$V = n \cdot V_m$

$n$  – количество вещества (моль)

$M$ – молярная масса (г/моль)	$V$ – молярный объем (л/моль)
-------------------------------	-------------------------------

MyShared

$$V = \frac{m}{\rho}$$

Работу выполнила  
Граждан Анна