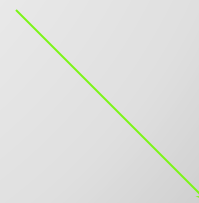
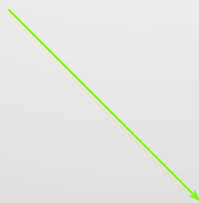
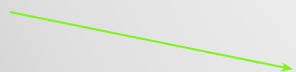


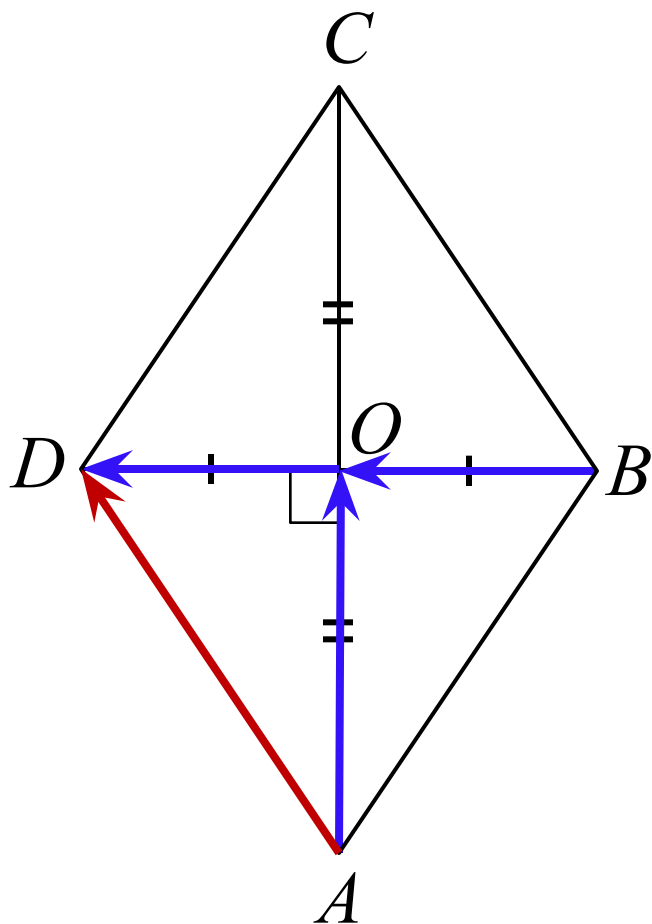
Решение задач . геометрия по теме Векторы

Подготовка к ЕГЭ и ОГЭ



Прототип задания В3

1. Диагонали ромба $ABCD$ пересекаются в точке O и равны 12 и 16. Найдите длину вектора $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO}$



Решение.

По правилу треугольника:

$$\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AD}$$

Найдём длину AD из п/у $\triangle AOD$

(т.к. $ABCD$ – ромб, то $AC \perp BD$)

$$|\overrightarrow{AD}|^2 = AD^2 = AO^2 + OD^2$$

$$AD^2 = 8^2 + 6^2 = 100$$

$$AD = \sqrt{100} = 10$$

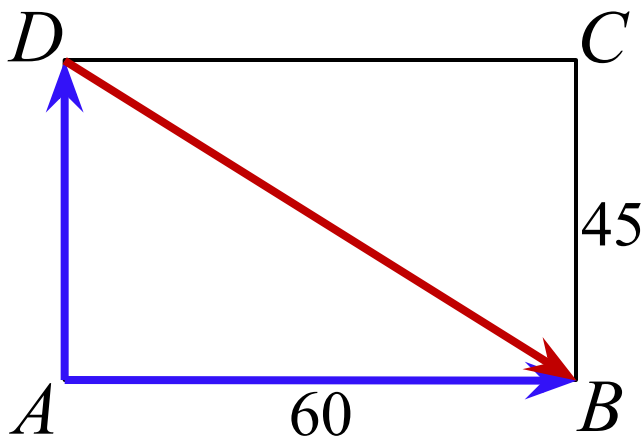
Ответ: 10.

Прототип задания В3

Две стороны прямоугольника $ABCD$ равны 60 и 45. Найдите длину разности векторов \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{AD} .

Прототип задания В3

Две стороны прямоугольника $ABCD$ равны 60 и 45. Найдите длину разности векторов \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{AD} .



Решение.

По правилу треугольника:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DA} = \\ &= \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DB}\end{aligned}$$

$$|\overrightarrow{DB}| = DB = \sqrt{AB^2 + AD^2}$$

$$|\overrightarrow{DB}| = \sqrt{60^2 + 45^2} = \sqrt{5625} = 75$$

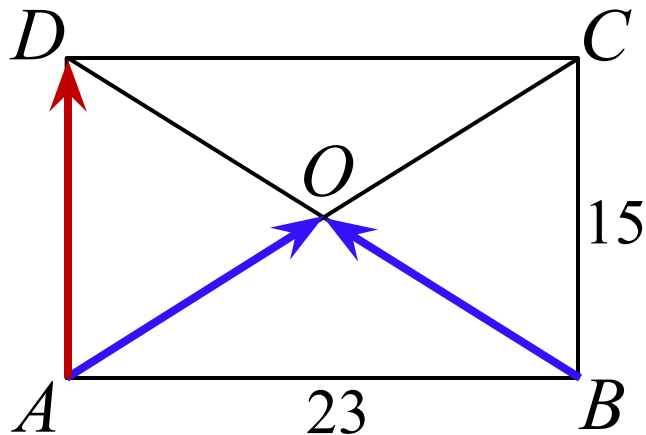
Ответ: 75.

Прототип задания В3

Две стороны прямоугольника равны 15 и 23. Диагонали пересекаются в точке O . Найдите длину суммы векторов \vec{AO} и \vec{BO} .

Прототип задания В3

Две стороны прямоугольника равны 15 и 23. Диагонали пересекаются в точке O . Найдите длину суммы векторов \vec{AO} и \vec{BO} .



Решение.

По правилу треугольника:

$$\vec{AO} + \vec{BO} = \vec{AO} + \vec{OD} = \vec{AD}$$

$$|\vec{AD}| = 15$$

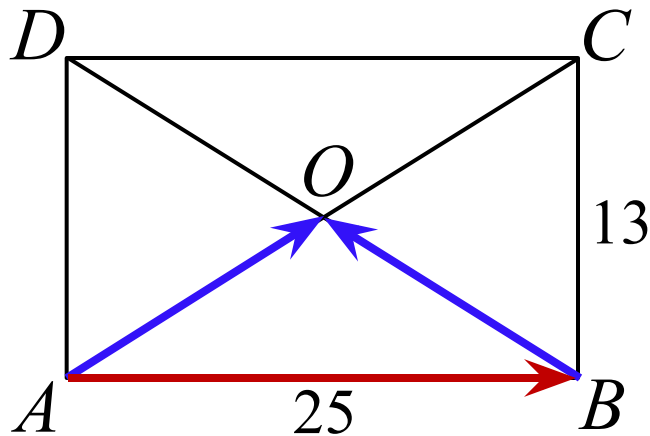
Ответ: 15.

Прототип задания В3

Две стороны прямоугольника равны 13 и 25. Диагонали пересекаются в точке O . Найдите длину разности векторов \overrightarrow{AO} и \overrightarrow{BO} .

Прототип задания В3

Две стороны прямоугольника равны 13 и 25. Диагонали пересекаются в точке O . Найдите длину разности векторов \vec{AO} и \vec{BO} .



Решение.

По правилу треугольника:

$$\vec{AO} - \vec{BO} = \vec{AO} + \vec{OB} = \vec{AB}$$

$$|\vec{AB}| = 25$$

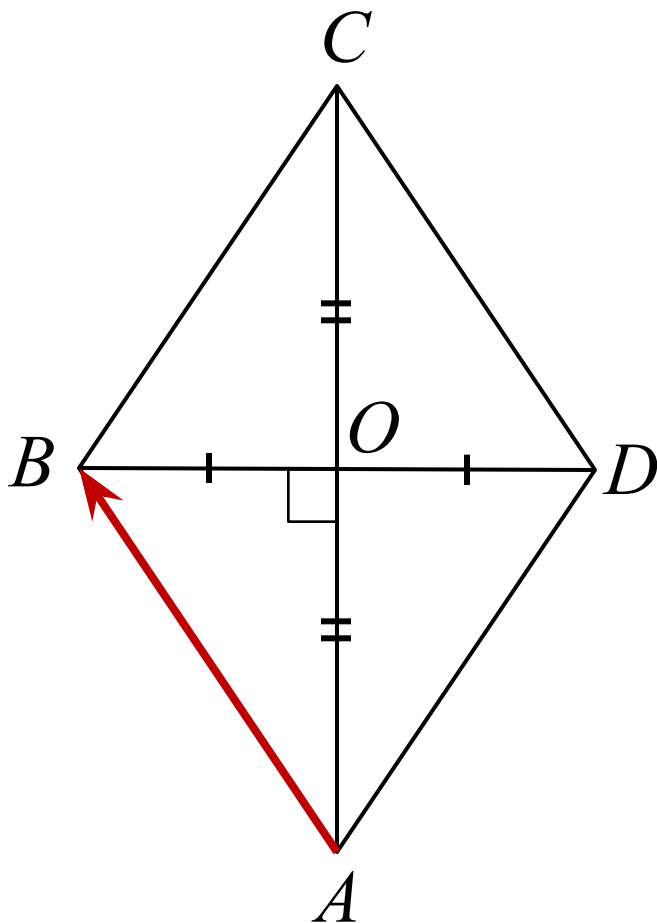
Ответ: 25.

Прототип задания В3

Диагонали ромба $ABCD$ равны 54 и 72. Найдите длину вектора \overrightarrow{AB} .

Прототип задания В3

Диагонали ромба $ABCD$ равны 54 и 72. Найдите длину вектора \overrightarrow{AB}



Решение.

Найдём длину \overrightarrow{AB} из п/у $\triangle AOB$
(т.к. $ABCD$ – ромб, то $AC \perp BD$

и $BO = OD = 27$, $AO = OC = 36$)
 $AB^2 = AO^2 + OB^2$

$$AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{AO^2 + OB^2}$$
$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{27^2 + 36^2} = 45$$

Ответ: 45.

Прототип задания В3

Диагонали ромба $ABCD$ равны 44 и 66. Найдите длину вектора $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

Прототип задания В3

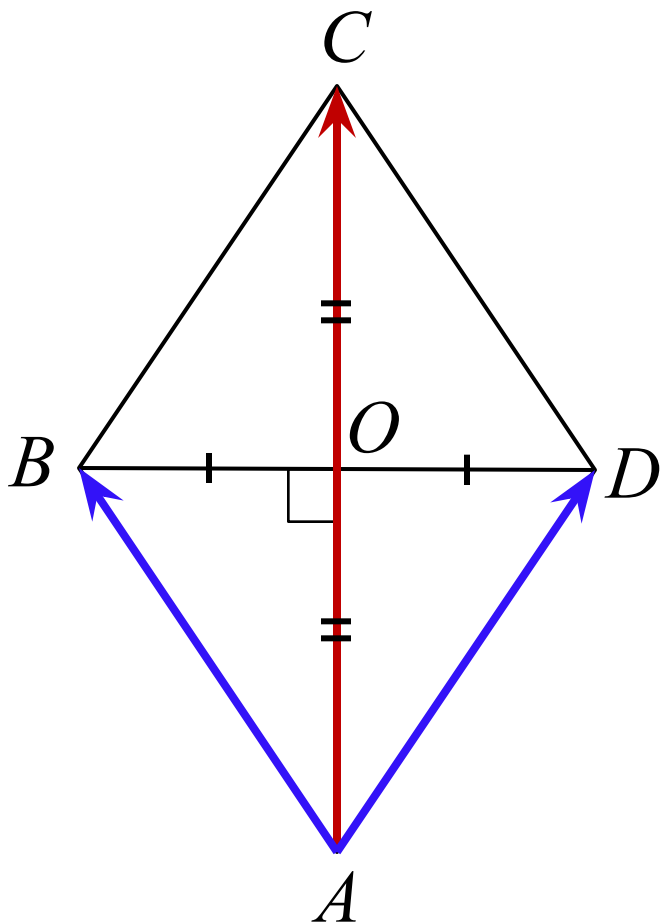
Диагонали ромба $ABCD$ равны 44 и 66. Найдите длину вектора $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

Решение.

По правилу параллелограмма

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$$

$$|\overrightarrow{AC}| = 66$$



Ответ: 66.

Прототип задания В3

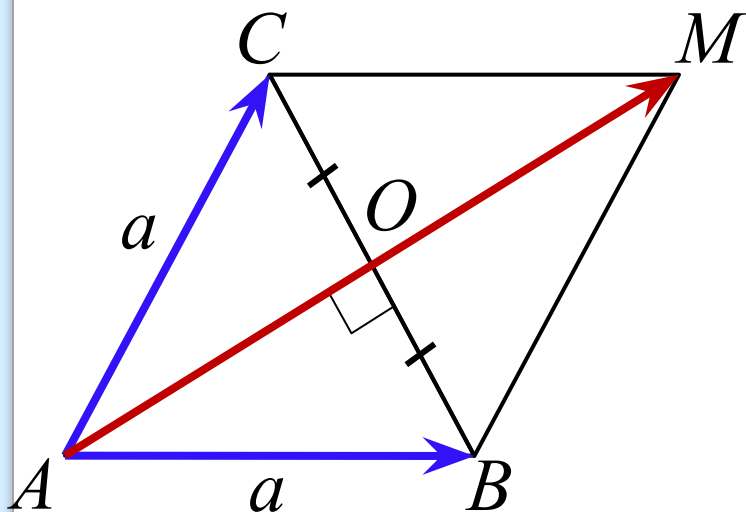
Стороны правильного треугольника ABC равны \dots .

Найдите длину вектора $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

Прототип задания В3

Стороны правильного треугольника ABC равны $45\sqrt{3}$.

Найдите длину вектора $\vec{AB} + \vec{AC}$



Решение.

По правилу параллелограмма:

$$\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AM} = 2\vec{AO},$$

где AO – высота, медиана,
биссектриса p/c ΔABC

$$AO = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$AO = \frac{45\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{45 \cdot 3}{2} = 67,5$$

$$AM = 135$$

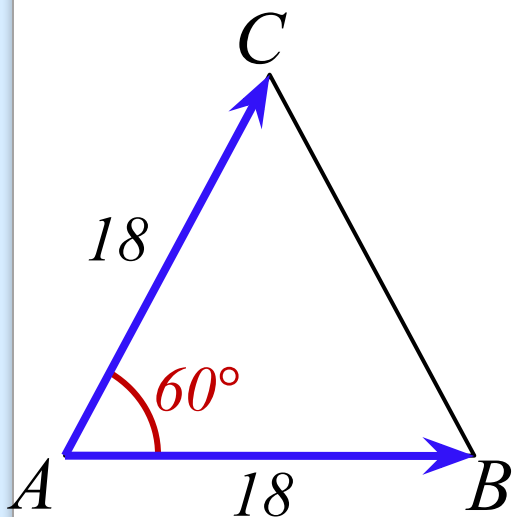
Ответ: 135.

Прототип задания В3 ЕГЭ

Стороны правильного треугольника ABC равны 18.
Найдите скалярное произведение векторов \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{AC} .

Прототип задания В3 ЕГЭ

Стороны правильного треугольника ABC равны 18 .
Найдите скалярное произведение векторов \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{AC} .



Решение.

По определению скалярного произведения, имеем:

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cos \angle A,$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 18 \cdot 18 \cdot \cos 60^\circ$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 324 \cdot \frac{1}{2} = 162$$

Ответ: 162.

Прототип задания В3(2018 ЕГЭ и задание19 ОГЭ)

Дан вектор \vec{a}

Найдите: 1) координаты вектора; 2) длину вектора.

Прототип задания В3(2018 ЕГЭ и задание19 ОГЭ)

Дан вектор a .

Найдите: 1) координаты вектора; 2) длину вектора.

Решение.

1) координаты вектора \vec{a} :

$$\vec{a}\{x_2 - x_1; y_2 - y_1\};$$

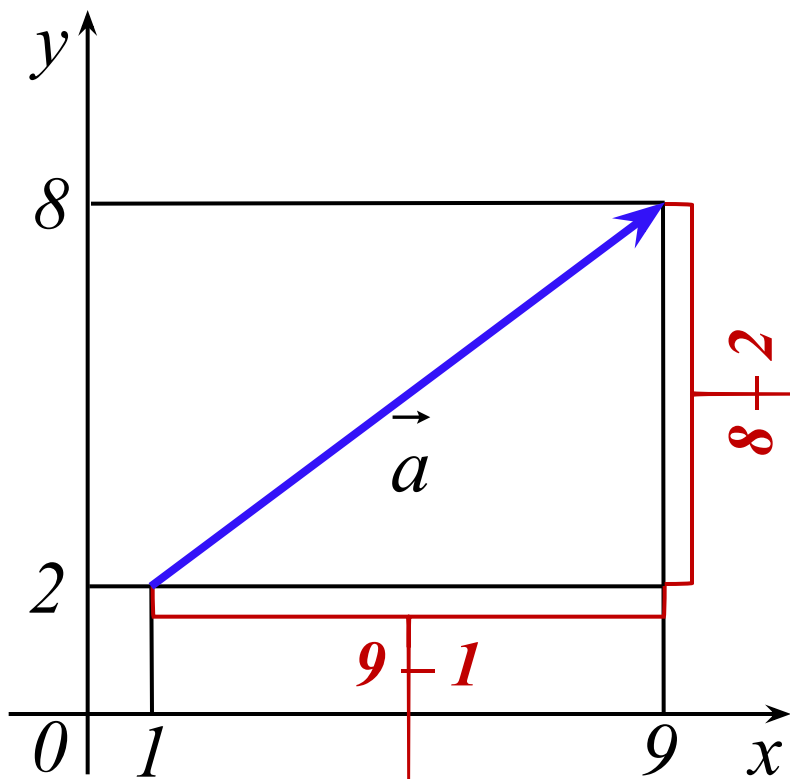
$$\vec{a}\{9 - 1; 8 - 2\};$$

$$\vec{a}\{8; 6\}.$$

2) длина вектора: $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2};$

или: $|\vec{a}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2};$

$$|\vec{a}| = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{100} = 10.$$



Ответ: 1) $\{8; 6\}$; 2) 10.

Прототип задания В3(2018 ЕГЭ и задание19 ОГЭ)

Даны векторы \vec{a} и \vec{b} .

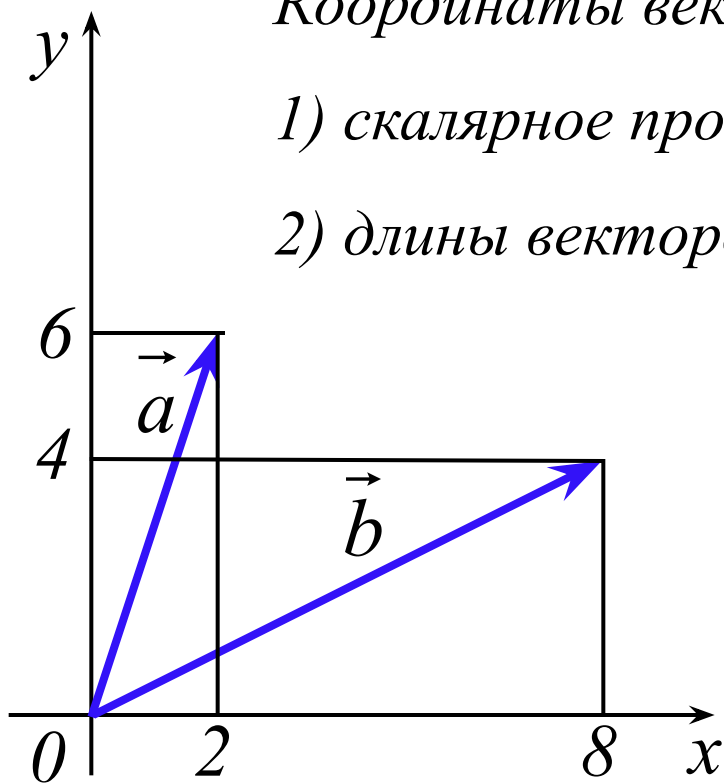
Найдите: 1) скалярное произведение; 2) длины векторов.

Решение.

Координаты векторов \vec{a} и \vec{b} : $\vec{a}\{2; 6\}$; $\vec{b}\{8; 4\}$

1) скалярное произведение: $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2$

2) длины векторов: $|\vec{a}| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$; $|\vec{b}| = \sqrt{x_2^2 + y_2^2}$



$$1) \vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot 8 + 6 \cdot 4 = 40$$

$$2) |\vec{a}| = \sqrt{2^2 + 6^2} = \sqrt{40};$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{8^2 + 4^2} = \sqrt{80}.$$

Ответ: 1) 40; 2) $\sqrt{40}$; $\sqrt{80}$.

Прототип задания В3(2018 ЕГЭ и задание19ОГЭ

Даны векторы \vec{a} и \vec{b} .

Найдите: 1) сумму координат вектора $\vec{a} + \vec{b}$;

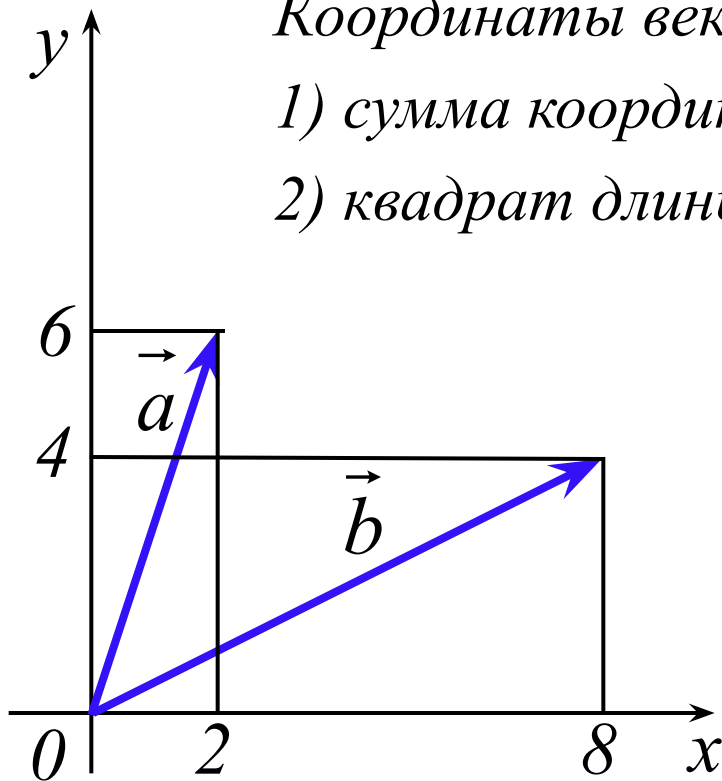
2) найдите квадрат длины вектора $\vec{a} + \vec{b}$.

Решение.

Координаты векторов \vec{a} и \vec{b} : $\vec{a}\{2; 6\}$; $\vec{b}\{8; 4\}$

1) сумма координат вектора $\vec{a} + \vec{b}$: $x_1 + x_2 + y_1 + y_2$

2) квадрат длины вектора: $|\vec{a} + \vec{b}|^2 = x^2 + y^2$



1) сумма векторов $\vec{a} + \vec{b}$:

$$\begin{array}{r} + \vec{a}\{2; 6\} \\ + \vec{b}\{8; 4\} \\ \hline \vec{a} + \vec{b}\{10; 10\} \end{array}$$

сумма координат вектора $\vec{a} + \vec{b}$:

$$10 + 10 = 20$$

$$2) |\vec{a} + \vec{b}|^2 = 10^2 + 10^2 = 200$$

Ответ: 1) 20; 2) 200.

Прототип задания В3(2018 ЕГЭ и задание 19 ОГЭ)

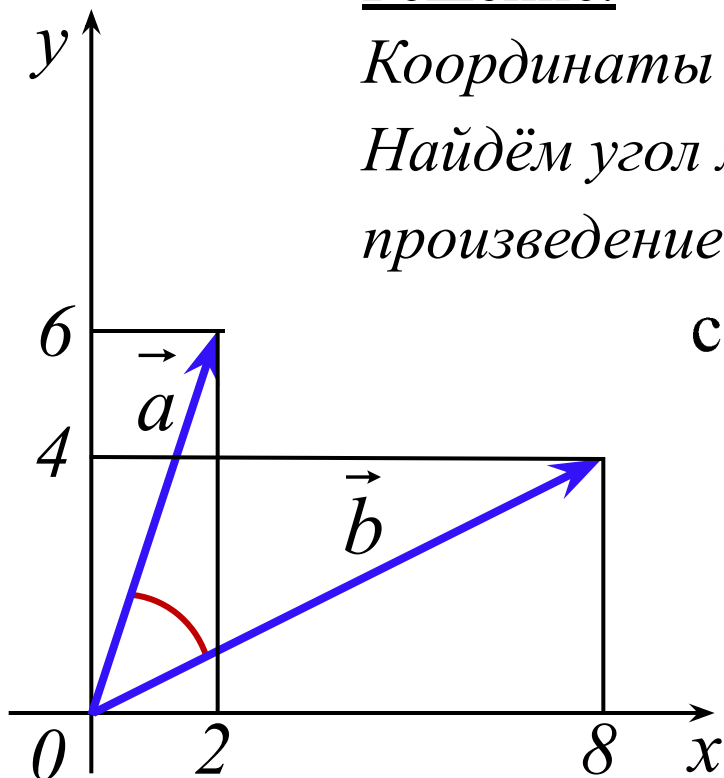
Найдите угол между векторами \vec{a} и \vec{b} .

Ответ дайте в градусах.

Решение.

Координаты векторов \vec{a} и \vec{b} : $\vec{a}\{2; 6\}$; $\vec{b}\{8; 4\}$

Найдём угол между ними через скалярное произведение:



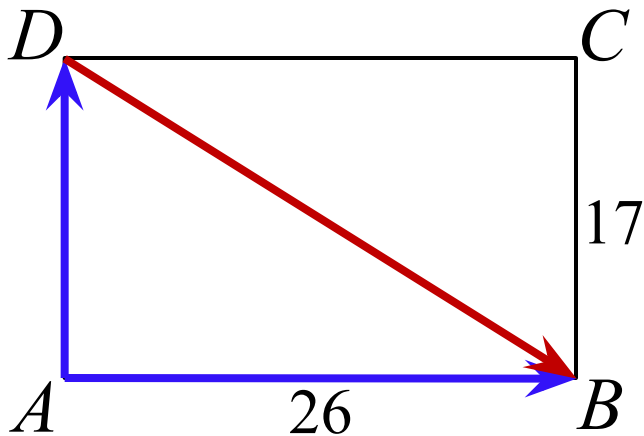
$$\begin{aligned}\cos \varphi &= \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2}} \\ &= \frac{2 \cdot 8 + 6 \cdot 4}{\sqrt{2^2 + 6^2} \cdot \sqrt{8^2 + 4^2}} = \frac{40}{\sqrt{40} \cdot \sqrt{80}} \\ &= \frac{40}{\sqrt{3200}} = \frac{40}{40\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow\end{aligned}$$

Ответ: 45.

$$\Rightarrow \varphi = 45^\circ$$

Прототип задания В3

Две стороны прямоугольника $ABCD$ равны 17 и 26. Найдите скалярное произведение векторов \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{AD} .



Решение.

Т.к. векторы $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AD}$, то их скалярное произведение

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$$

Ответ: 0.

