

Усечённая пирамида

Плоскость, параллельная плоскости основания пирамиды и пересекающая пирамиду, отсекает от нее подобную пирамиду. Другая часть пирамиды представляет собой многогранник, который называют **усеченной пирамидой**.

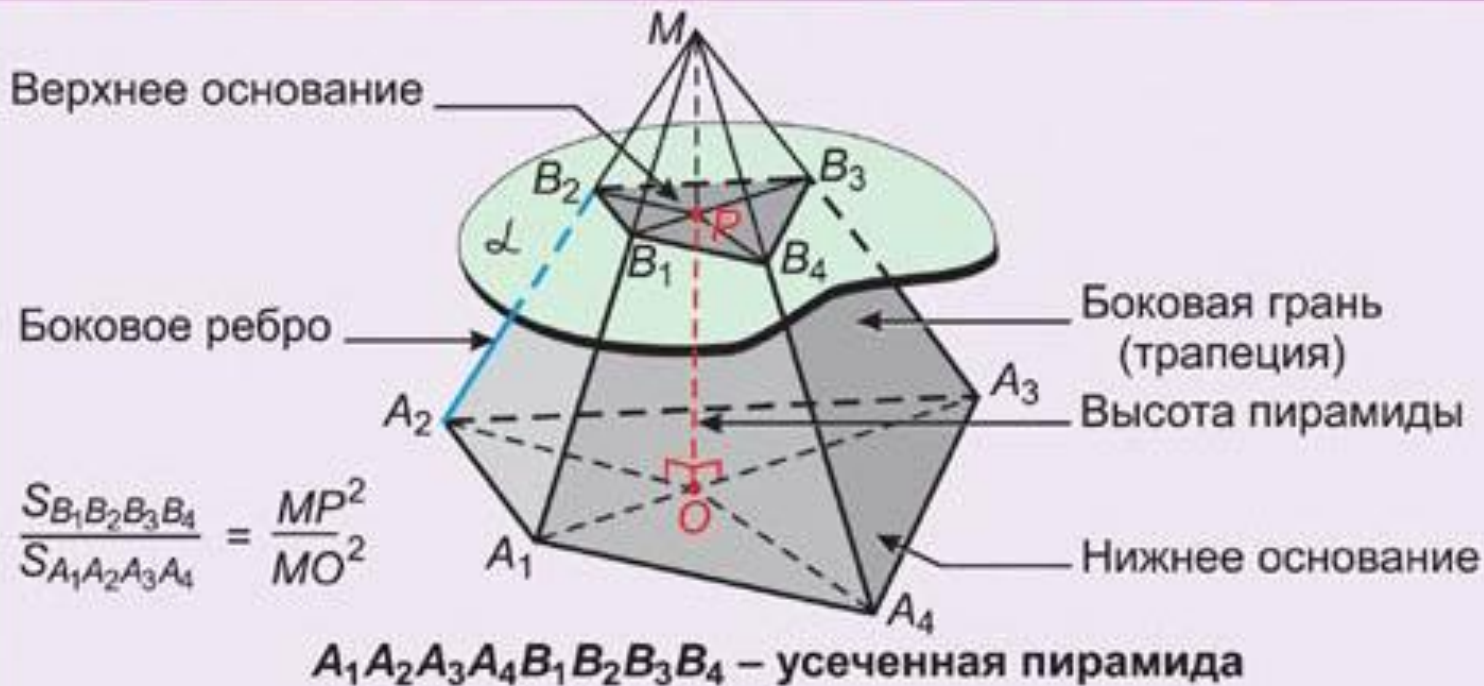
На рисунке изображена усеченная пирамида $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$. Грани усеченной пирамиды, лежащие в параллельных плоскостях ($A_1A_2A_3A_4$) и ($B_1B_2B_3B_4$), называют основаниями усеченной пирамиды, остальные грани называют боковыми гранями. Основания усеченной пирамиды представляют собой подобные многоугольники, боковые грани - трапеции.

УСЕЧЕННАЯ ПИРАМИДА И ЕЕ ЭЛЕМЕНТЫ



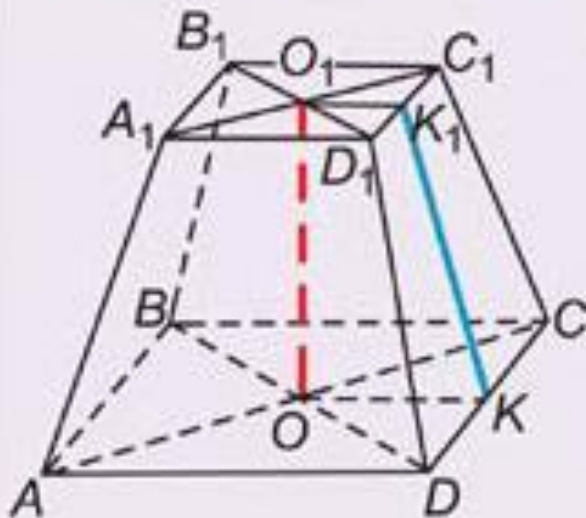
Перпендикуляр, проведенный из какой – нибудь точки одного основания к плоскости другого основания, называется **высотой** усеченной пирамиды

УСЕЧЕННАЯ ПИРАМИДА И ЕЕ ЭЛЕМЕНТЫ



Усеченная пирамида называется **правильной**, если она получена сечением правильной пирамиды плоскостью, параллельной основанию. Основания правильной усеченной пирамиды – правильные многоугольники, а боковые грани – равнобедренные трапеции. Высоты этих трапеций называются **апофемами**.

ПРАВИЛЬНАЯ УСЕЧЕННАЯ ПИРАМИДА



- $ABCD, A_1B_1C_1D_1$ – квадраты;
- боковые грани – равные равнобедренные трапеции;
- высота OO_1 – расстояние между центрами оснований
- KK_1 – апофема боковой грани
($DK = KC, D_1K_1 = K_1C_1$)

Правильная усеченная пирамида также как и обычная правильная пирамида имеет особенности:

- ❖ В правильной усеченной n -угольной пирамиде все боковые ребра равны между собой.
- ❖ Все боковые грани правильной усеченной n -угольной пирамиды суть равные равнобедренные трапеции (углы при основаниях равнобедренной трапеции равны), поэтому:
 1. В правильной усеченной n -угольной пирамиде все плоские углы при основаниях равны.
 2. В правильной усеченной n -угольной пирамиде все двугранные углы при основаниях равны.
 3. В правильной усеченной n -угольной пирамиде все двугранные углы при боковых ребрах равны.

Теорема: Площадь боковой поверхности правильной усечённой пирамиды равна произведению полусуммы периметров оснований на апофему

$$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2}(P + P') h$$

где P и P' периметры основания, h – высота боковой грани

Объем усеченной пирамиды:

$$V = \frac{1}{3}H(S + \sqrt{SS'} + S')$$

Где S и S' - площади оснований, H - высота