



# Работа над ошибками

**Домашнее задание:**

**Задачи 1-3.**

*Проверка домашнего задания.*

**№ 112.**

**№ 113.**

**№ 114.**

**№ 115.**

## *Цели урока:*

- 1) устранение пробелов в знаниях учащихся;
- 2) совершенствование навыков решения задач.

## **II. Общий анализ контрольной работы**

1. Сообщить общие результаты контрольной работы.
2. Объяснить задания, с которыми не справилось большинство учащихся, или заслушать тех, кто успешно справился с этими заданиями;
3. Продемонстрировать лучшие работы.



## **III. Работа над ошибками**

Учащиеся работают следующим образом:

1. Находят свои ошибки, используя готовые ответы и указания к задачам контрольной работы (можно их объединить в небольшие группы в зависимости от уровня и варианта контрольной работы, в этом случае им будет легче находить свои ошибки).
2. Решают по своему усмотрению или другой вариант контрольной работы, или переходят к решению задач следующего уровня. Если ученик успешно справился с задачами III уровня контрольной работы, он решает дополнительные задачи.

# 1. Разбор заданий.

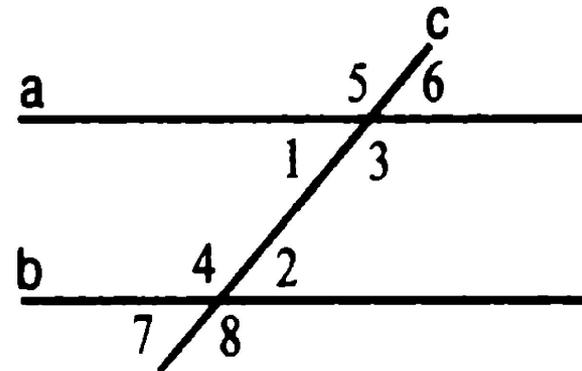
## Вариант I

## I уровень

1. Дано:  $a \parallel b$ ,  $c$  – секущая,  $\angle 1 + \angle 2 = 102^\circ$

Найти: все образовавшиеся углы.

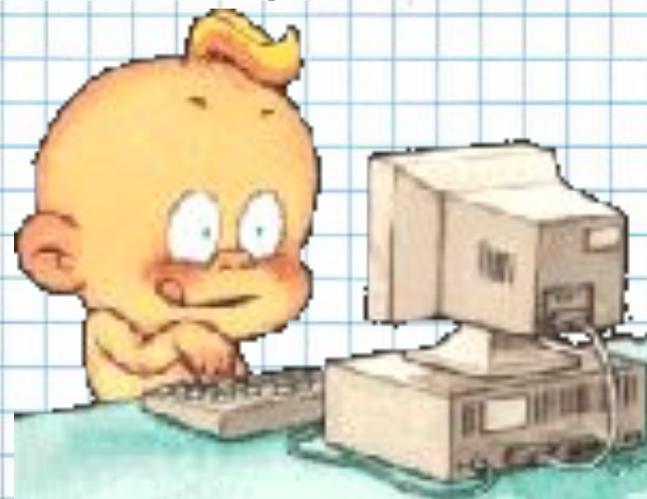
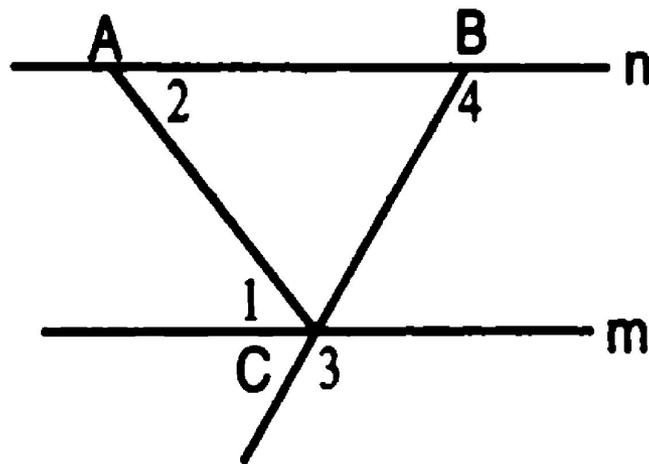
$$\angle 1 = \angle 2 = 51^\circ, \angle 6 = 51^\circ, \angle 7 = 51^\circ,$$
$$\angle 3 = \angle 4 = \angle 5 = \angle 8 = 129^\circ.$$



2. Дано:  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $\angle 3 = 120^\circ$ .

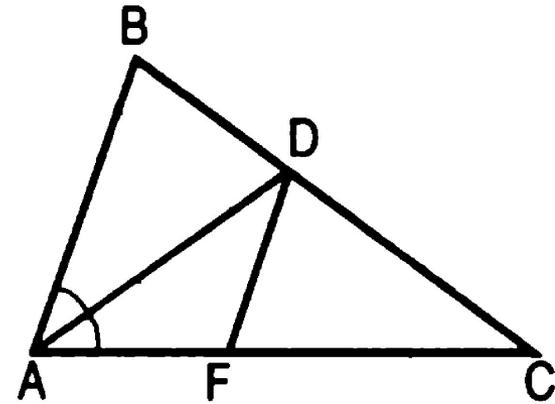
Найти:  $\angle 4$ .

$$\angle 3 = \angle 4 = 120^\circ, n \parallel m (\angle 1 = \angle 2).$$



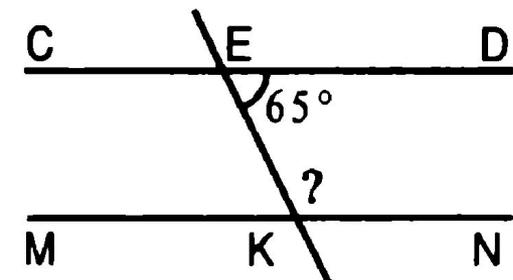
3. Отрезок  $AD$  – биссектриса треугольника  $ABC$ . Через точку  $D$  проведена прямая, параллельная стороне  $AB$  и пересекающая сторону  $AC$  в точке  $F$ .

Найти углы треугольника  $ADF$ , если  $\angle BAC = 72^\circ$   
 $\angle DAF = 1/2 \angle BAC = 36^\circ$ ,  $DF \parallel AB$ ,  
 $\angle ADF = 36^\circ$ ,  $\angle AFD = 144^\circ$ .

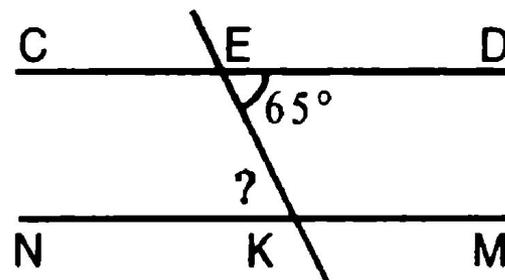


4\*. Прямая  $EK$  является секущей для прямых  $CD$  и  $MN$  ( $E \in CD$ ,  $K \in MN$ ).

$\angle DEK$  равен  $65^\circ$ . При каком значении угла  $NKE$  прямые  $CD$  и  $MN$  могут быть параллельными?



а)



б)

Возможны два случая

а)  $\angle NKE = 115^\circ$ ;

б)  $\angle NKE = 65^\circ$ .

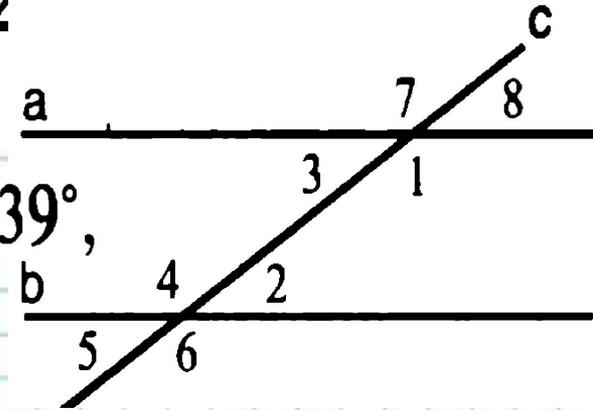
# I уровень

## Вариант II

1. Дано:  $a \parallel b$ ,  $c$  – секущая,  $\angle 1 - \angle 2 = 102^\circ$

Найти: все образовавшиеся углы.

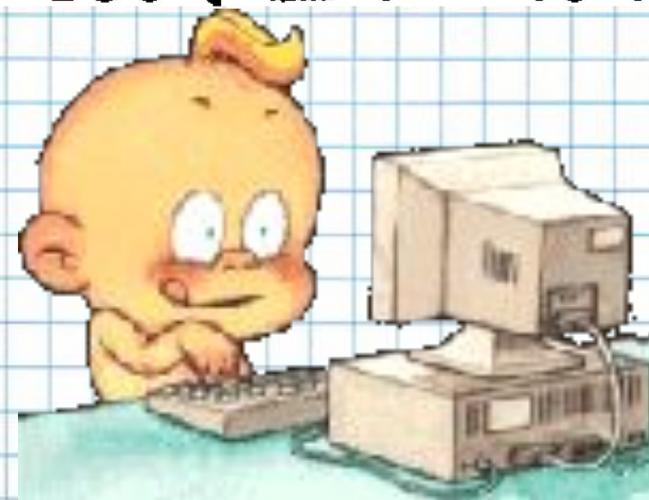
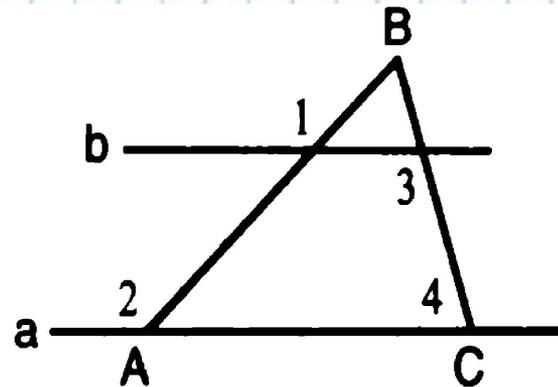
$\angle 2 = 39^\circ$ ,  $\angle 1 = 141^\circ$ ,  $\angle 3 = \angle 8 = \angle 5 = 39^\circ$ ,  
 $\angle 4 = \angle 6 = \angle 7 = 141^\circ$ .



2. Дано:  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $\angle 3 = 140^\circ$ .

Найти:  $\angle 4$ .

$a \parallel b$  ( $\angle 1 = \angle 2$ ),  $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$ ,  $\angle 4 = 40^\circ$ .

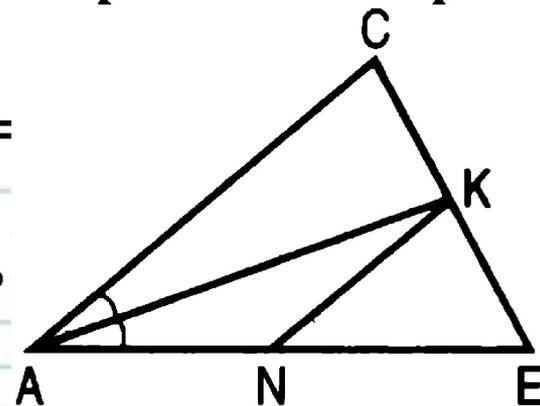


3. Отрезок  $AK$  – биссектриса треугольника  $CAE$ .

Через точку  $K$  проведена прямая, параллельная стороне  $CA$  и пересекающая сторону  $AE$  в точке  $N$ .

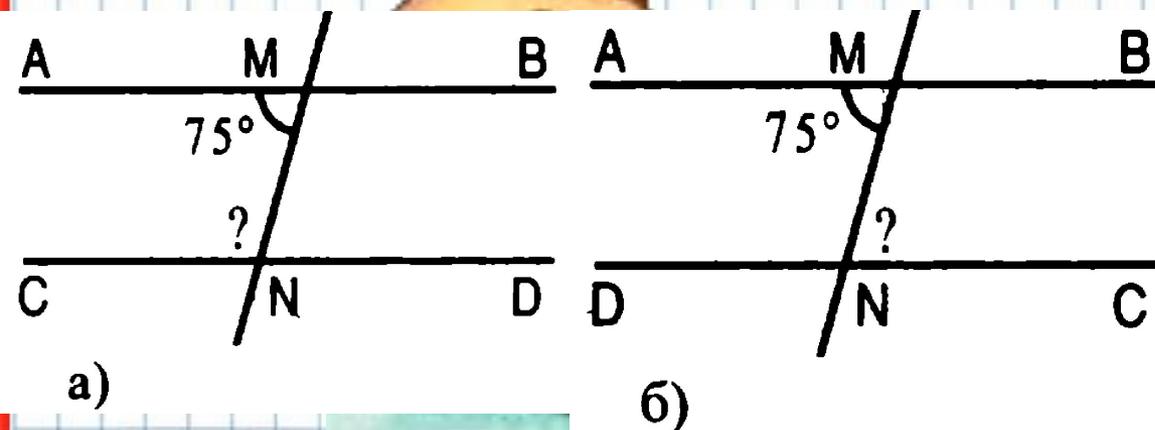
Найдите углы треугольника  $AKN$ , если  $\angle CAE =$

$$\angle KAN = 1/2 \angle CAE = 39^\circ, \quad NK \parallel AC, \\ \angle AKN = 39^\circ, \quad \angle ANK = 141^\circ.$$



4\*. Прямая  $MN$  является секущей для прямых  $AB$  и  $CD$  ( $M \in AB$ ,  $N \in CD$ ). Угол  $AMN$  равен  $75^\circ$ .

При каком значении угла  $CNM$  прямые  $AB$  и  $CD$  могут быть параллельными?



Возможны два случая

а)  $\angle CNM = 105^\circ;$

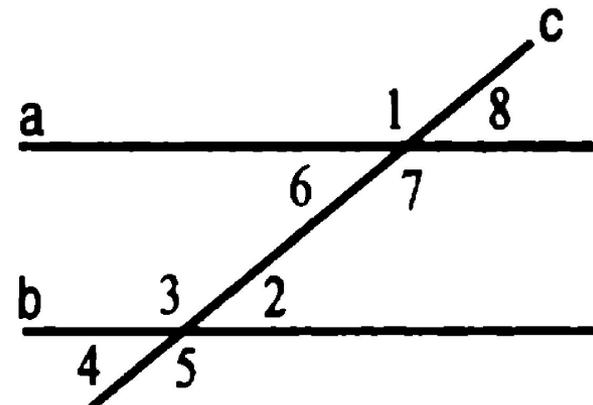
б)  $\angle CNM = 75^\circ.$

## II уровень

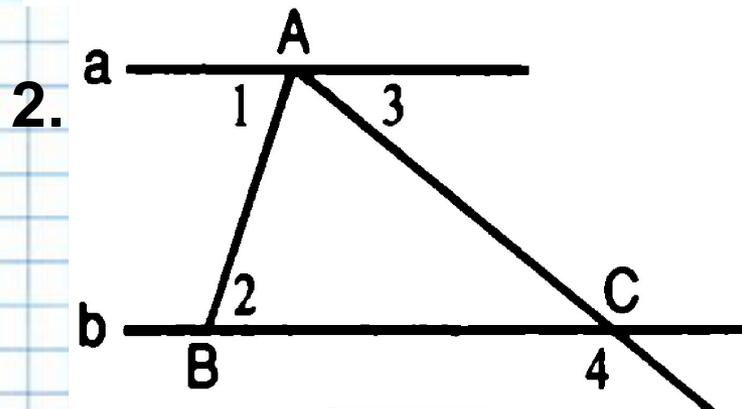
### Вариант I

1. Дано:  $a \parallel b$ ,  $c$  – секущая,  $\angle 1 : \angle 2 = 7 : 2$ .

Найти: все образовавшиеся углы.



$$\angle 1 = 140^\circ, \angle 2 = 40^\circ, \angle 7 = \angle 3 = \angle 5 = 140^\circ,$$
$$\angle 4 = \angle 6 = \angle 8 = 40^\circ.$$



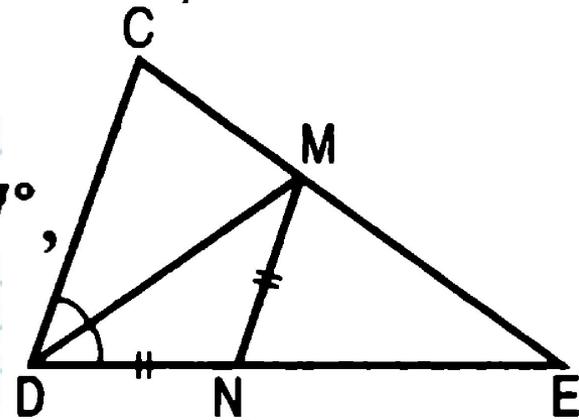
но:  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $\angle 3$  в 4 раза меньше  $\angle 4$ .

йти:  $\angle 3$ ,  $\angle 4$ .


$$a \parallel b (\angle 1 = \angle 2), \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ,$$
$$\angle 3 = 36^\circ, \angle 4 = 144^\circ$$

3. Отрезок  $DM$  – биссектриса треугольника  $CDE$ . Через точку  $M$  проведена прямая, пересекающая сторону  $DE$  в точке  $N$  так, что  $DN = MN$ . Найдите углы треугольника  $DMN$ , если  $\angle CDE =$

$\angle DMN = \angle MDN = 1/2 \angle CDE = 37^\circ$ ,  
 $MN \parallel CD$ , тогда  $\angle DNM = 143^\circ$ .



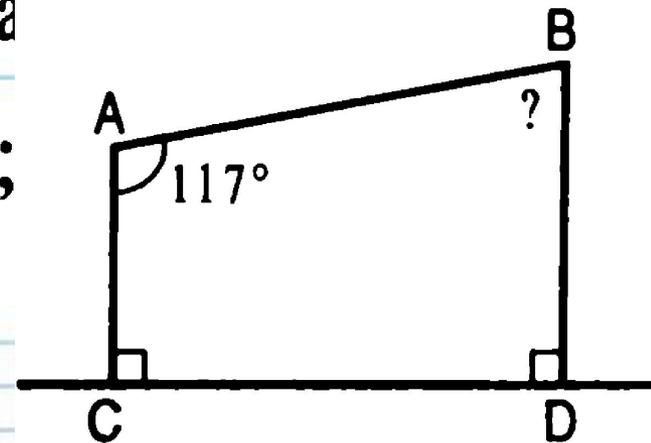
4\*. Из точек  $A$  и  $B$ , лежащих по одну сторону от прямой, проведены перпендикуляры  $AC$  и  $BD$  к этой прямой,  $\angle BAC = 117^\circ$ .

а) Найдите угол  $ABD$ .

б) Докажите, что прямые  $AB$  и  $CD$  пересека

а)  $AC \parallel BD$ , тогда  $\angle ABD = 63^\circ$ ;

б)  $\angle A \neq \angle C$ ,  $AB \cap CD$ .



## Вариант II

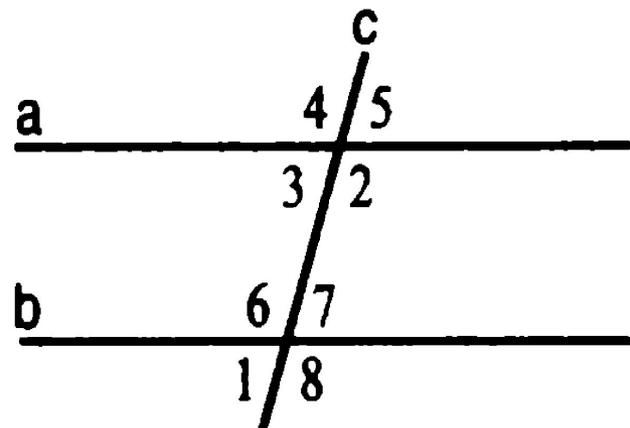
1. Дано:  $a \parallel b$ ,  $c$  – секущая,  $\angle 1 : \angle 2 = 5 : 7$ .

Найти: все образовавшиеся углы.

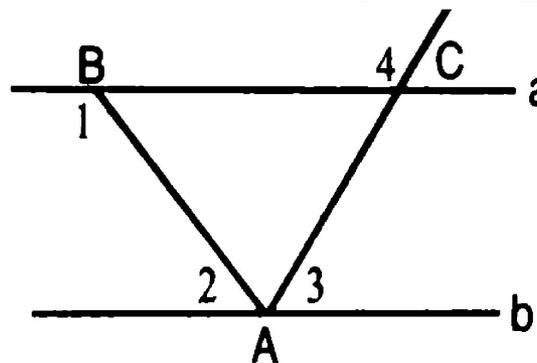
$$\angle 1 = 75^\circ, \angle 2 = 105^\circ,$$

$$\angle 7 = \angle 3 = \angle 5 = 75^\circ,$$

$$\angle 4 = \angle 6 = \angle 8 = 105^\circ.$$



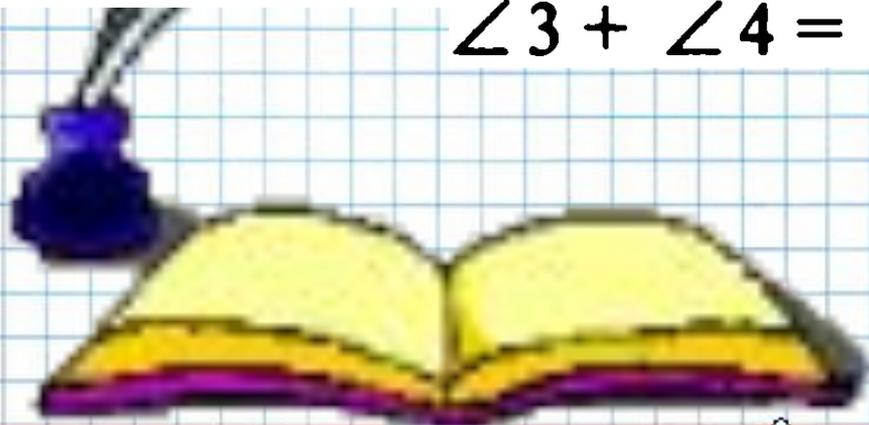
2.



Дано:  $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ , угол 3 на  $70^\circ$  меньше угла 4.

Найти:  $\angle 3$ ,  $\angle 4$ .

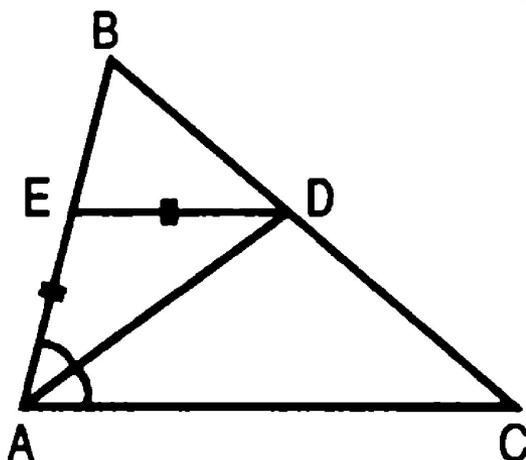
$a \parallel b$  ( $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ),  
 $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$ ,  $\angle 3 = 55^\circ$ ,  $\angle 4 = 125^\circ$



3. Отрезок  $AD$  – биссектриса  $\triangle ABC$ . Через точку  $D$  проведена прямая, пересекающая сторону  $AB$  в точке  $E$  так, что  $AE = ED$ .

Найдите углы треугольника  $AED$ , если  $\angle BAC =$

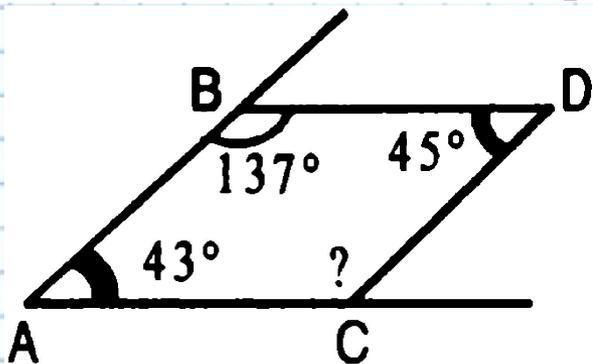
$\angle EAD = \angle EDA = 1/2 \angle BAC = 32^\circ$ ,  
 $ED \parallel AC$ , тогда  $\angle DEA = 116^\circ$



4\*. На сторонах угла  $A$ , равного  $43^\circ$ , отмечены точки  $B$  и  $C$ , а внутри угла – точка  $D$  так, что  $\angle ABD = 137^\circ$ ,  $\angle BDC = 45^\circ$ .

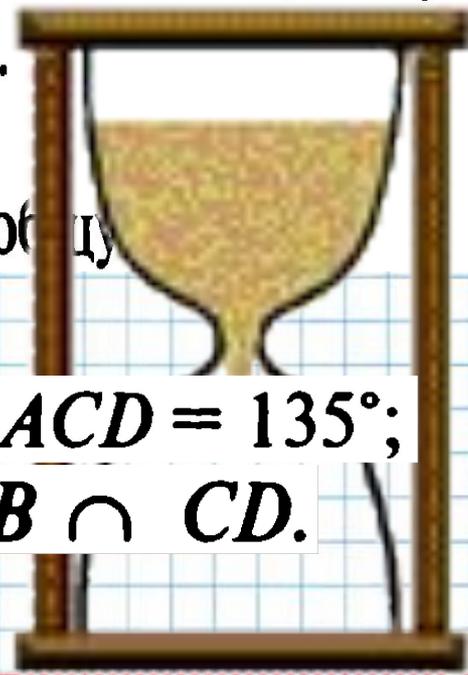
а) Найдите угол  $ACD$ .

б) Докажите, что прямые  $AB$  и  $DC$  имеют одну общую точку



а)  $AC \parallel BD$ , тогда  $\angle ACD = 135^\circ$ ;

б)  $\angle B \neq \angle ACD$ ,  $AB \cap CD$ .

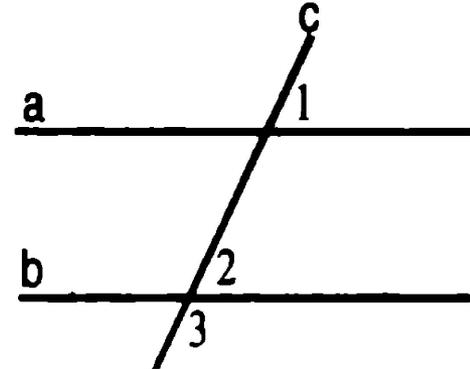


### III уровень

#### Вариант I

1. Дано:  $a \parallel b$ ,  $c$  – секущая,  $\angle 3$  больше суммы  $\angle 1 + \angle 2$  в четыре раза.

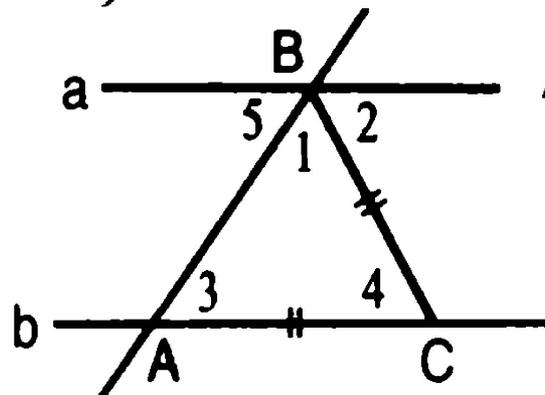
Найти: все образовавшиеся углы.



$$1. \angle 3 = 4 \cdot (\angle 1 + \angle 2), \angle 1 = \angle 2, \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ.$$

$$\text{Тогда } 180^\circ - \angle 2 = 4 \cdot (\angle 2 + \angle 2), \angle 2 = \angle 1 = 20^\circ, \angle 3 = 160^\circ.$$

2.

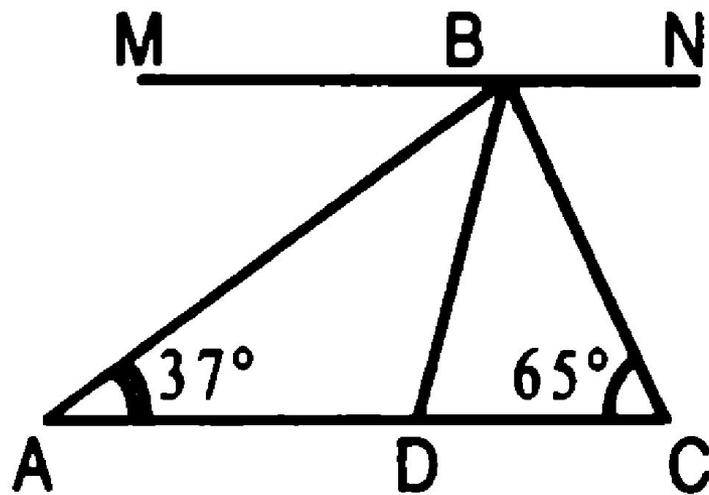


Дано:  $AC = BC$ ,  $\angle 4 = \angle 2$ ,  
 $\angle 3 + \angle 4 = 110^\circ$ .

Найти:  $\angle 1$ ,  $\angle 2$ ,  $\angle 3$ ,  $\angle 4$ ,  $\angle 5$ .

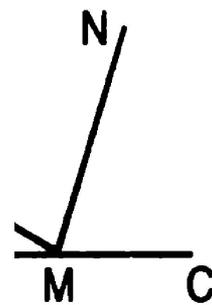
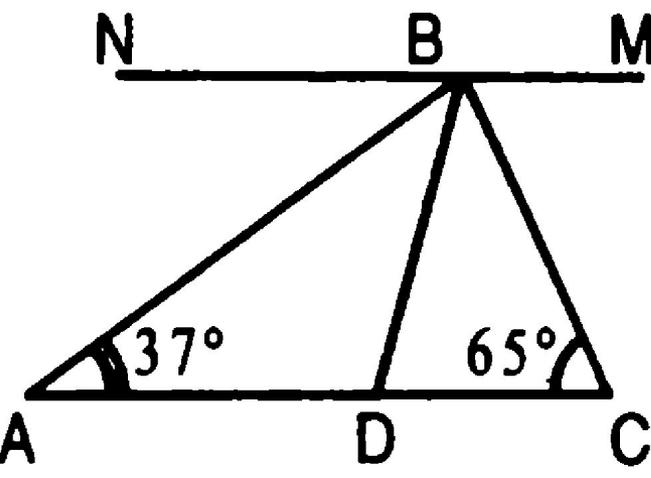
$$2. a \parallel b (\angle 4 = \angle 2), \angle 1 = \angle 3 (AC = BC).$$

$$\angle 3 + \angle 4 = 110^\circ, \text{ тогда } \angle 1 + \angle 2 = 110^\circ, \angle 5 = 70^\circ, \angle 3 = 70^\circ, \angle 2 = 40^\circ, \angle 4 = 40^\circ.$$



Е  
са

Е =  
= ;



а)

б)

4. В треугольнике  $ABC$   $\angle A = 37^\circ$ ,  $\angle C = 65^\circ$ . Через вершину  $B$  проведена прямая  $MN \parallel AC$ .

Найдите угол  $MBD$ , где  $BD$  – биссектриса угла  $ABC$ .

Возможны два случая

а)  $\angle MBD = \angle MBA + \angle ABD = 37^\circ + \frac{1}{2} (180^\circ - 37^\circ - 65^\circ) = 76^\circ$  ( $\angle MBA + \angle ABC + \angle CBN = 180^\circ$ ).

б)  $\angle MBD = \angle MBC + \angle CBD = 65^\circ + \frac{1}{2} (180^\circ - 37^\circ - 65^\circ) = 104^\circ$  ( $\angle NBA + \angle ABC + \angle CBM = 180^\circ$ ).

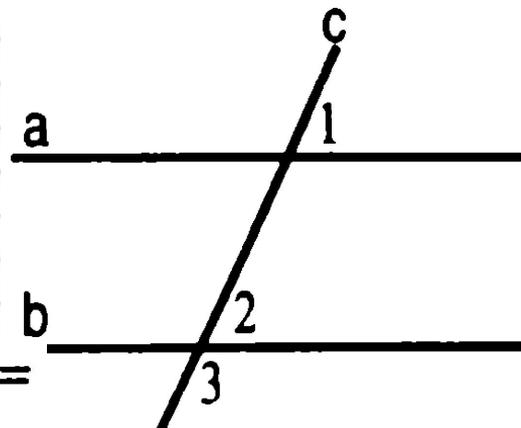
## Вариант II

1. Дано:  $a \parallel b$ ,  $c$  – секущая,  $\angle 2$  меньше разности  $\angle 3 - \angle 1$  в 7 раз.

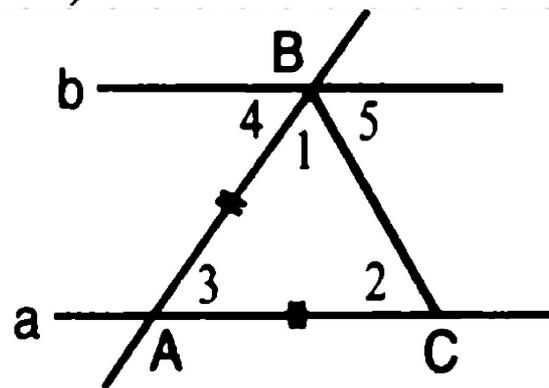
Найти: все образовавшиеся углы.

$$1. 7 \cdot \angle 2 = \angle 3 - \angle 1, \angle 1 = \angle 2, \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ.$$

$$\text{Тогда } 7 \cdot \angle 2 = (180^\circ - \angle 2) - \angle 2, \angle 1 = \angle 2 = 20^\circ, \angle 3 = 160^\circ.$$



2.



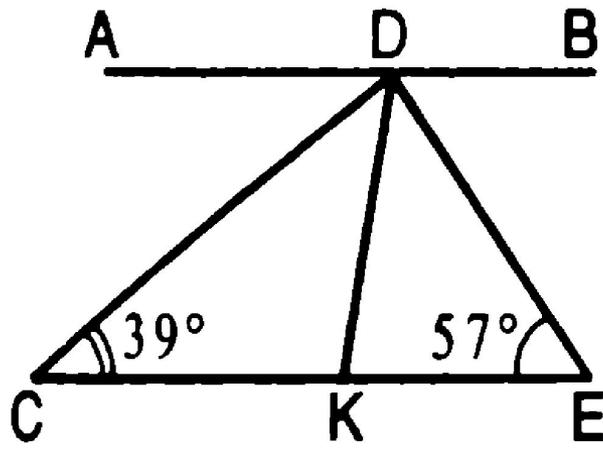
Дано:  $AB = AC$ .  $\angle 2 = \angle 5$ ,  
 $\angle 1 + \angle 3 = 130^\circ$ .

Найти:  $\angle 1$ ,  $\angle 2$ ,  $\angle 3$ ,  $\angle 4$ ,  $\angle 5$ .

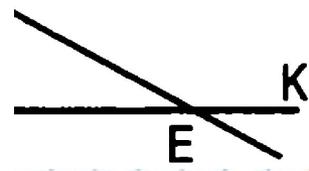
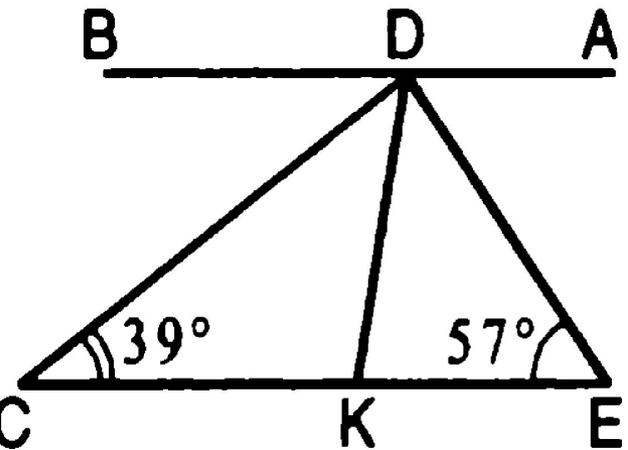
$$2. a \parallel b (\angle 2 = \angle 5), \angle 1 = \angle 2 (AB = AC).$$

$$\angle 1 + \angle 3 = 130^\circ, \angle 5 = 50^\circ, \angle 2 = 50^\circ, \angle 1 = 50^\circ, \angle 4 = 80^\circ.$$

3



$\perp AK$ ,  
риса  $\angle$



$\perp \angle ACS$ .  
чит,  $\angle ACE = 104^\circ$ .

а)

4\*. В треугольнике  $CDE$   $\angle C = 39^\circ$ ,  $\angle E = 57^\circ$ . Через вершину  $D$  проведена прямая  $AB \parallel CE$ .

Найдите угол  $ADK$ , где  $DK$  – биссектриса угла  $CDE$ .

Возможны два случая

а)  $\angle ADC + \angle CDE = \angle EDB = 180^\circ$ ,  $\angle ADK = \angle ADC + \angle CDK = 39^\circ + \frac{1}{2}(180^\circ - 39^\circ - 57^\circ) = 81^\circ$ .

б)  $\angle BDC + \angle CDE + \angle EDA = 180^\circ$ ,  $\angle ADK = \angle ADE + \angle EDK = 57^\circ + \frac{1}{2}(180^\circ - 39^\circ - 57^\circ) = 99^\circ$ .

## Дополнительные задачи

### Задача 1

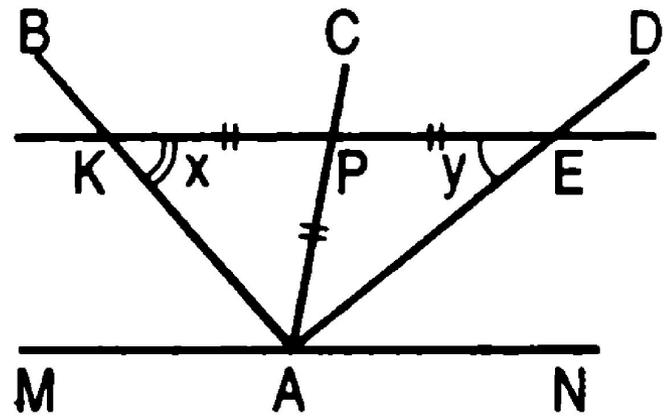
На прямой  $MN$  между точками  $M$  и  $N$  выбрана точка  $A$ , и проведены по одну сторону от  $MN$  лучи  $AB$ ,  $AC$  и  $AD$ . На луче  $AB$  выбрана точка  $K$ , и через нее проведена прямая, параллельная  $MN$  и пересекающая лучи  $AC$  и  $AD$  соответственно в точках  $P$  и  $E$ ,  $KP = PA = PE$ .

Докажите, что  $AB \perp AD$ .

Доказательство:



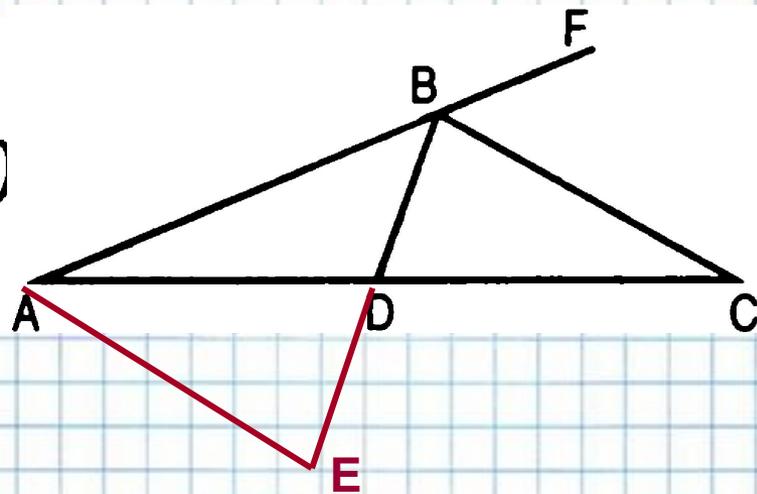
Пусть  $\angle PKA = x$  и  $\angle PEA = y$ . Так как  $KP = PA$  и  $PE = PA$ , то  $\angle KAP = \angle PKA = x$  и  $\angle PAE = \angle PEA = y$ . По условию  $KE \parallel MN$ , значит,  $\angle KAM = x$ ,  $\angle EAN = y$ . Так как  $\angle MAN = 180^\circ$ , то  $2x + 2y = 180^\circ$ ,  $x + y = 90^\circ$ , то есть  $\angle KAE = 90^\circ$ ,  $AB \perp AD$ .



## Задача 2

Дано:  $BD$  – медиана  $\triangle ABC$ ,  $AB = 2BD$

Доказать:  $BC$  – биссектриса  $\angle DBF$ .



**Доказательство:**

Продолжим  $BD$  за точку  $D$  и отложим отрезок  $DE$ , равный  $BD$ .

Точки  $A$  и  $E$  соединим отрезком;  
 $\triangle BDC = \triangle ADE$  по двум сторонам и углу между ними, значит  $\angle CBE = \angle BEA$ , а  $BC \parallel AE$ .

Так как  $AB = 2BD$ , то  $AB = BE$  и  $\triangle ABE$  – равнобедренный, а значит  $\angle BEA = \angle CBF$ .  $\angle EBC = \angle CBF$ ,  $BC$  – биссектриса  $\angle DBF$ .



### Задача 3

Даны треугольник  $ABC$  и точки  $M$  и  $N$  такие, что середина отрезка  $BM$  совпадает с серединой стороны  $AC$ , а середина отрезка  $CN$  — с серединой стороны  $AB$ .

Докажите, что точки  $M$ ,  $N$  и  $A$  лежат на одной прямой.

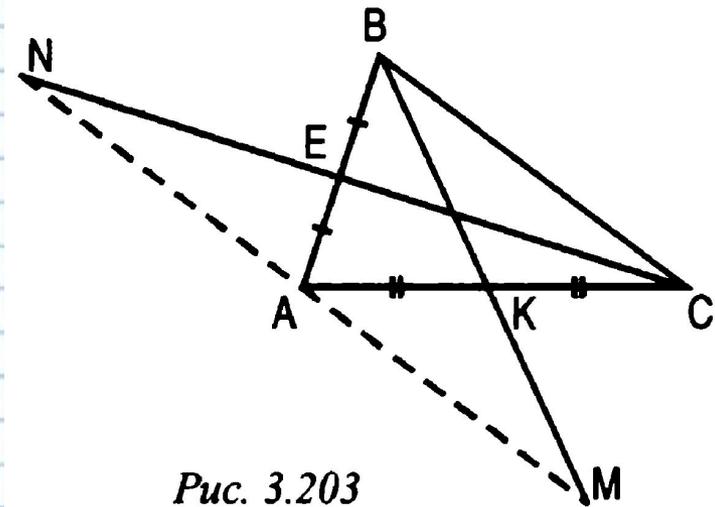


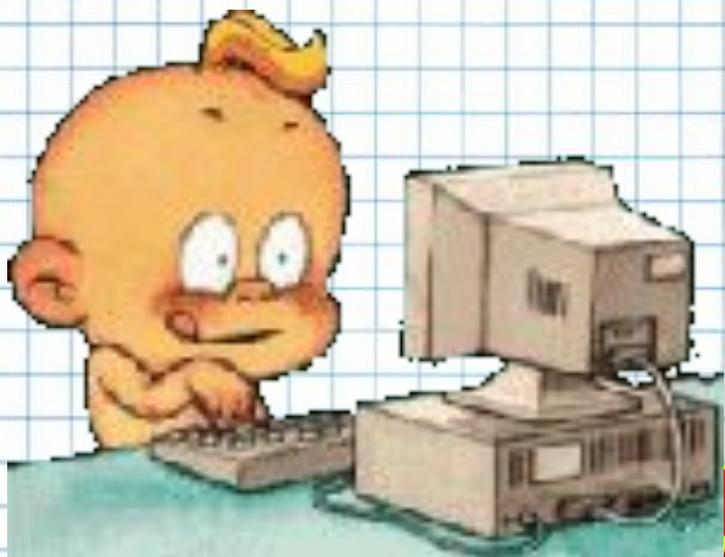
Рис. 3.203

**Доказательство:**

$\triangle BSK = \triangle MKA$  по двум сторонам и углу между ними ( $BK = KM$ ,  $SK = AK$ ,  $\angle BKS = \angle MKA$ ), значит,  $\angle KBC = \angle KMA$  и  $BC \parallel AM$ .

$\triangle BCE = \triangle ANE$  по двум сторонам и углу между ними ( $BE = AE$ ,  $CE = NE$ ,  $\angle BEC = \angle AEC$ ), значит,  $\angle CBE = \angle NAE$  и  $BC \parallel AN$ .

Через точку  $A$ , не лежащую на прямой  $BC$ , можно провести только одну прямую, параллельную  $BC$ , следовательно,  $AN$  и  $AM$  — это одна прямая, то есть точки  $N$ ,  $A$  и  $M$  лежат на одной прямой.



Спасибо за урок!



**Методическое пособие:**

*Учебно-методическое пособие*

**В ПОМОЩЬ ШКОЛЬНОМУ УЧИТЕЛЮ**

**Гаврилова Нина Федоровна**

**УНИВЕРСАЛЬНЫЕ ПОУРОЧНЫЕ РАЗРАБОТКИ  
ПО ГЕОМЕТРИИ  
7 класс**

*Дизайн обложки Екатерины Бедриной*

Налоговая льгота –

Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93-953000.

Издательство «ВАКО»

Подписано к печати с диапозитивов 20.04.2010.

Формат 84×108/32. Печать офсетная. Гарнитура Таймс.

Усл. печ. листов 15,96. Тираж 7000 экз. Заказ № 3525.

Отпечатано в ОАО ордена Трудового Красного Знамени  
«Чеховский полиграфический комбинат»

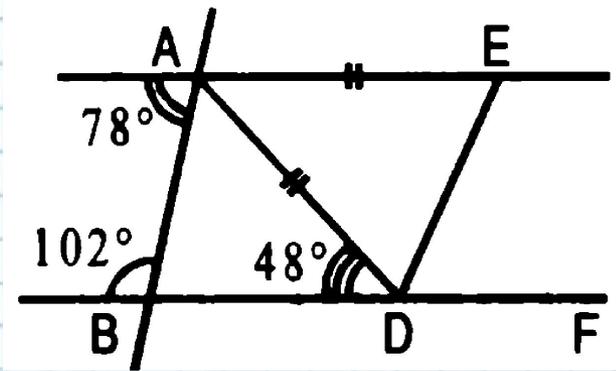
142300, г. Чехов Московской области

Сайт: [www.chpk.ru](http://www.chpk.ru), e-mail: [marketing@chpk.ru](mailto:marketing@chpk.ru)

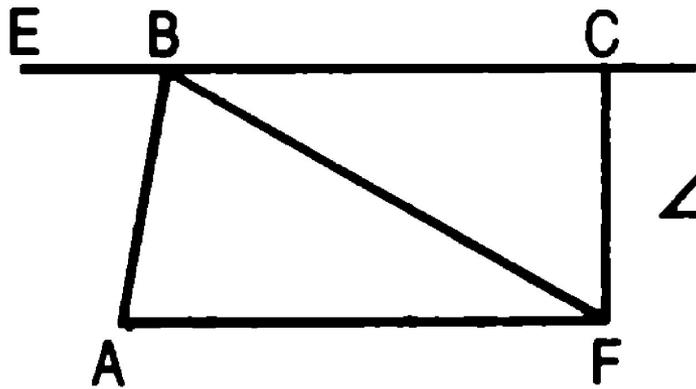
Факс: 8(496) 726-54-10; телефон: 8(495) 988-63-87

## Задача 1

Найти: углы фигуры  $ABDE$



## Задача 2



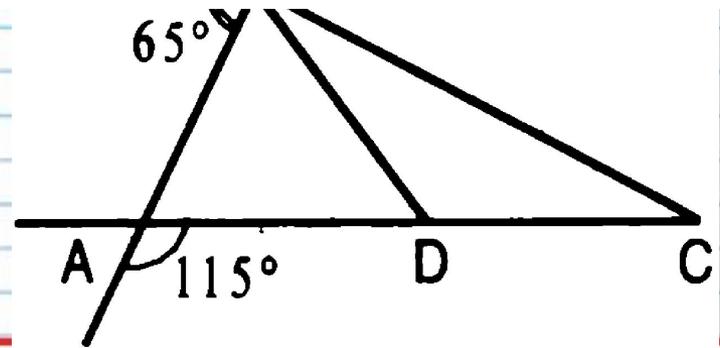
Дано:  $CF \perp AF$ ,  $CF \perp BC$ ,  
 $\angle ABF : \angle BAF : \angle AFB = 7 : 8 : 3$ .

Найти: углы  $\triangle BCF$

## Задача 3

Дано:  $\angle CBE$  меньше  $\angle ABE$  на  $87^\circ$  и меньше  $\angle ABD$  на  $33^\circ$ .

Найти: углы  $\triangle BCD$ .





На рисунке  $MN \parallel PQ$ ,  $AB$  — секущая, угол 1 на  $110^\circ$  больше угла 2. Найдите  $\angle 3$ .

Решение.

1)  $\angle 1 = \angle 3$ , так как \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_, поэтому угол 3 на  $110^\circ$  больше угла 2, т. е.  $\angle 3 = \angle 2 +$  \_\_\_\_\_

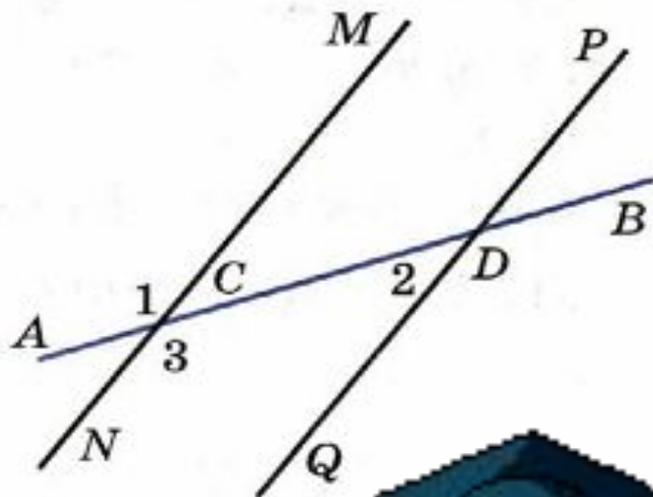
2)  $\angle 3$  и  $\angle 2$  — \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ при пересечении \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_ прямых  $MN$  и  $PQ$  секущей  $AB$ , а потому  $\angle 3 + \angle 2 =$   
 $=$  \_\_\_\_\_

3) Итак,  $\angle 2 + 110^\circ + \angle 2 =$  \_\_\_\_\_,  
откуда  $\angle 2 =$  \_\_\_\_\_, следовательно,  
 $\angle 3 = \angle 2 +$  \_\_\_\_\_  $=$  \_\_\_\_\_

Ответ.

$\angle 3 =$  \_\_\_\_\_





На рисунке треугольник  $MNP$  прямоугольный,  $\angle N = 90^\circ$ ,  $PF \parallel MN$ ,  $\angle MPF = 42^\circ$ .

Найдите  $\angle MPN$  и  $\angle M$ .

Решение.

1)  $PN \perp PF$ , так как прямая  $PN$ , перпендикулярная к одной из параллельных прямых  $MN$  и  $PF$ , перпендикулярна и к другой, поэтому  $\angle FPN = \underline{\hspace{2cm}}$

2)  $\angle MPN = \angle FPN - \angle \underline{\hspace{2cm}} = 90^\circ - \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

3)  $\angle M \underline{\hspace{2cm}} \angle MPF = 42^\circ$ , так как

---



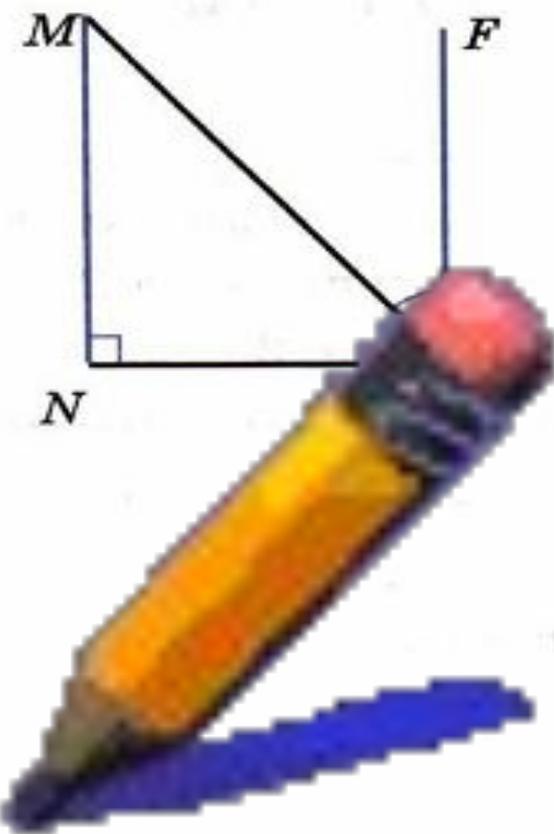
---



---

Ответ.

$\angle MPN = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $\angle M = \underline{\hspace{2cm}}$





На рисунке  $MN \parallel CD$ ,  $MN = MD$ .  
Докажите, что  $DN$  — биссектриса  
угла  $D$ .

Доказательство.

1)  $\angle 1 = \angle 2$ , так как \_\_\_\_\_

---



---

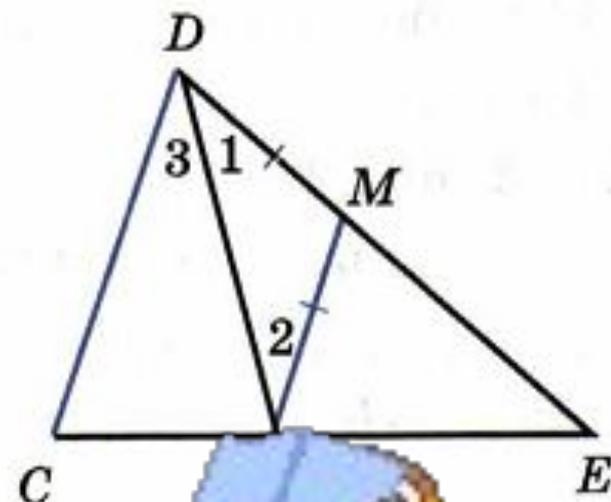
2)  $\angle 2 = \angle 3$ , так как эти углы

---



---

3) Итак,  $\angle 1 = \angle 2$  и  $\angle 2 = \angle 3$ , по-  
этому  $\angle \_ = \angle \_$ , т. е. луч  $DN$  —  
биссектриса угла  $D$ .

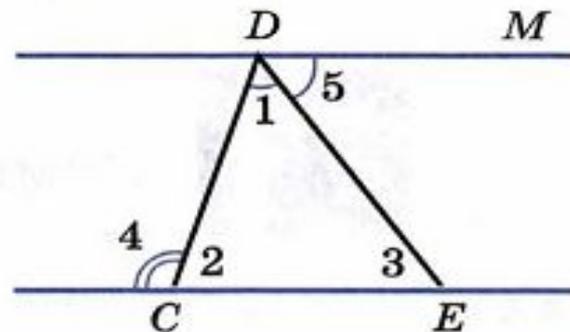




На рисунке  $DM \parallel CE$ , луч  $DE$  — биссектриса угла  $CDM$ ,  $\angle 4 = 108^\circ$ .  
Найдите углы треугольника  $CDE$ .

Решение.

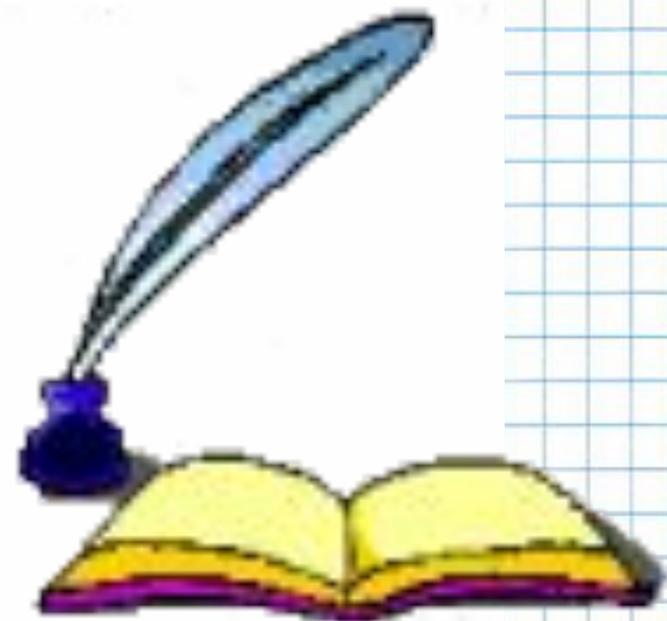
1)  $\angle CDM = \angle 4 = 108^\circ$ , так как



2)  $\angle 1 = \angle 5 = 54^\circ$ , так как \_\_\_\_\_

3)  $\angle 3 = \angle 5 = 54^\circ$ , так как \_\_\_\_\_

4)  $\angle 2 = 180^\circ - \angle 4 = \underline{\hspace{2cm}}$ , так как \_\_\_\_\_



Ответ.  $\angle C = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $\angle D = \underline{\hspace{2cm}}$ ,

$\angle E = \underline{\hspace{2cm}}$