



Прямоугольные треугольники

и некоторые их свойства.

Домашнее задание:

§ 34, вопросы 10-11.

№ 255, 256, 258 из У.

Дополнительные
задачи.

Проверка домашнего задания.

Задача 1.

Задача 2.

Задача 3.

Цели урока:

- 1) рассмотреть свойства прямоугольных треугольников;
- 2) научить решать задачи на применение свойств прямоугольных треугольников.

Решить задачи по готовым чертежам

Цель решения данных задач — подготовить учащихся к изучению и доказательству свойств прямоугольных треугольников.

Свойства прямоугольного треугольника можно сформулировать в виде задач на доказательство и предложить учащимся решить их самостоятельно.

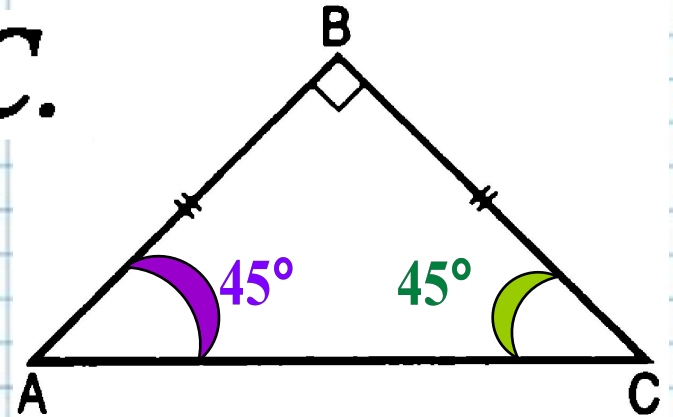
(Задачу 1 можно предложить менее подготовленным учащимся, остальных учащихся разделить на два варианта и предложить I варианту решить задачу 2, II варианту — задачу 3. На решение задачи отводится 5–7 минут. Через 2–3 минуты от начала решения можно сделать подсказку к задачам 2 и 3.

Различные способы решения данных задач необходимо заслушать, выбрать наиболее рациональный способ и отметить, что эти три утверждения являются **свойствами прямоугольных треугольников**.

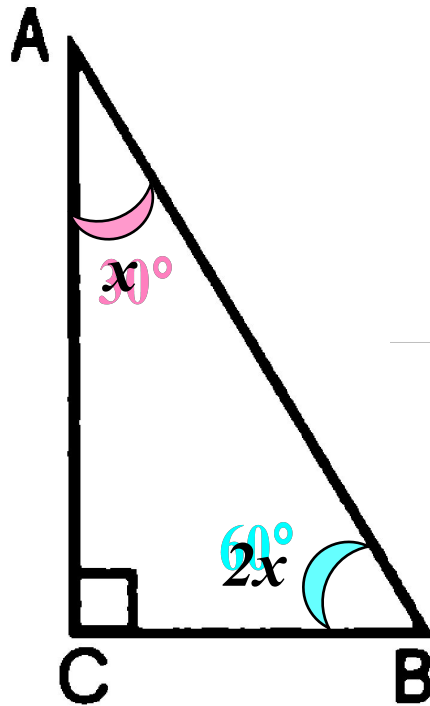
Актуализация знаний.

Решение задач по готовым чертежам.

1. *Найти:* $\angle A$, $\angle C$.



2.



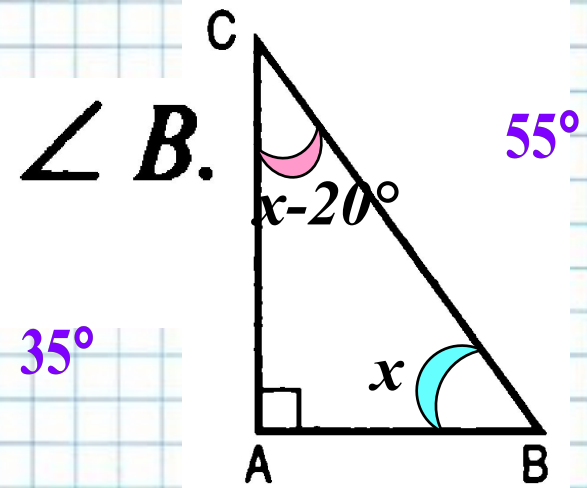
$$\angle A : \angle B = 1 : 2.$$

Найти: $\angle A$, $\angle B$.

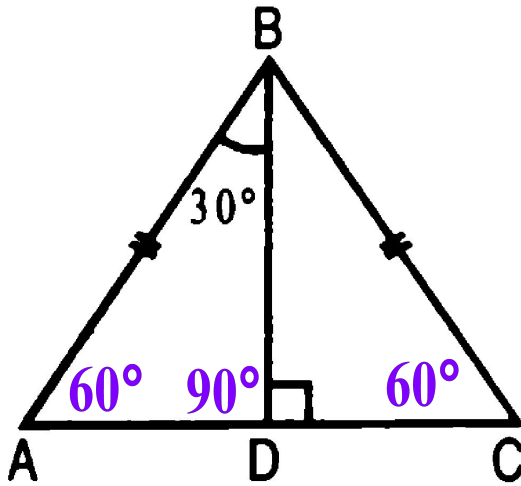


3.

$\angle C$ на 20° меньше, чем $\angle B$.
Найти: $\angle B$, $\angle C$.



4.



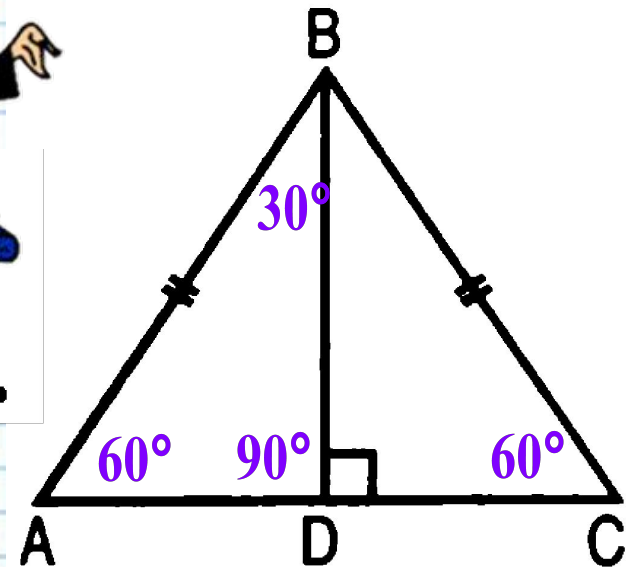
Доказать: $AD = 1/2 AB$.



5.

$AD = 1/2 AB$.

Найти: углы $\triangle ABD$.



Задача 1

Докажите, что в прямоугольном треугольнике сумма острых углов равна 90° .

**Свойство
1.**

Задача 2

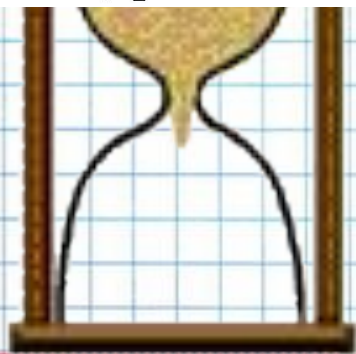
Докажите, что катет в прямоугольном треугольнике, лежащий против угла в 30° , равен половине гипотенузы.

**Свойство
2.**

Задача 3

Докажите, что, если катет прямоугольного треугольника равен половине гипотенузы, то угол, лежащий против этого катета, равен 30° .

Подсказка. Достройте свой треугольник до равностороннего со стороной, равной его гипотенузе.)



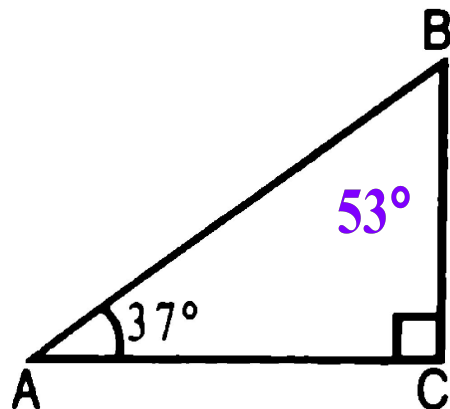
**Свойство
3.**



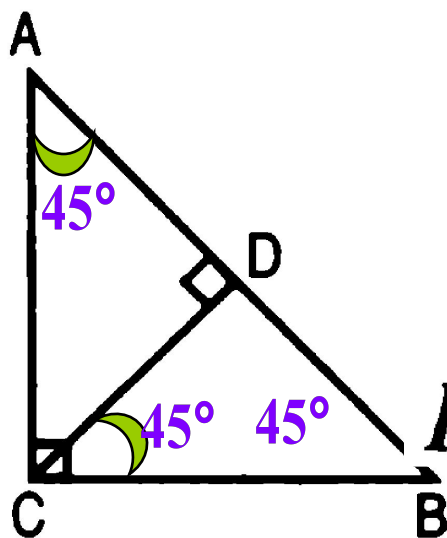
Закрепление изученного материала

1. Устно решить задачи по готовым чертежам:

1. Найдите: $\angle B$.

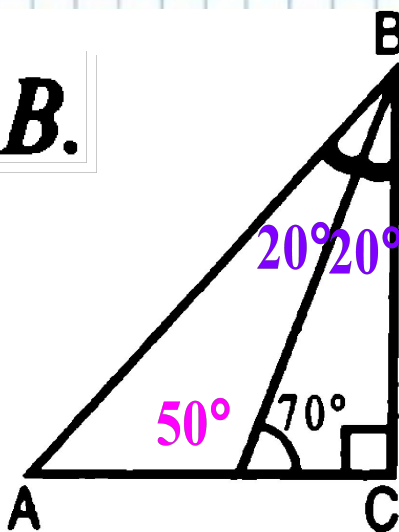


2.

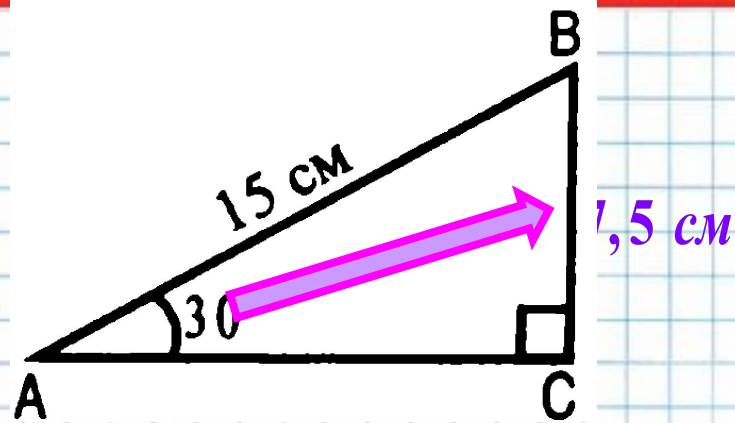


Найдите: $\angle A$, $\angle B$, $\angle DCB$.

3. Найдите: $\angle CAB$.

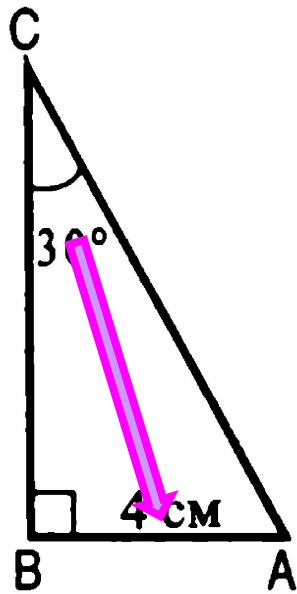


4. *Найти: BC.*

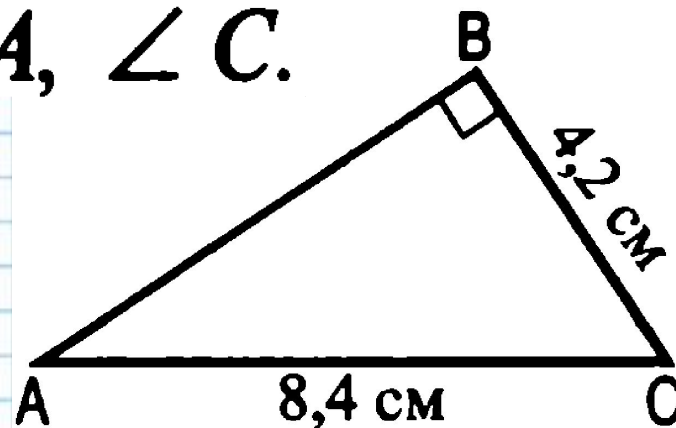


Найти: AC.

5.



6. *Найти: $\angle A$, $\angle C$.*



Формирование умений и навыков.

1. № 257 – с комментированием у доски.

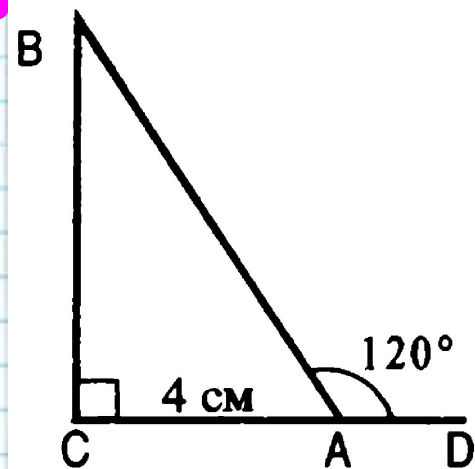
Дано: $\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$, $\angle BAD = 120^\circ$, $AC + AB = 18$ см.

Найти: AC , AB .

Решение: $\angle CAB + \angle BAD = 180^\circ$, $\angle BAD = 120^\circ$, тогда $\angle CAB = 180^\circ - \angle BAD = 60^\circ$.

$\triangle ABC$ – прямоугольный ($\angle C = 90^\circ$), значит, $\angle BAC + \angle B = 90^\circ$, а так как $\angle BAC = 60^\circ$, то $\angle B = 30^\circ$.

Катет AC лежит против угла в 30° и он равен половине гипотенузы, т.е. $AC = 1/2 AB$. Так как $AC + AB = 18$ см, то $1/2 AB + AB = 18$ см, отсюда $AB = 12$ см, $AC = 6$ см. (Ответ: $AB = 12$ см, $AC = 6$ см.)



2) Самостоятельно решить № 138,
№ 139, № 140, № 141 из РТ.

№ 138.

№ 139.

№ 140.

№ 141.

3) № 259, № 260 из У - самостоятельно.
Дополнительные задачи

Задача № 259 **Решение**

ΔABC – равнобедренный, т.е. $\angle A = \angle BCA =$
 $= (180^\circ - 120^\circ) : 2 = 30^\circ$. ΔACH –

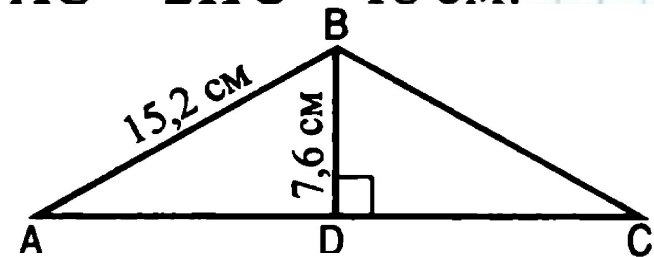
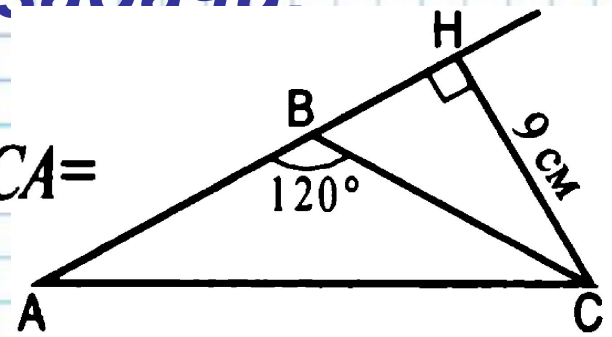
прямоугольный, в нем $\angle A = 30^\circ$, а HC –

катет, лежащий против угла в 30° , значит, $AC = 2HC = 18$ см.

Задача № 260 **Решение**

ΔABC – прямоугольный, $BD = 1/2 AB$,
тогда $\angle A = 30^\circ$.

ΔABC – равнобедренный, тогда $\angle C = \angle A = 30^\circ$, $\angle ABC = 120^\circ$.



Дополнительные задачи:

Задача 1

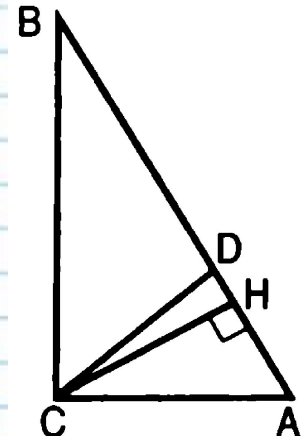
Найти углы прямоугольного треугольника, если угол между биссектрисой и высотой, проведенными из вершины прямого угла, равен 15° .

Решение

CD – биссектриса, CH – высота, $\angle DCH = 15^\circ$, $\angle DCA = 45^\circ$, тогда $\angle HCA = 30^\circ$.

$\triangle HCA$ – прямоугольный, в нем $\angle HCA = 30^\circ$, тогда $\angle CAH = 60^\circ$.

$\triangle ABC$ – прямоугольный, в нем $\angle A = 60^\circ$, тогда $\angle B = 30^\circ$.

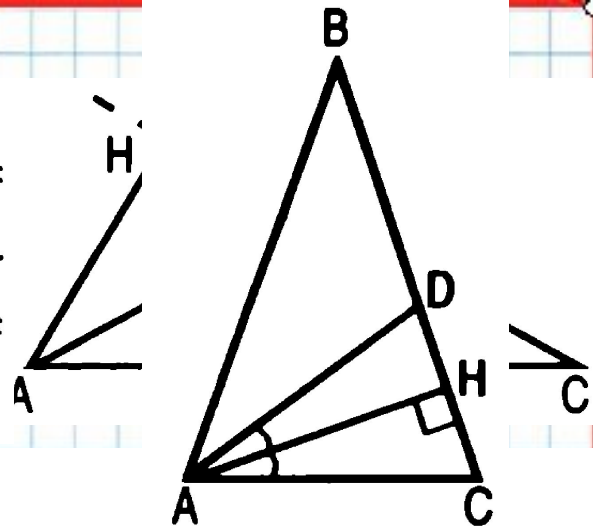


Задача 2

В равнобедренном треугольнике один из углов 120° , а основание равно 4 см. Найдите высоту, проведенную к боковой стороне.



Решение 120° — угол при вершине равнобедренного треугольника, тогда $\angle A = \angle C = 30^\circ$. AH — высота $\triangle ABC$, тогда $\triangle AHC$ — прямоугольный, в нем $\angle C = 30^\circ$, значит, $AH = 1/2 AC = 2$ см. (*Ответ: 2 см.*)



Задача 3

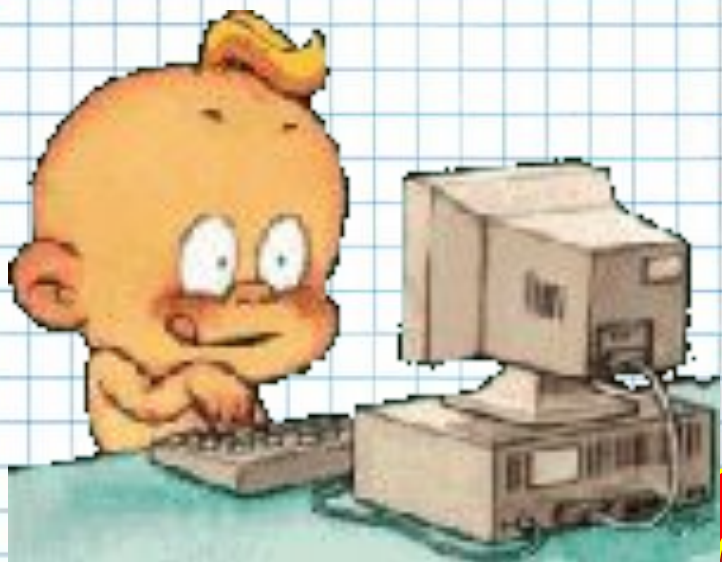
Высота, проведенная к боковой стороне равнобедренного треугольника, делит пополам угол между основанием и биссектрисой. Найдите углы равнобедренного треугольника.

Решение

AD — биссектриса $\angle BAC$, AH — высота $\triangle ABC$, $\angle DAN = \angle CAH$.

Так как AD — биссектриса $\angle BAC$, то $\angle BAD = \angle DAC$, но $\angle DAC = \angle DAN + \angle CAH$, причем $\angle DAN = \angle CAH$, тогда $\angle CAH = 1/4 \angle BAC$.

$\triangle ABC$ — равнобедренный, поэтому $\angle BAC = \angle BCA$, значит, $\angle CAH = 1/4 \angle BCA$. $\triangle ACH$ — прямоугольный, значит, $\angle CAH + \angle HCA = 90^\circ$, тогда $1/4 \angle HCA + \angle HCA = 90^\circ$, $\angle HCA = 72^\circ$, следовательно, $\angle BCA = \angle BAC = 72^\circ$, $\angle ABC = 36^\circ$. (*Ответ: 72°, 72°, 36°.*)



Спасибо за урок!



Методическое пособие:

Учебно-методическое пособие

В ПОМОЩЬ ШКОЛЬНОМУ УЧИТЕЛЮ

Гаврилова Нина Федоровна

**УНИВЕРСАЛЬНЫЕ ПОУРОЧНЫЕ РАЗРАБОТКИ
ПО ГЕОМЕТРИИ
7 класс**

Дизайн обложки Екатерины Бедриной

Налоговая льгота –

Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93-953000.

Издательство «ВАКО»

Подписано к печати с диапозитивов 20.04.2010.

Формат 84×108/32. Печать офсетная. Гарнитура Таймс.

Усл. печ. листов 15,96. Тираж 7000 экз. Заказ № 3525.

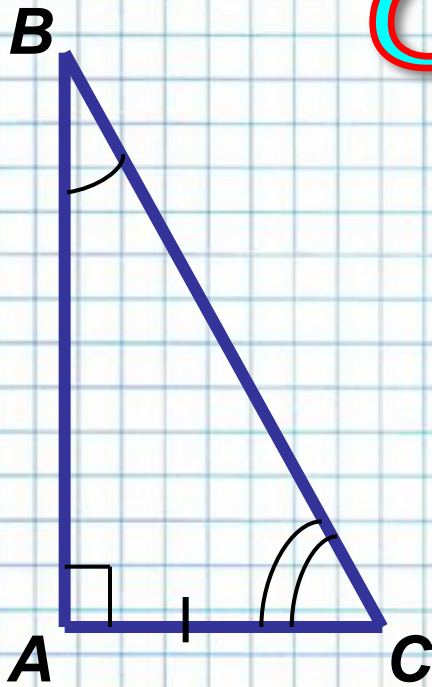
Отпечатано в ОАО ордена Трудового Красного Знамени
«Чеховский полиграфический комбинат»

142300, г. Чехов Московской области

Сайт: www.chpk.ru, e-mail: marketing@chpk.ru

Факс: 8(496) 726-54-10; телефон: 8(495) 988-63-87

Свойство 1

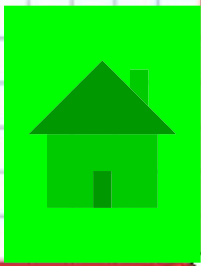


Сумма двух острых углов
прямоугольного треугольника
равна 90°

Доказательство:

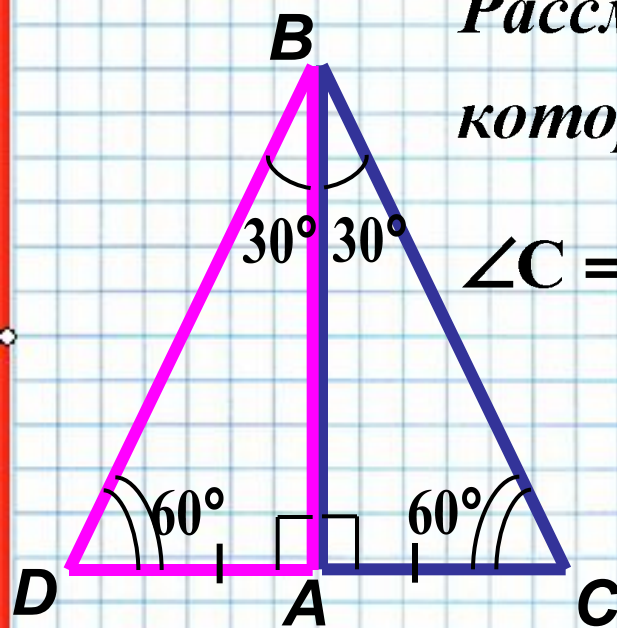


Сумма углов треугольника равна 180° , а прямой угол равен 90° , поэтому сумма двух острых углов прямоугольного треугольника равна 90° .



Свойство 2

Катет прямоугольного треугольника, лежащий против угла в 30° , равен половине гипотенузы.



Рассмотрим прямоугольный треугольник, в котором $\angle A$ – прямой, $\angle B = 30^\circ$ и значит, $\angle C = 60^\circ$. Докажем, что $AC = \frac{1}{2} BC$.

Доказательство:

Приложим к треугольнику ABC равный ему треугольник ABD .

Получим $\triangle BCD$, в котором $\angle B = \angle D = 60^\circ$,

поэтому $DC = BC$. Но $AC = \frac{1}{2} DC$. Следовательно,

$AC = \frac{1}{2} BC$, что и требовалось доказать.



Свойство 3

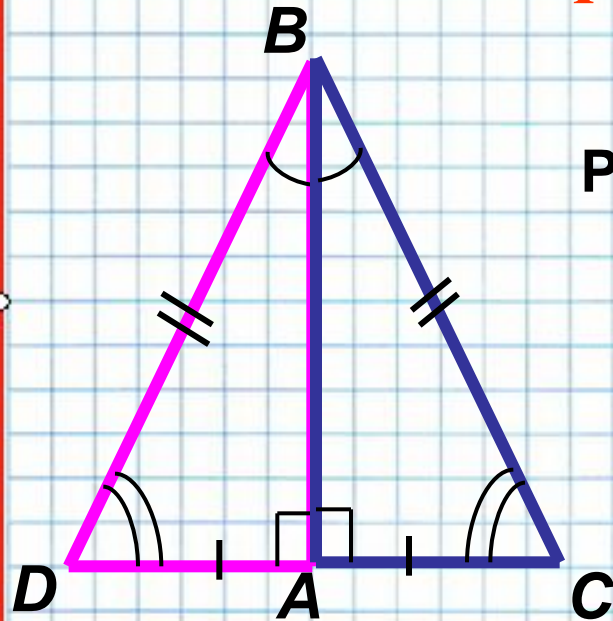
Если катет прямоугольного треугольника равен половине гипотенузы, то угол, лежащий против этого катета, равен 30° .

Доказательство:

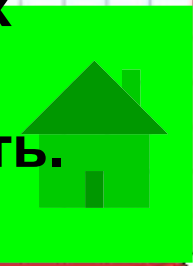
Рассмотрим прямоугольный треугольник, у которого катет AC равен половине гипотенузы BC .

Докажем, что $\angle ABC = 30^\circ$

Приложим к треугольнику ABC равный ему треугольник ABD .



Получим равносторонний $\triangle BCD$. Углы равностороннего треугольника равны друг другу, поэтому каждый из них равен 60° . В частности, $\angle DBC = 60^\circ$. Но $\angle DBC = 2 \angle ABC$. Следовательно, $\angle ABC = 30^\circ$, что и требовалось доказать.

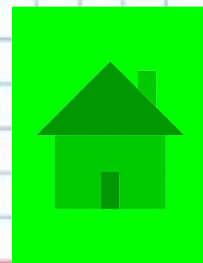


Один из острых углов прямоугольного треугольника на 24° больше другого. Найдите острые углы треугольника.

Решение. Пусть углы A и B — острые углы прямоугольного треугольника ABC , тогда $\angle A + \angle B = \underline{90^\circ}$.

Предположим, что угол A на 24° больше угла B . Тогда $\angle A = \angle B + 24^\circ$, $\angle A + \angle B = (\angle B + 24^\circ) + \angle B = \underline{90^\circ}$, откуда $\angle B = \frac{1}{2}(\underline{90^\circ} - 24^\circ) = \underline{33^\circ}$, а $\angle A = \underline{57^\circ}$

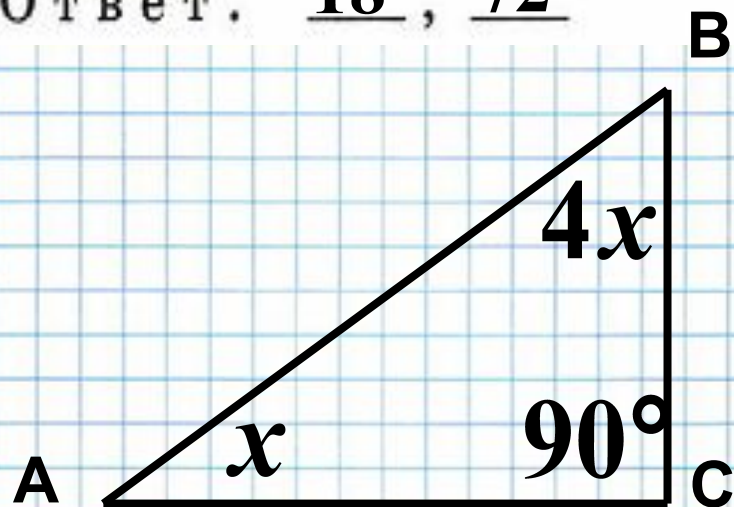
Ответ. 33° , 57°



Один из острых углов прямоугольного треугольника в 4 раза меньше другого. Найдите эти углы.

Решение. Пусть меньший острый угол прямоугольного треугольника x° , а больший – $4x^\circ$. Тогда их сумма $x^\circ + 4x^\circ \equiv 90^\circ$. $5x^\circ = 90^\circ$, $x = 18^\circ$.

Ответ. 18° , 72°



На рисунке треугольник ABC — прямоугольный с прямым углом C , CH — высота, $\angle A = 52^\circ$. Найдите $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$.

Решение.

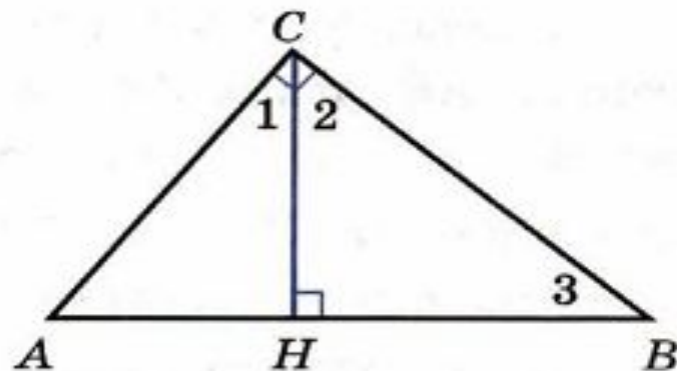
1) Треугольник ACH прямоугольный с прямым углом H , так как CH — высота треугольника ABC , поэтому $\angle 1 + \angle A = \underline{90^\circ}$, откуда $\angle 1 = \underline{90^\circ} - \angle A = \underline{90^\circ} - 52^\circ = \underline{38^\circ}$

2) $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$, так как $\triangle ABC$ прямоугольный с прямым углом C , поэтому $\angle 2 = 90^\circ - \angle 1 = \underline{52^\circ}$

3) $\angle 2 + \angle 3 = 90^\circ$, так как $\triangle CHB$ прямоугольный, по условию CH — высота, значит $\angle 2 + \angle 3 = 90^\circ$, поэтому $\angle 3 = 90^\circ - \angle 2 = \underline{38^\circ}$

Ответ.

$\angle 1 = \underline{38^\circ}$, $\angle 2 = \underline{52^\circ}$, $\angle 3 = \underline{38^\circ}$



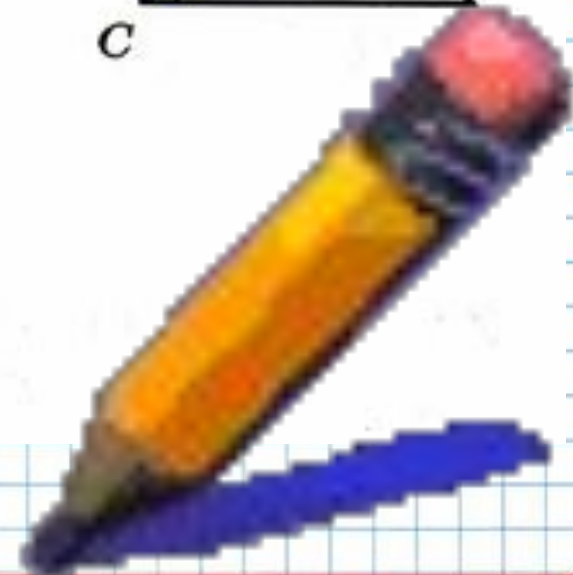
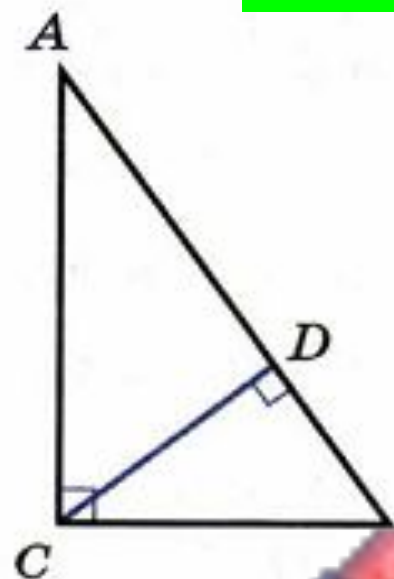
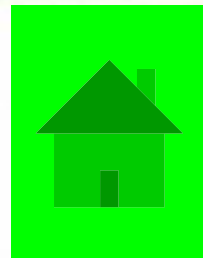
На рисунке CD — высота прямоугольного треугольника ABC , проведенная к гипотенузе. Докажите, что $\angle A = \angle BCD$.

Доказательство.

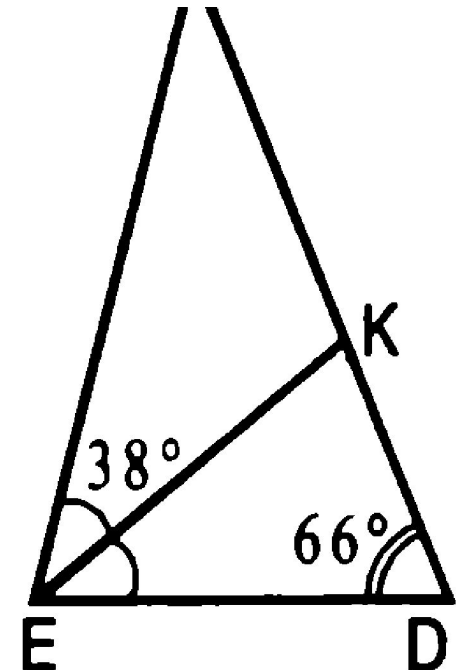
1) $\angle A + \angle B = \underline{90^\circ}$, так как сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90° .

2) Углы BCD и B — острые углы прямоугольного треугольника BCD , поэтому $\angle BCD + \angle B = \underline{90^\circ}$

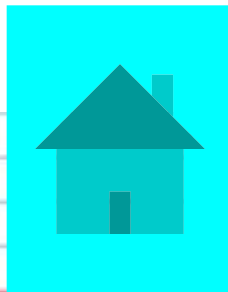
3) Из 1) и 2) следует, что $\angle A = \underline{\angle BCD}$



1. В треугольнике CDE $\angle E = 76^\circ$, $\angle D = 66^\circ$,
 EK – биссектриса треугольника.
Докажите, что $KC > DK$.

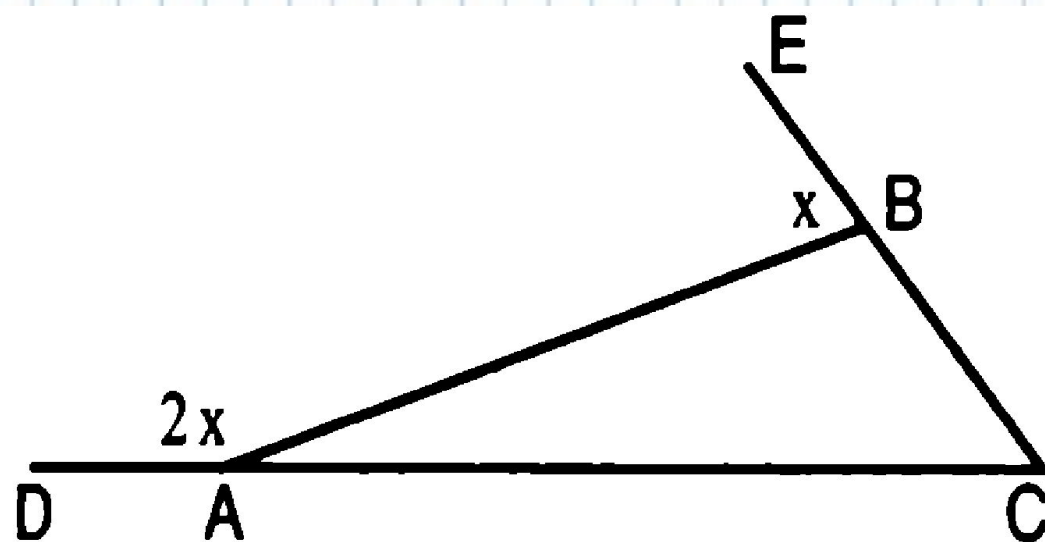


$\triangle EKC$ – равнобедренный с основанием EC , тогда $CK = EK$.
В $\triangle DKE$ $EK > KD$, тогда $KC > DK$.

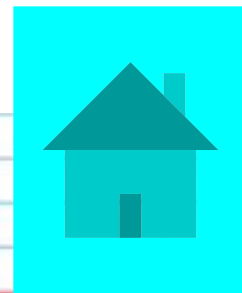


2. В треугольнике ABC угол A меньше угла B на 80° , а внешний угол при вершине A больше внешнего угла при вершине B в два раза.

Найдите внутренние углы треугольника ABC .

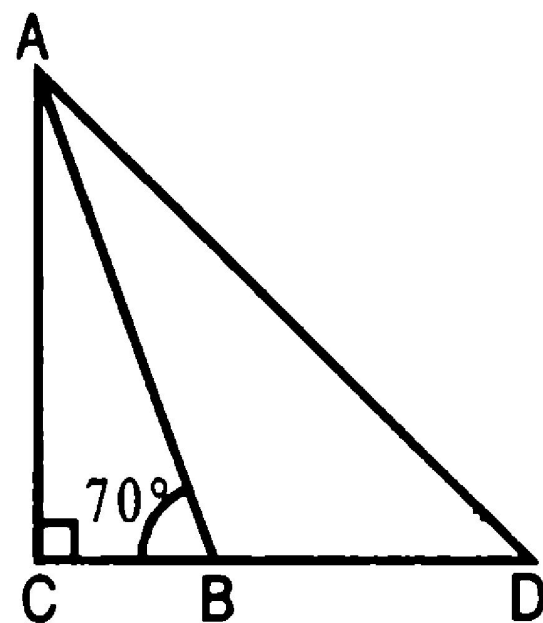


$$\angle BAC = 180^\circ - 2x, \angle ABC = 180^\circ - x. \angle ABC - \angle BAC = 80^\circ, \text{ тогда } x = 80^\circ. \angle ABC = 100^\circ, \angle BAC = 20^\circ, \angle C = 60^\circ.$$



3. В треугольнике ABC угол C равен 90° , а угол B равен 70° . На луче CB отложен отрезок CD , равный CA .

Найдите углы треугольника ABD .



$\angle CAD = \angle CDA = 45^\circ$, $\angle ABD = 110^\circ$, тогда $\angle BAD = 25^\circ$.

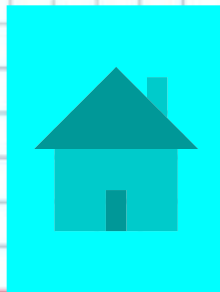


Задача 1

Докажите, что, если медиана треугольника равна половине стороны, к которой она проведена, то треугольник прямоугольный.

Задача 2

Докажите, что, если треугольник прямоугольный, то медиана, проведенная из вершины прямого угла, равна половине гипотенузы.



Повторим.

А. Основные сведения.

В прямоугольном треугольнике:

- 1) сумма острых углов равна ____;
- 2) катет _____ гипотенузы;
- 3) катет, лежащий против угла в 30° , равен _____ гипотенузы;
- 4) если катет равен половине гипотенузы, то угол, лежащий против этого катета, равен _____.

(Подпишите на чертеже названия сторон прямоугольного треугольника.)

