

# Раздел: Прямоугольная система координат и векторы в пространстве

Тема урока:

Расстояние между двумя точками в  
пространстве

Школа НИШ ФМН г. Астаны  
Учитель математики: Косова Г.П.  
2017-2018 уч. год.

# Цель обучения

## 10.4.2

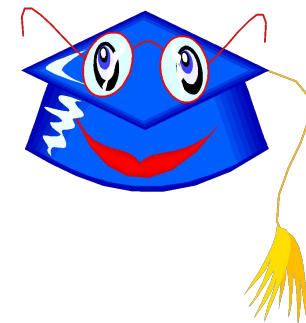
уметь находить расстояние между  
двумя точками в пространстве

# Критерии успеха:

## Учащийся

- ✓ записывает формулу расстояния между двумя точками в пространстве;
- ✓ применяет формулу расстояния между двумя точками в пространстве при решении задач.

# Повторение:



1. Даны точки  $A (-1; 7)$  и  $B (7; 1)$ .

а) Найдите координаты середины отрезка  $AB$ .

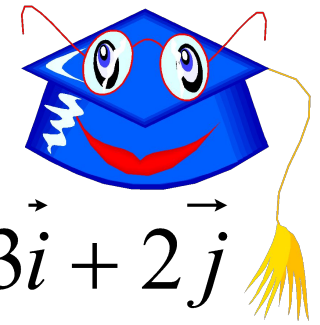
$$x_C = \frac{x_A + x_B}{2} \quad y_C = \frac{y_A + y_B}{2}$$

$C (3; 4)$

б) Найдите длину отрезка  $AB$ .

$$|AB| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$|AB| = 10$$



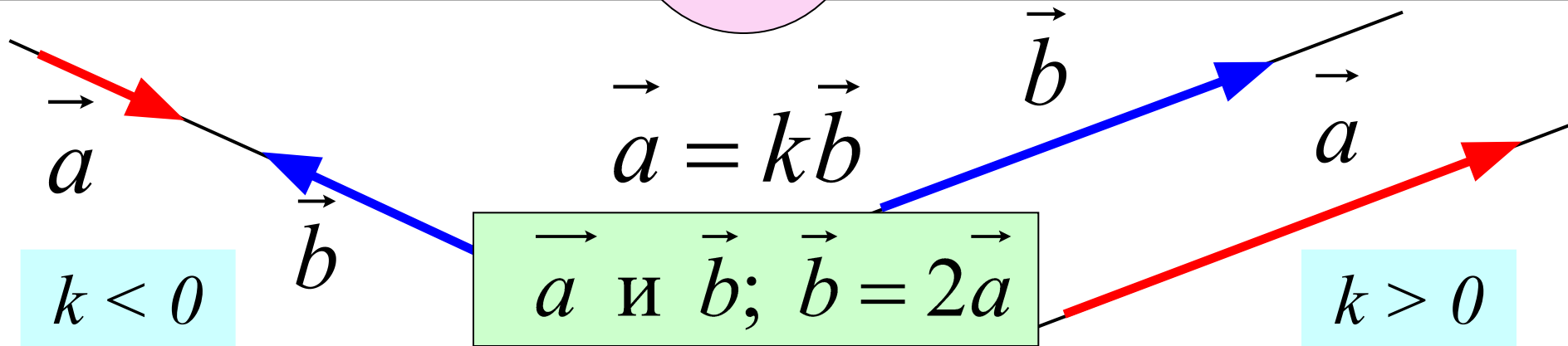
## Повторение:

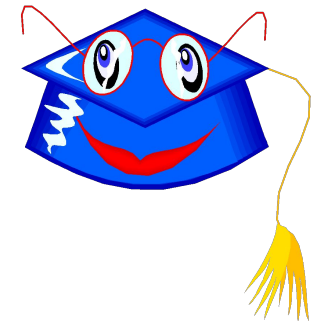
2. Запишите координаты вектора  $\vec{m} = -3\vec{i} + 2\vec{j}$

$$\vec{m} \{-3; 2\}$$

3. Среди векторов  $\vec{a} \{-4; 5\}$ ;  $\vec{b} \{-8; 10\}$ ;  $\vec{c} \{2; -2,5\}$  укажите пару коллинеарных векторов.

Ненулевые векторы коллинеарными, если они лежат либо на одной прямой, либо на параллельных





## Повторение:

4. Найдите координаты вектора  $\overrightarrow{EF}$ , если  $E (-2; 3)$ ,  $F (1; 2)$ .

$$\overrightarrow{EF} \{x_F - x_E; y_F - y_E\}$$

$$\overrightarrow{EF} \{3; -1\}$$

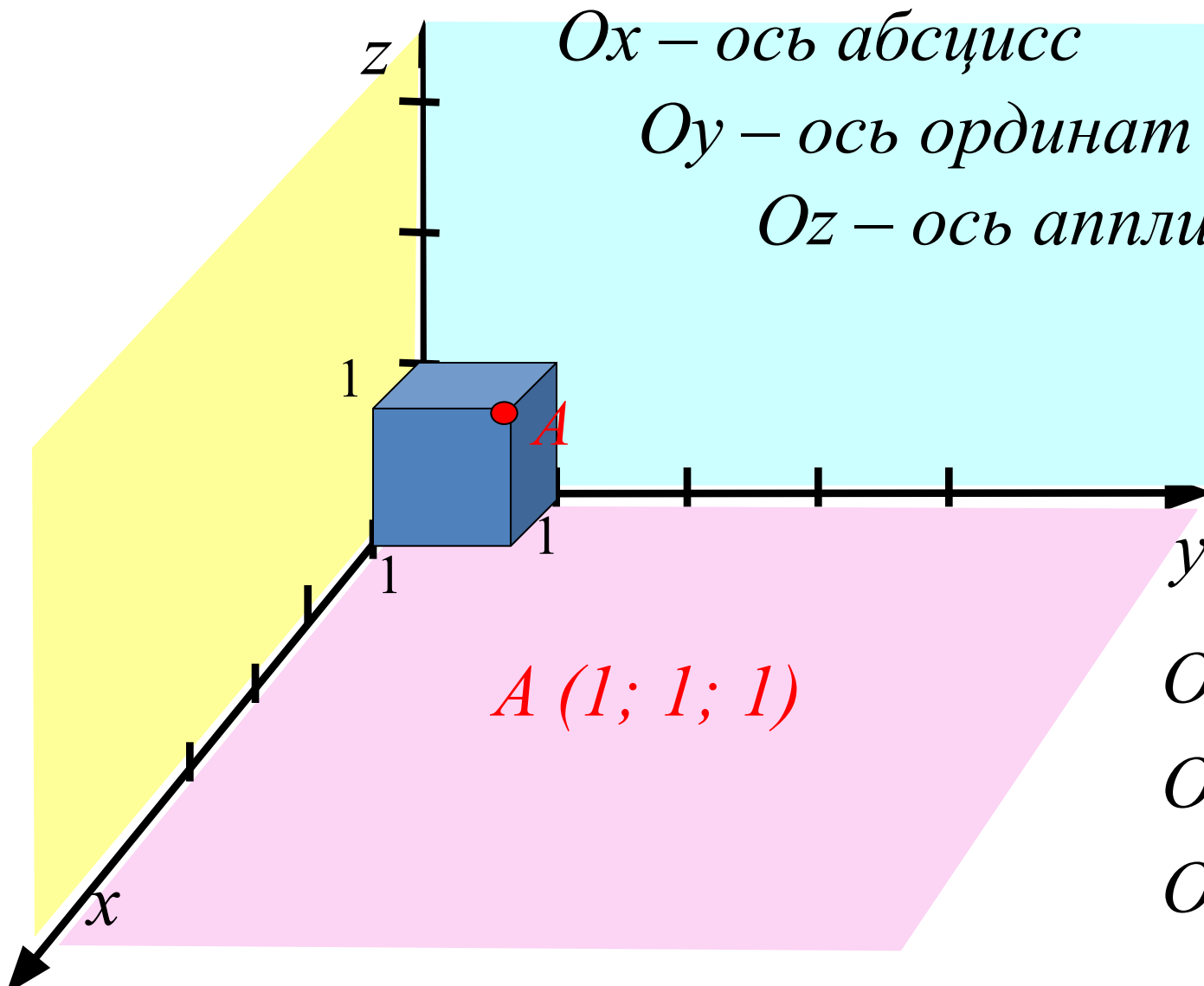
5. Найдите расстояние между точками  $A (a; 0)$  и  $B (b; 0)$ .

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$AB = |b - a|$$

МОЛОДЦЫ!

# Задание прямоугольной системы координат в пространстве:

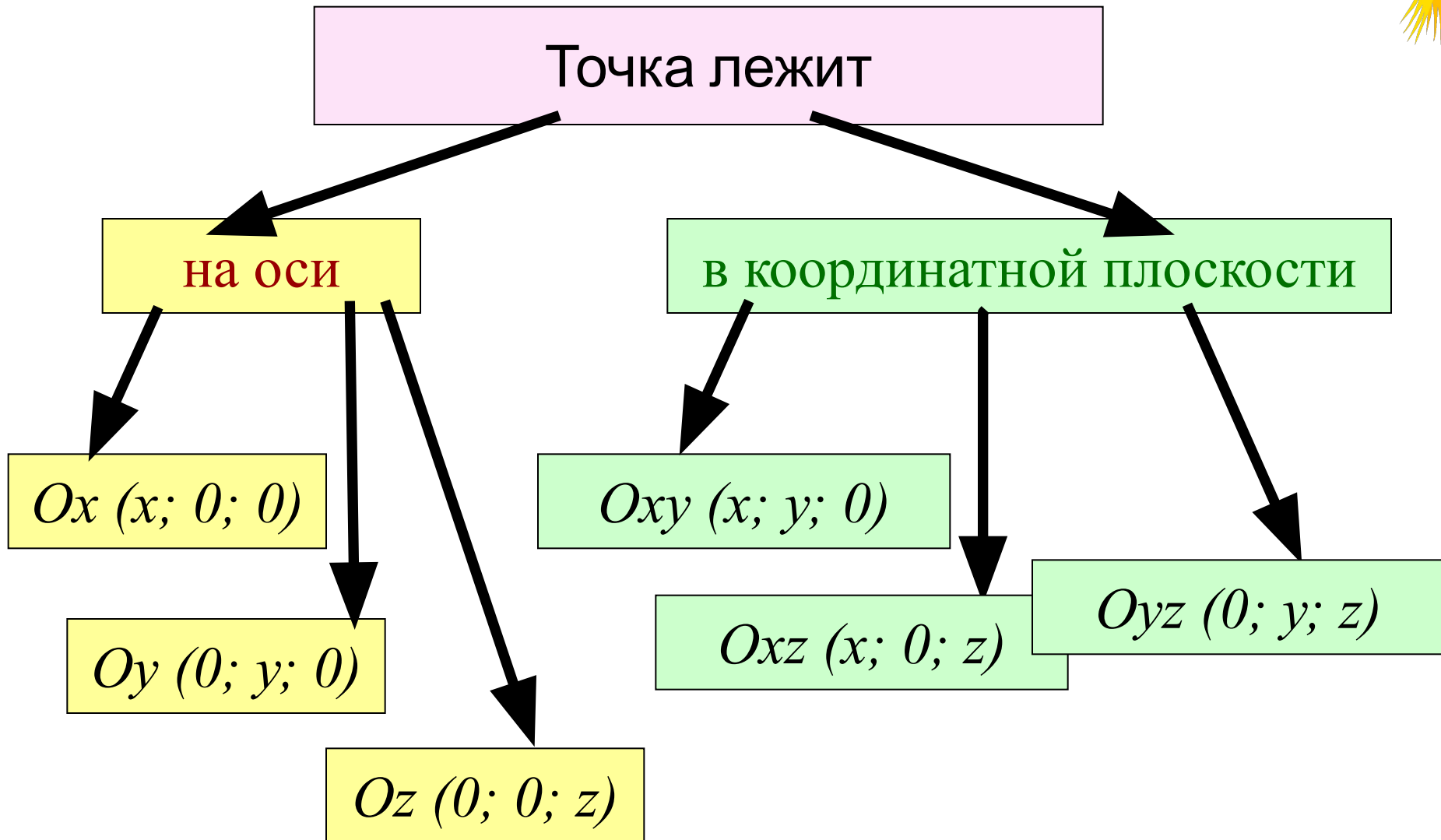
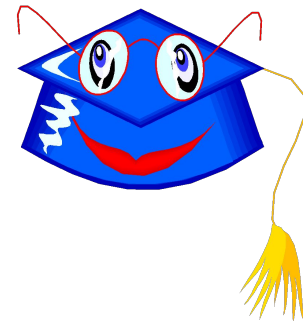


$$Oy \perp Oz$$

$$Oz \perp Ox$$

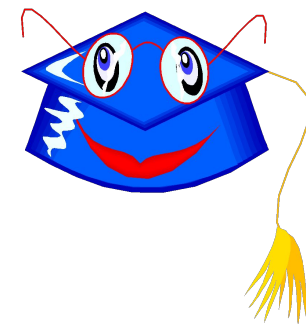
$$Oy \perp Ox$$

# Нахождение координат точек.





# Решение задач.



Рассмотрим точку  $A(2; -3; 5)$

1)  $A_4: Ox$

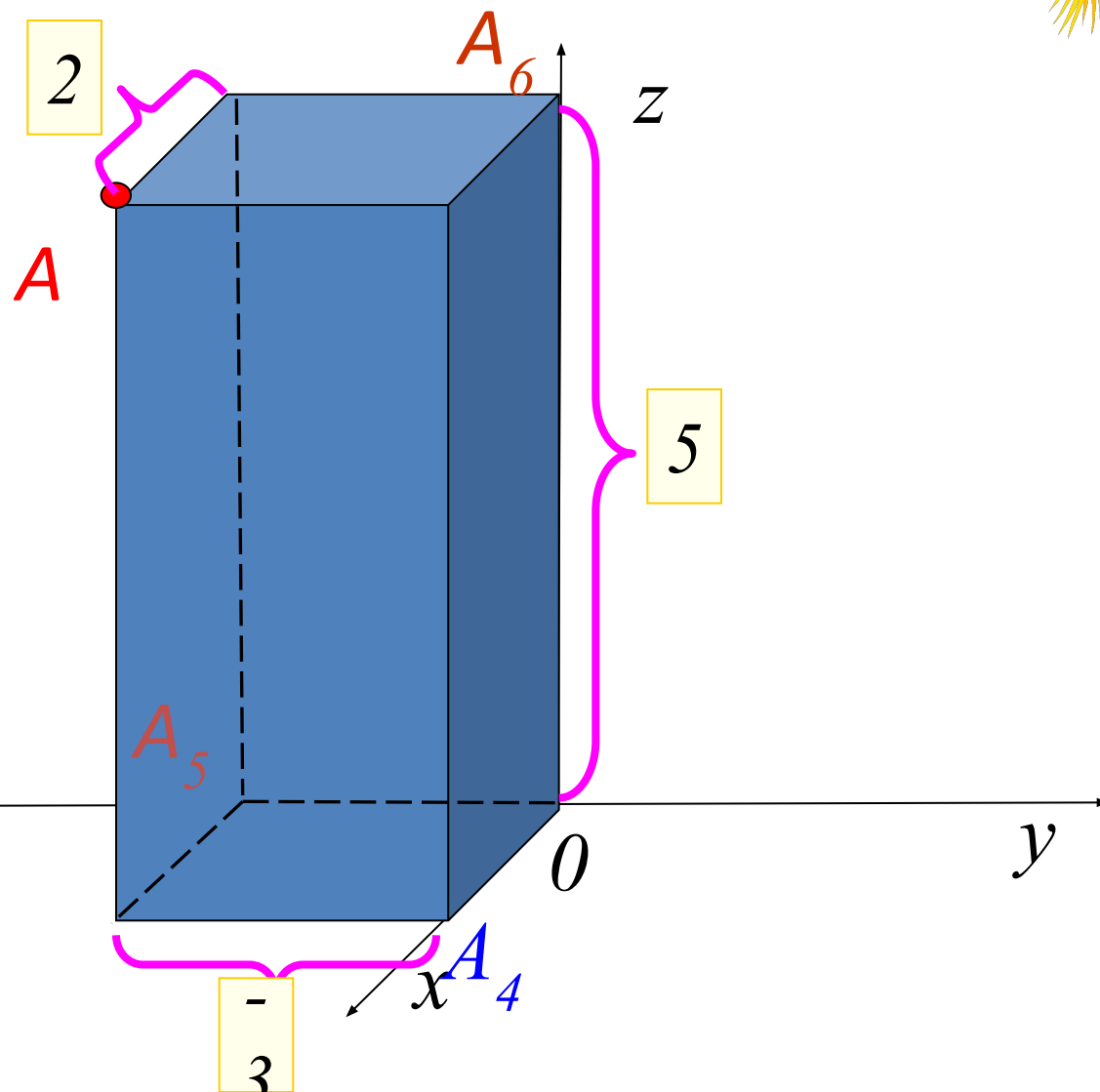
$$A_4(2; 0; 0)$$

2)  $A_5: Oy$

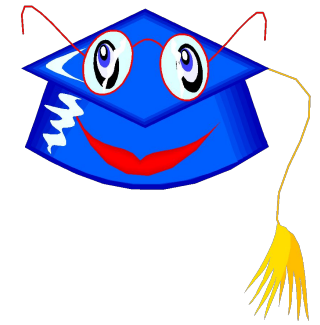
$$A_5(0; -3; 0)$$

3)  $A_6: Oz$

$$A_6(0; 0; 5)$$



# Решение задач.

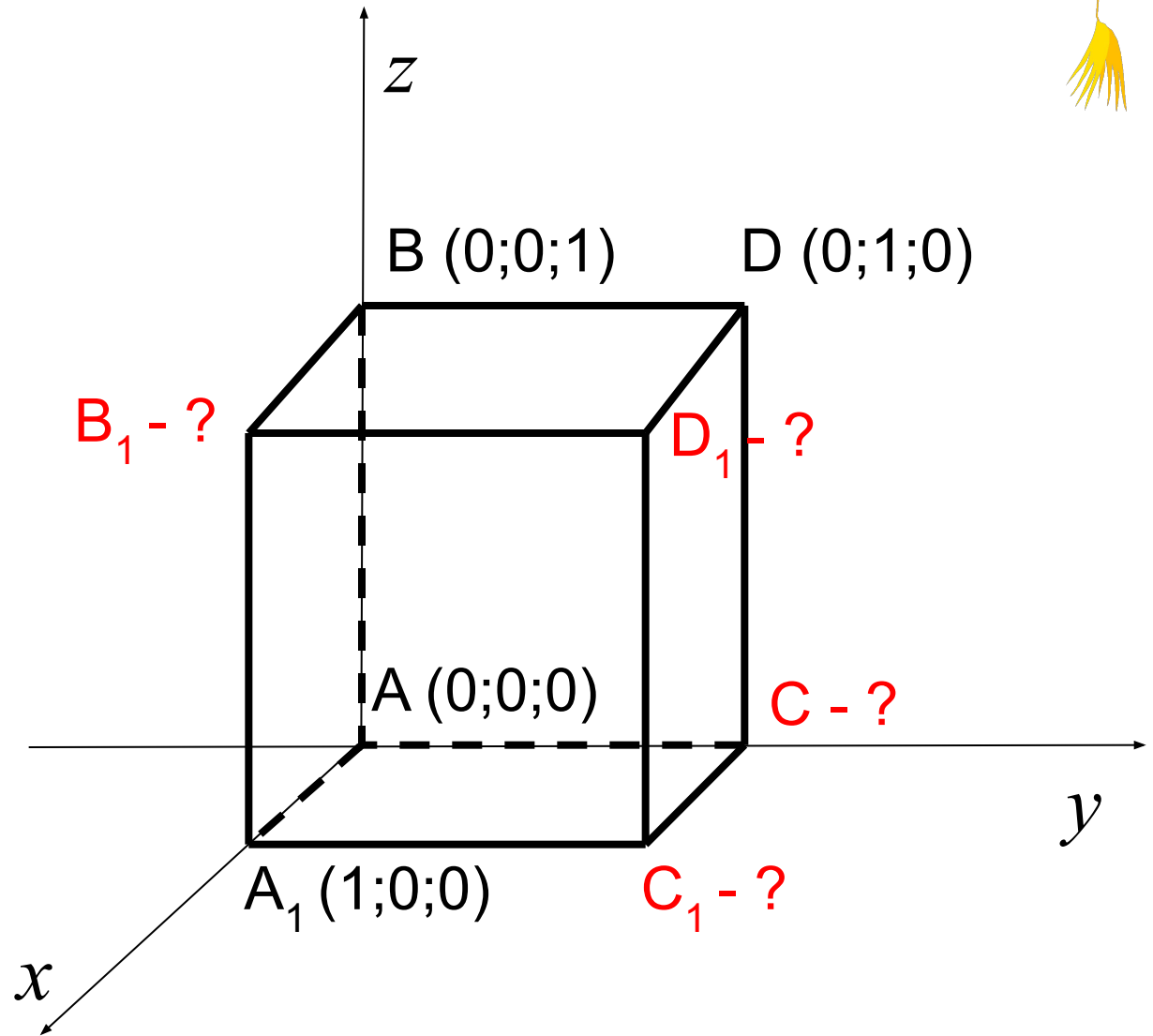


$$B_1 (1; 0; 1)$$

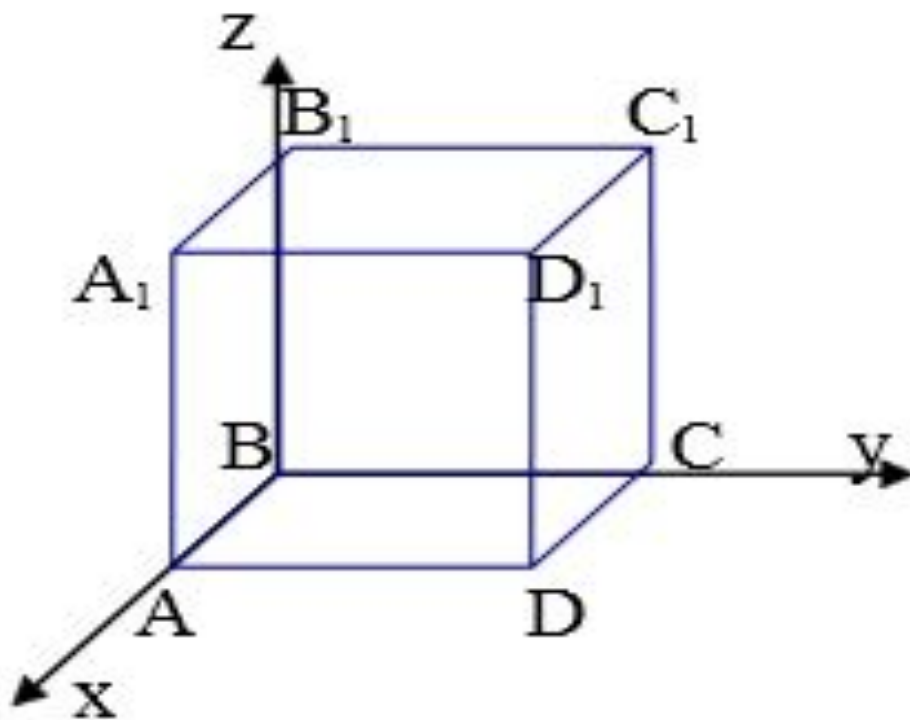
$$C (0; 1; 0)$$

$$C_1 (1; 1; 0)$$

$$D_1 (1; 1; 1)$$



Дан куб с ребром, равным 4.  
Определите координаты его вершин.



Ответы:

A (4;0;0)

B (0;0;0)

C (0;4;0)

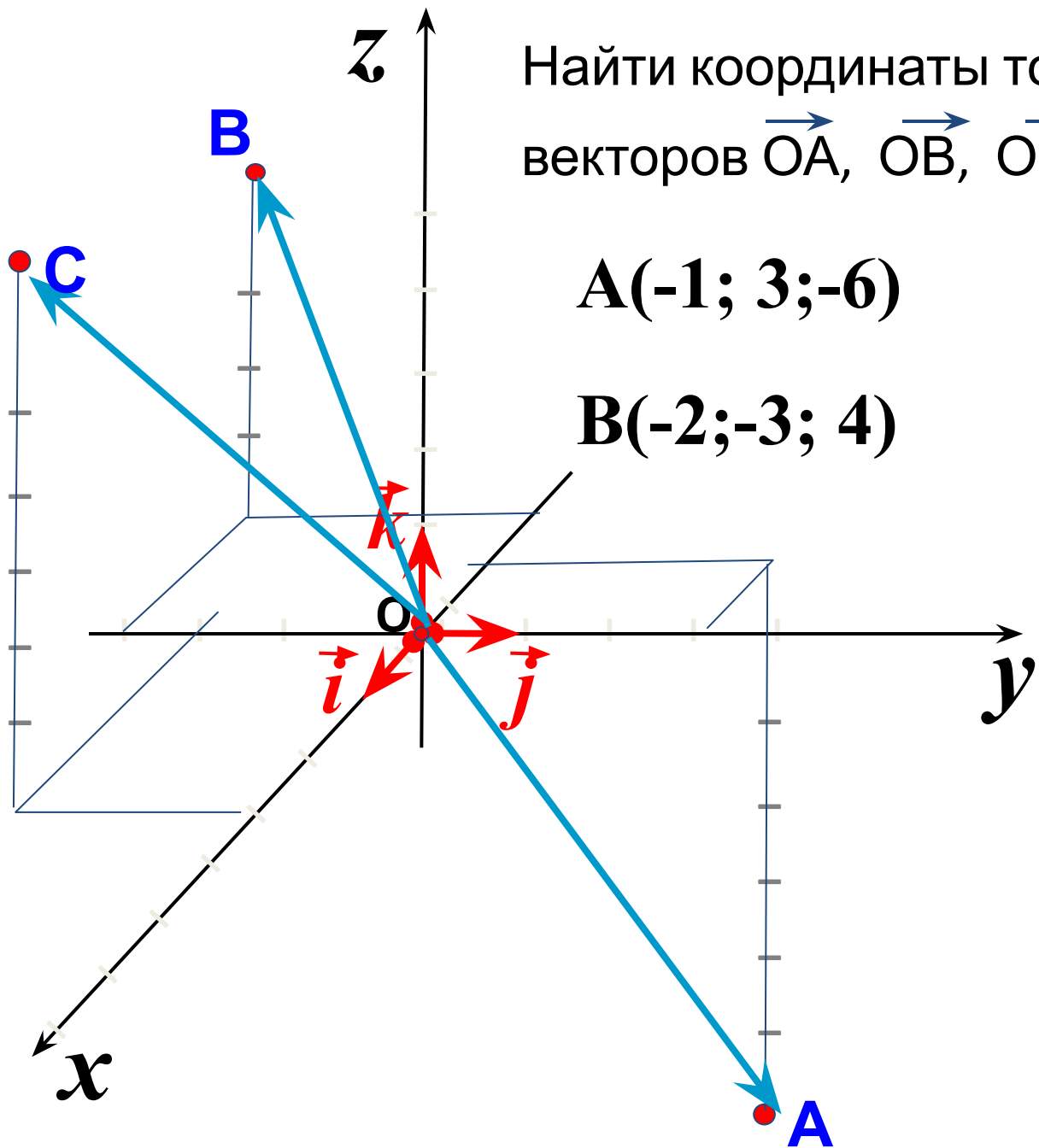
D (4;4;0)

A<sub>1</sub> (4;0;4)

B<sub>1</sub> (0;0;4)

C<sub>1</sub> (0;4;4)

D<sub>1</sub> (4;4;4)



Найти координаты точек  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и векторов  $\vec{OA}$ ,  $\vec{OB}$ ,  $\vec{OC}$

$$A(-1; 3; -6)$$

$$\vec{OA}\{-1; 3; -6\}$$

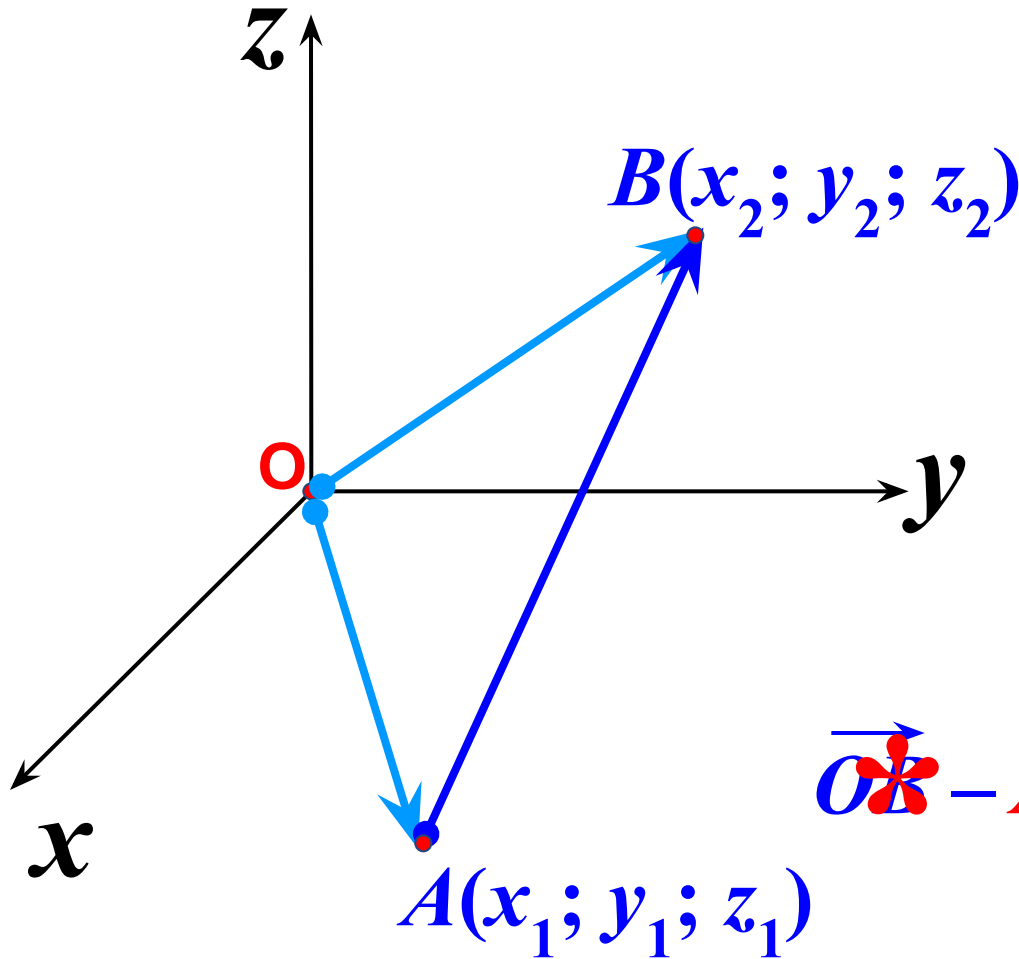
$$B(-2; -3; 4)$$

$$\vec{OB}\{-2; -3; 4\}$$

$$C(3; -2; 6)$$

$$\vec{OC}\{3; -2; 6\}$$

Каждая координата вектора равна разности соответствующих координат его конца и начала.



$$\vec{OA}\{x_1; y_1; z_1\}$$

$$\vec{OB}\{x_2; y_2; z_2\}$$

$$+\vec{-OA}\{-x_1; -y_1; -z_1\}$$

+

$$\vec{OB}\{x_2; y_2; z_2\}$$

---


$$\vec{OB} - \vec{OA}\{x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1\}$$

$$A(3;5;7), B(5;4;-1), \vec{AB} \quad \begin{array}{r} A(3;5;7) \\ - \\ B(5;4;-1) \\ \hline \vec{AB}\{2;-1;-8\} \end{array}$$

$$N(3;2;-3), O(0;0;0), \vec{ON} \text{ Радиус-вектор } \vec{ON}\{3; 2;-3\}$$

$$P(2;-1;0), C(4;-4;2), \vec{PC} \quad \begin{array}{r} P(2;-1;0) \\ - \\ C(4;-4;2) \\ \hline \vec{PC}\{2;-3; 2\} \end{array}$$

$$R(-4;0;-4), T(0;5;-1), \vec{TR} \quad \begin{array}{r} R(-4;0;-4) \\ - \\ T(0; 5;-1) \\ \hline \vec{TR}\{-4;-5;-3\} \end{array}$$

Радиус-вектор  $\vec{OD}\{-3;-4; 0\}$

Найдите координаты  
векторов

$R(2;7;1)$ ;  $M(-2;7;3)$ ;  $\overrightarrow{RM}$

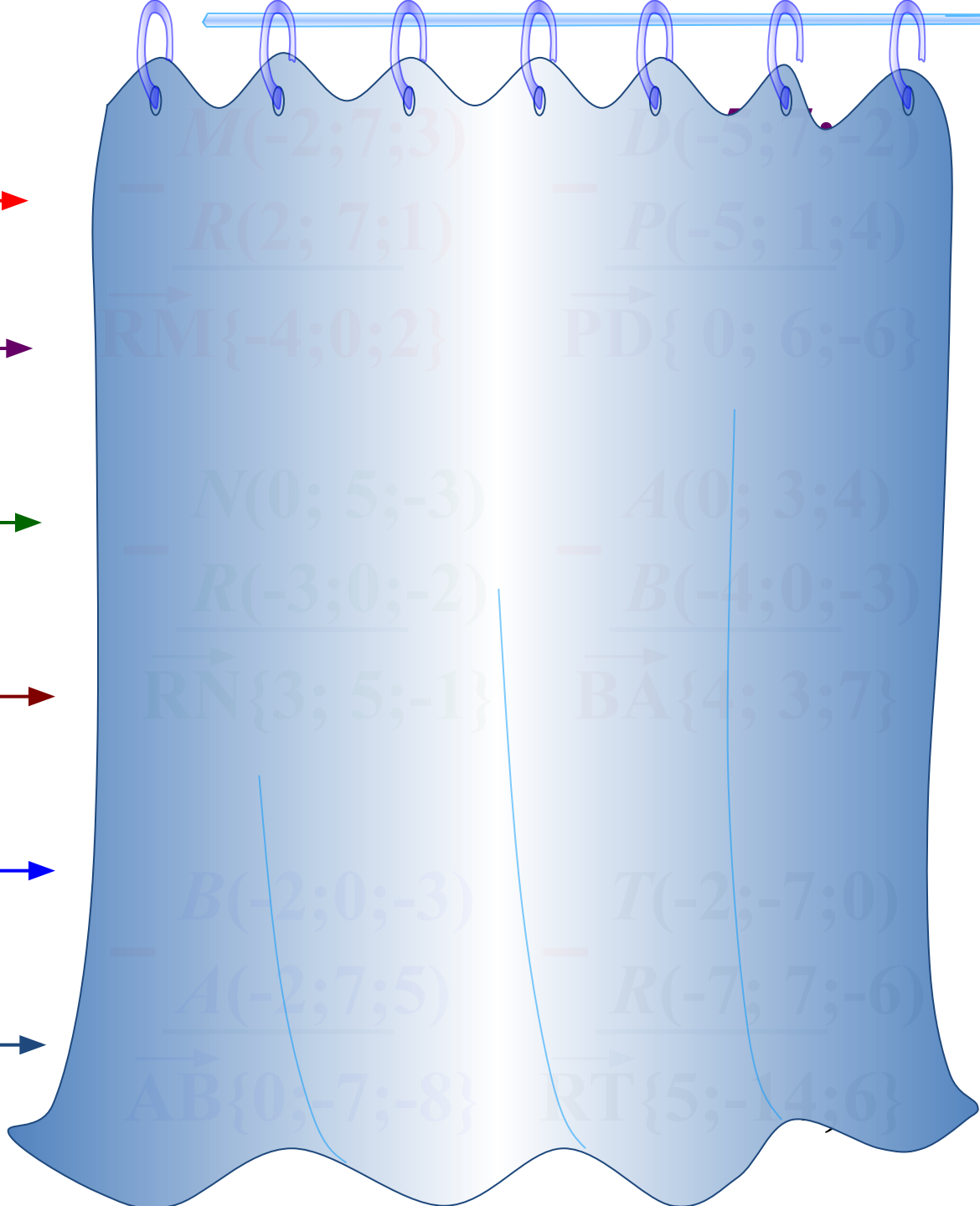
$P(-5;1;4)$ ;  $D(-5;7;-2)$ ;  $\overrightarrow{PD}$

$R(-3;0;-2)$ ;  $N(0;5;-3)$ ;  $\overrightarrow{RN}$

$A(0;3;4)$ ;  $B(-4;0;-3)$ ;  $\overrightarrow{BA}$

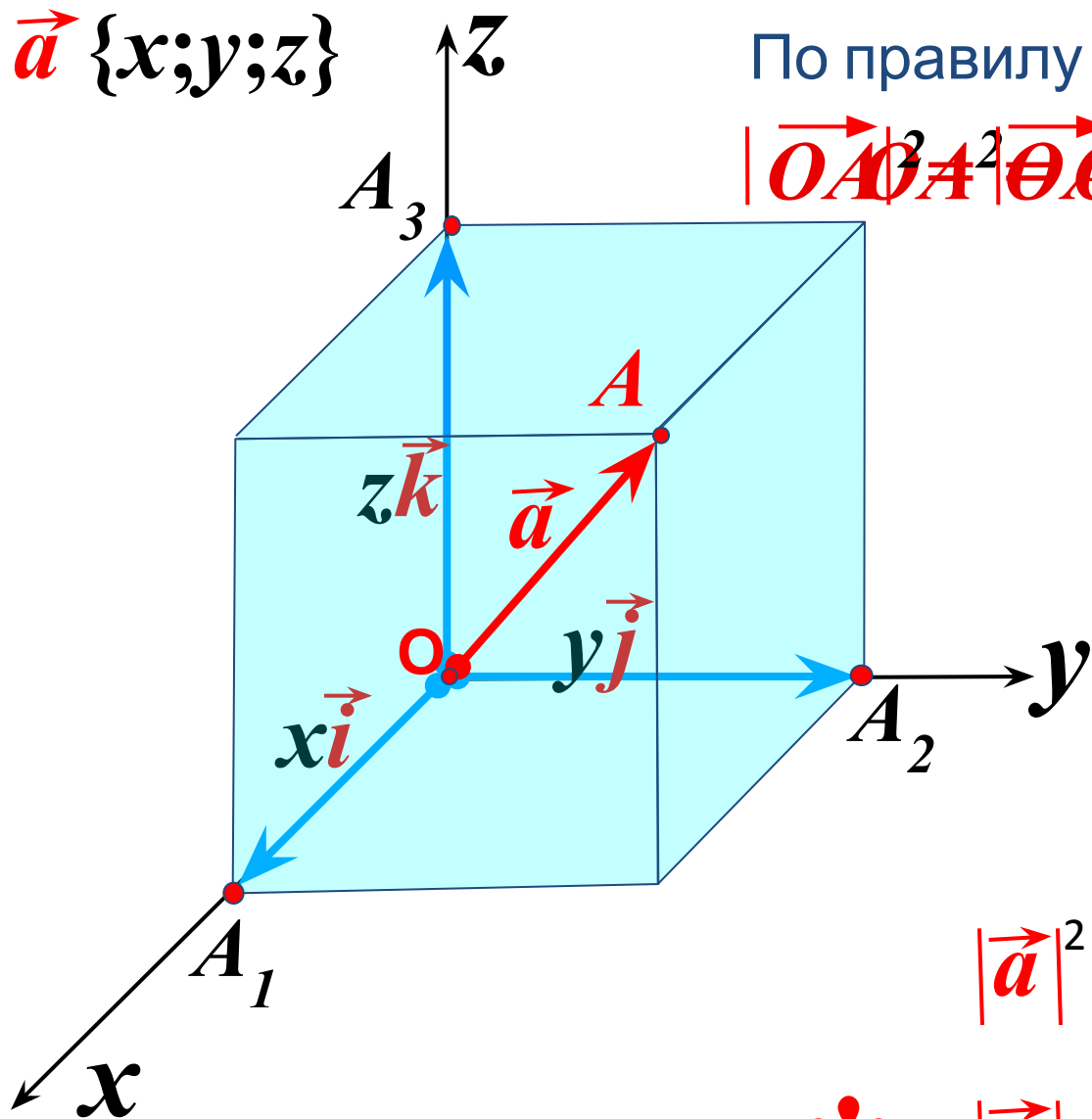
$A(-2;7;5)$ ;  $B(-2;0;-3)$ ;  $\overrightarrow{AB}$

$R(-7;7;-6)$ ;  $T(-2;-7;0)$ ;  $\overrightarrow{RT}$



# Вычисление длины вектора по его координатам

$\vec{a} \{x; y; z\}$



По правилу параллелепипеда

$$|\vec{OA}|^2 = |\vec{OA}_1|^2 + |\vec{OA}_2|^2 + |\vec{OA}_3|^2$$

$$|\vec{OA}_1| = |xi\vec{i}| = |x|$$

$$|\vec{OA}_2| = |y\vec{j}| = |y|$$

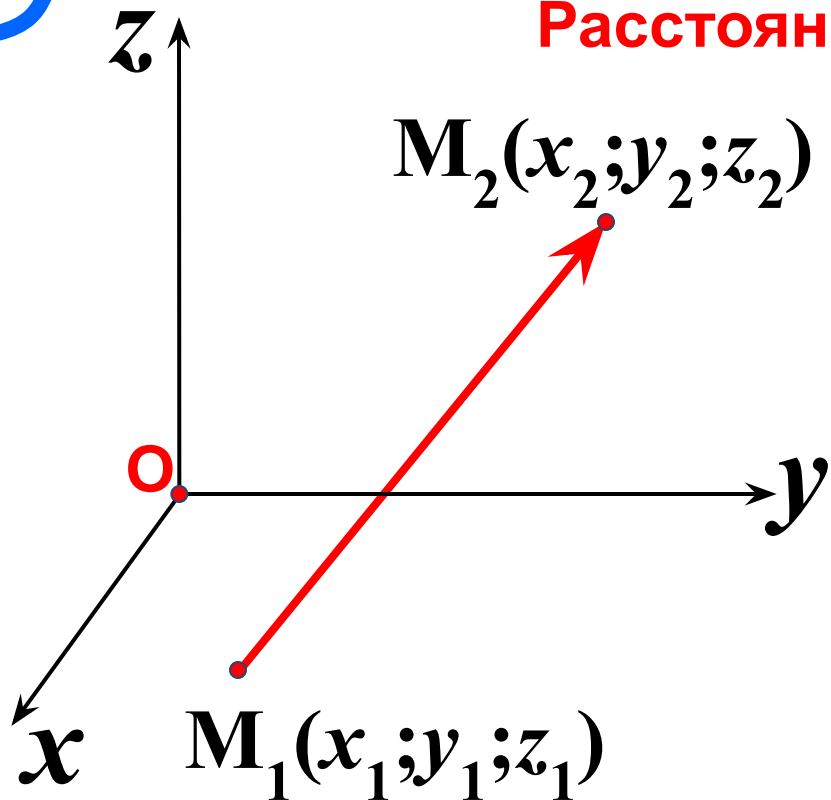
$$|\vec{OA}_3| = |z\vec{k}| = |z|$$

$$|\vec{a}|^2 = |x|^2 + |y|^2 + |z|^2$$

\*  $|\vec{a}| = \sqrt{|x|^2 + |y|^2 + |z|^2}$



# Расстояние между двумя точками $d$



$$\vec{M_1M_2} = \frac{M_2(x_2; y_2; z_2) - M_1(x_1; y_1; z_1)}{1}$$

$$\vec{M_1M_2} = \{x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1\}$$

$$* \quad |\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$|\vec{M_1M_2}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

$$* \quad d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Найдите длину вектора  $\vec{AB}$

$$A(-1;0;2) \text{ и } B(1;-2;3)$$

1 способ

$$|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

1)  $B(1;-2;3)$

$A(-1;0;2)$

---

$$\vec{AB}\{2;-2;1\}$$

2)  $|\vec{AB}| = \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2} = \sqrt{9} = 3$

2 способ

$$|\vec{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

$$|\vec{AB}| = \sqrt{(1+1)^2 + (-2-0)^2 + (3-2)^2}$$

Найдите длину вектора  $\vec{AB}$

$A(-35; -17; 20)$  и  $B(-34; -5; 8)$

1

*1 способ*

*2 способ*

