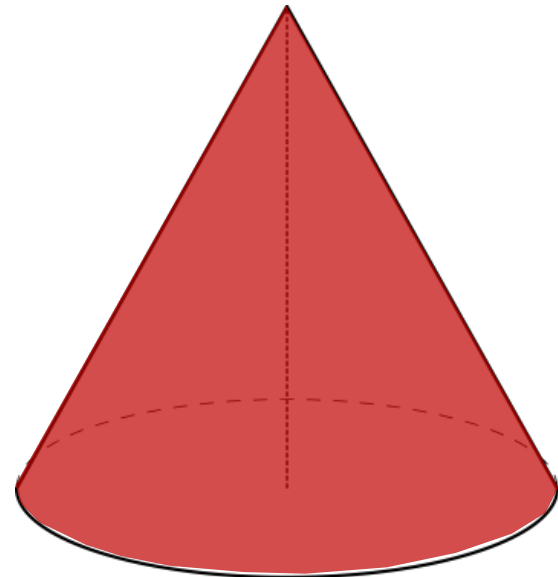


Объем

конуса

11

класс



Теоретический опрос

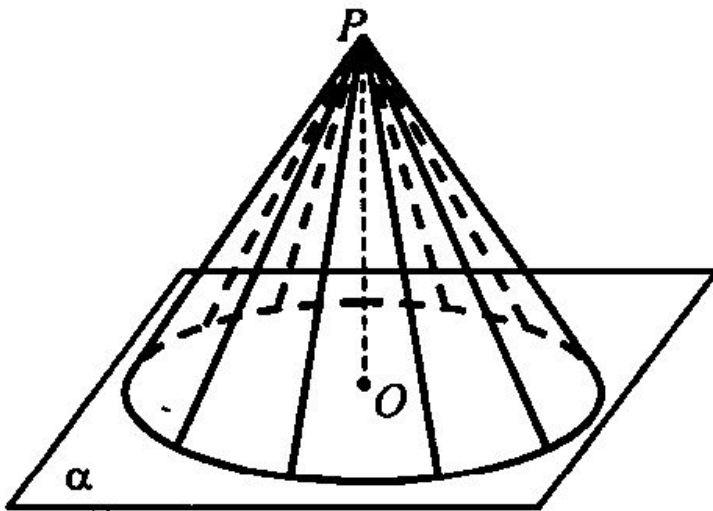


Рис. 1

1. Рассмотрим окружность L с центром в точке O и прямую OP , перпендикулярную плоскости α . Каждую точку окружности соединим отрезком с точкой P . Поверхность, образованная этими отрезками, называется... (рис. 1).

Теоретический опрос

2. Тело, ограниченное конической поверхностью и кругом, называется:
- а) Цилиндром.
 - б) Конусом.
 - в) Пирамидой.

Теоретический опрос

3. Установите соответствие между элементами конуса (рис. 2).

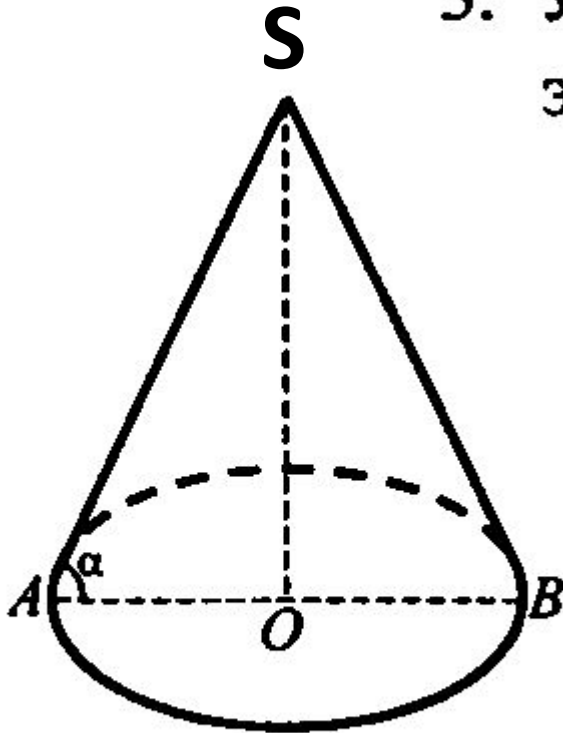


Рис. 2

- а) SO –
- б) SA, SB –
- в) S –
- г) OA –
- д) $\angle \alpha$

Теоретический опрос

4. Конус может быть получен вращением прямоугольного треугольника вокруг (рис. 3):
- а) гипотенузы PB ;
 - б) катета PA ;
 - в) отрезка AS .

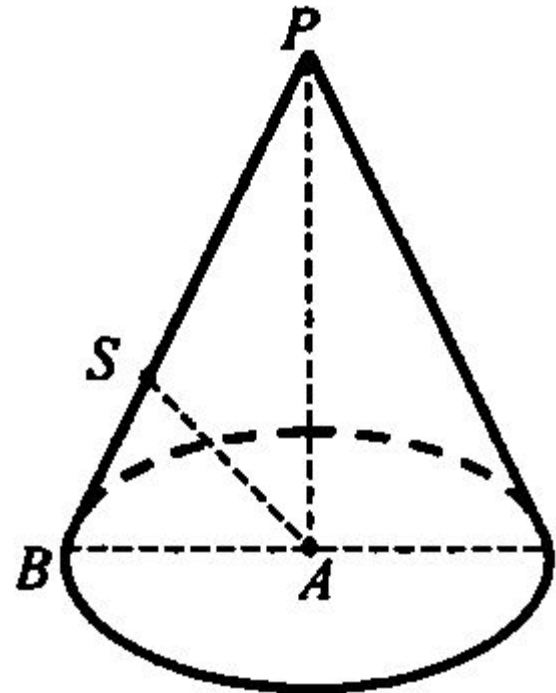
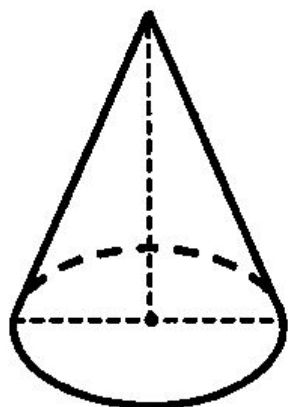


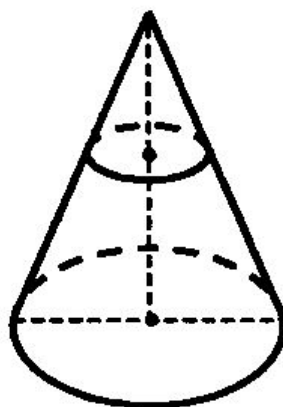
Рис. 3

Теоретический опрос

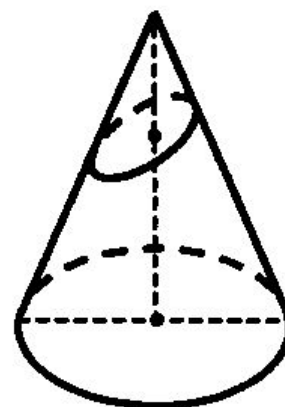
5. Выберите чертеж с сечением, перпендикулярным оси конуса (рис. 3 а), б), в)).



а)



б)



в)

Рис. 3

Теория

6. Возьмем произвольный конус и проведем секущую плоскость, перпендикулярную к его оси. Эта плоскость пересекается с конусом по кругу и разбивает конус на две части. Одна из частей представляет собой конус, а другая называется усеченным конусом.

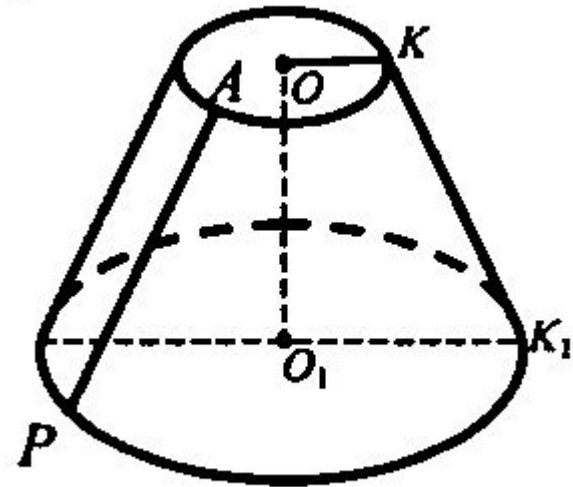


Рис. 4

Теоретический опрос

7. Установите соответствие (рис. 4):

а) OK –

б) O_1K_1 –

в) AP –

г) O_1O –

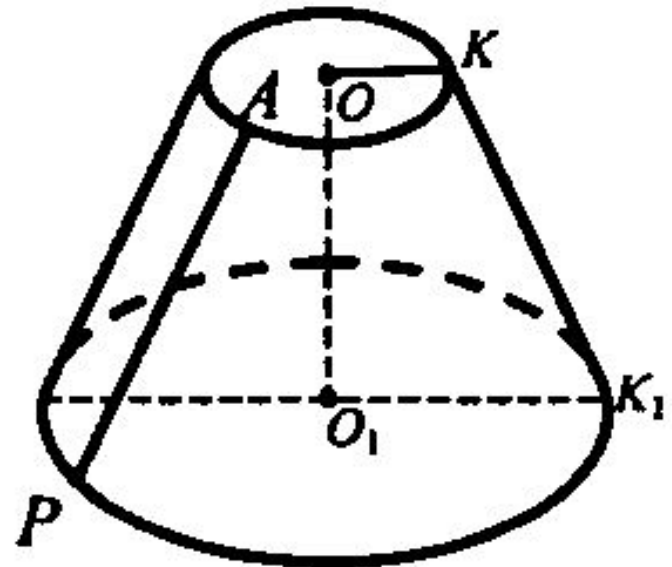


Рис. 4

Теоретический опрос

8. Вращением какой трапеции вокруг ее боковой стороны может быть получен усеченный конус?
- а) любой;
 - б) прямоугольной;
 - в) равнобедренной.

Теорема

Объём конуса равен одной трети произведения площади основания на высоту

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн.}} \cdot h$$

Теорема

Объём конуса равен одной трети произведения площади основания на высоту

Дано

конусу

S — площадь его

основания

h — высота конуса

V — объём конуса

Доказать: $V = \frac{1}{3} S_{\text{осн.}} \cdot h$

Доказательство:
 Ox — ось конуса через OM

$\alpha \perp Ox \Rightarrow$ сечение конуса

M_1 — центр, R_1 —

$S(x)$ — площадь сечения радиус

x — абсцисса M_1

$\triangle OM_1A_1 \sim \triangle OMA$ ($\angle OM_1A_1 = \angle OMA$ — прямые, $\angle MOA$ — общий) \Rightarrow

$$\frac{OM_1}{OM} = \frac{R_1}{R}$$

$$OM_1 = x, OM = h$$

$$\frac{x}{h} = \frac{R_1}{R}$$

$$R_1 = \frac{xR}{h}$$

$$S(x) = \pi R_1^2$$

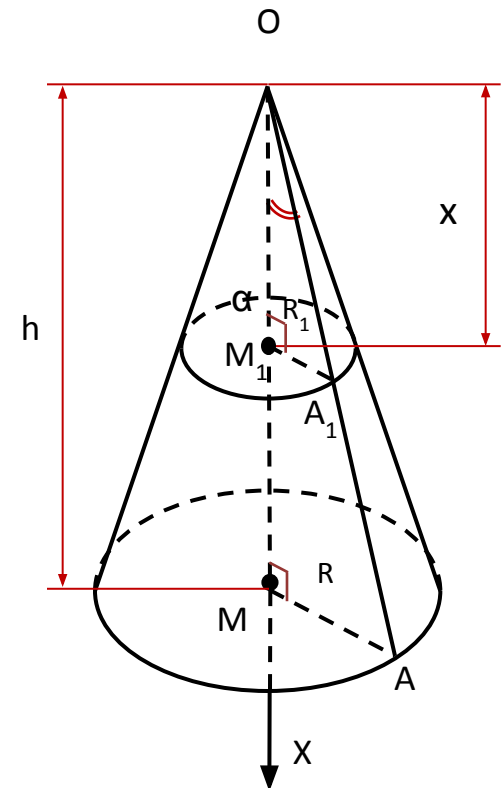
$$S(x) = \frac{\pi R^2 x^2}{h^2}$$

$$V = \int_0^h \frac{\pi R^2}{h^2} x^2 dx = \frac{\pi R^2}{h^2} \int_0^h x^2 dx =$$

$$= \frac{\pi R^2}{h^2} \frac{x^3}{3} \Big|_0^h = \frac{1}{3} \pi R^2 h$$

$$S_{\text{осн.}} = \pi R^2$$

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн.}} \cdot h$$



Теорема
доказана

Формула объёма усечённого конуса

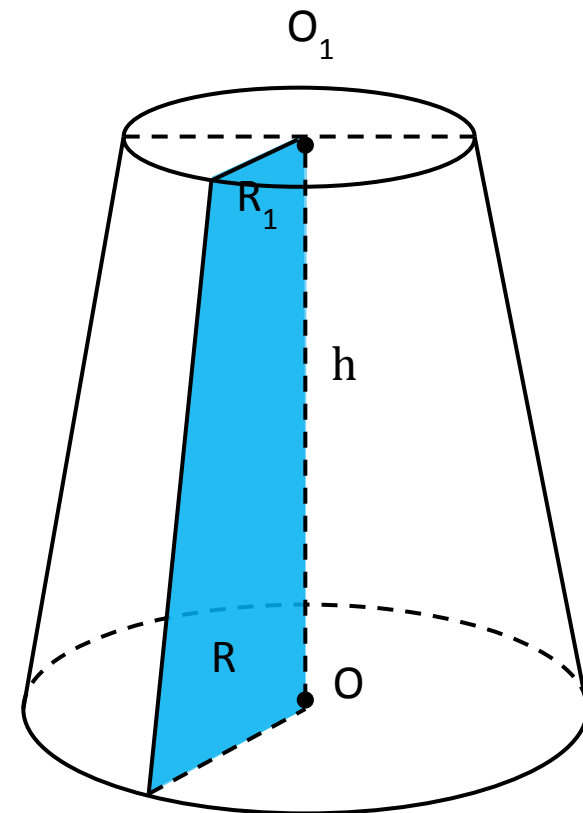
V — объём усеченного конуса

h — высота

S и S_1 — площади

оснований

$$V = \frac{1}{3} h (S + S_1 + \sqrt{S \cdot S_1})$$



Решить устно (в парах)

№ 1. *Вычислите* объем конуса, если его высота 6 см, а площадь основания 42 см^2 .

№ 2. Объем конуса с радиусом основания 4 м и высотой 6 м равен:

№ 3. *Найдите* площадь основания конуса, если его объем равен 256 м^3 , а высота 4 м.

№ 4. *Вычислите* объем усеченного конуса, высота которого 3 см, а площадь оснований 16 см^2 и 4 см^2 .

№ 5. *Вычислите* объем усеченного конуса, если радиусы его оснований равны 3 см и 9 см, а высота 6 см.

Проверка

1) 84 см^3

2) $32\pi \text{ м}^3$

3) 192 м^2

4) 28 см^3

5) $234\pi \text{ см}^3$

Решить задачи

№ 1. Образующая конуса l составляет с плоскостью основания угол α . *Найдите* объем конуса.

№ 2. Радиусы оснований усеченного конуса R и r ; образующая наклонена к плоскости основания под углом 45° . *Найдите* объем конуса.

Домашнее задание

П.81 (теоремы учить с
доказательством)

№701, 702, 704.