

**А Какую геометрию знаешь ты?**

Лицей №144

- **План презентации:**
- Краткие биографические данные
- Основные виды геометрии
- Геометрия Евклида
- Геометрия Лобачевского
- Геометрия Римана
- Применение Всех Видов геометрии в повседневной жизни
- Геометрия Лобачевского (задача)
- Геометрия Евклида (задача)
- Оценка важности разных геометрий в нашей жизни
- Использованная Литература

Мы рассмотрим три вида геометрии, создателями которых являются Евклид, Лобачевский и Риман (соответственно порядку фото слева направо)



- **Георг Фридрих Бернхард Риман**  
(нем. *Georg-Friedrich-Bernhard Riemann*,  
17 сентября 1826, Брезеленц,  
Ганновер — 20 июля 1866, Селаска,  
Италия, близ Лаго-Маджоре) —  
немецкий математик. За свою короткую  
жизнь (всего 10 лет трудов) он  
преобразовал сразу несколько разделов  
математики.



- **Евкли́д** *или* **Эвкли́д** (ок. 300 г. до н. э.) — древнегреческий математик. Мировую известность приобрёл благодаря сочинению по основам математики «Начала». Основатель современной геометрии, преимущественно используемой в повседневной жизни.



- **Никола́й Ива́нович Лобачёвский**  
(20 ноября (1 декабря) 1792), Нижний Новгород — 12 (24) февраля 1856, Казань), русский математик, создатель неевклидовой геометрии, названной его именем, деятель университетского образования и народного просвещения. Известный английский математик Уильям Клиффорд назвал Лобачевского «Коперником геометрии».



- Существует три вида геометрии:
- Геометрия Евклида
- Геометрия Лобачевского
- Геометрия Римана



- Геометрия Евклида
- **Евклидова геометрия** (или **элементарная геометрия**) — геометрическая теория, основанная на системы аксиом, впервые изложенной в “Началах” Евклида (III века до н.э.).





- **Основные сведения**
- **Элементарная геометрия** — геометрия, определяемая в основном группой перемещений (изометрий) и группой подобия. Однако содержание элементарной геометрии не исчерпывается указанными преобразованиями. Так, к элементарной геометрии также относят преобразование инверсии, вопросы сферической геометрии, элементы геометрических построений, теорию измерения геометрических величин и другие вопросы.
- Элементарную геометрию часто называют **евклидовой геометрией**, так как первоначальное и систематическое её изложение, хотя и недостаточно строгое, было в “Началах” Евклида. Первая строгая аксиоматика элементарной геометрии была дана Гильбертом. Элементарная геометрия изучается в средней общеобразовательной школе.



- **Геометрия Лобачевского (гиперболическая геометрия)**
- Одна из неевклидовых геометрий, геометрическая теория, основанная на тех же основных посылаках, что и обычная евклидова геометрия, за исключением аксиомы о параллельных, которая заменяется на аксиому о параллельных Лобачевского.



- Геометрия Лобачевского имеет обширные применения как в математике, так и в физике. Историческое её значение состоит в том, что её построением Лобачевский показал возможность геометрии, отличной от евклидовой, что знаменовало новую эпоху в развитии геометрии и математики вообще.



- **Геометрия Римана**
- Одна из трёх «великих геометрий» (Евклида, Лобачевского и Римана). Если геометрия Евклида реализуется на поверхностях с постоянной нулевой гауссовской кривизной, Лобачевского — с постоянной отрицательной, то геометрия Римана — реализуется на поверхностях с постоянной положительной гауссовской кривизной.



- В геометрии Римана прямая определяется двумя точками, плоскость — тремя, две плоскости пересекаются по прямой и т. д., но через данную точку нельзя провести к прямой ни одной параллельной. В частности, в этой геометрии имеется теорема: сумма углов треугольника больше двух прямых.



# ● Геометрия в повседневной жизни

Евклида

Лобачевского

Римана



## Применение Евклидовой геометрии в повседневной жизни

- Изучается в средней общеобразовательной школе.
- Справедлива при описании систем и явлений, с которыми мы сталкиваемся в повседневной жизни

# Геометрия Евклида (задача)

**16.003.** В прямоугольном треугольнике найти биссектрису прямого угла, если гипотенуза треугольника равна  $c$ , а один из острых углов равен  $\alpha$ .

*Решение.*

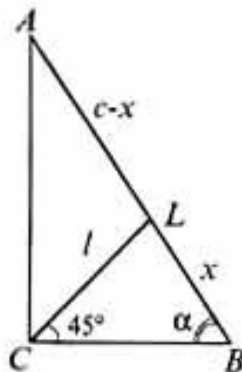


Рис. 16.2

В  $\triangle ABC$  (рис. 16.2) имеем  $AC = c \sin \alpha$ ,  $BC = c \cos \alpha$ ,  $BL = x$ ,  $AL = c - x$ ,  $l$  — биссектриса угла  $C$ . Так как  $\frac{x}{c-x} = \frac{c \cos \alpha}{c \sin \alpha} = \operatorname{ctg} \alpha \Rightarrow x = \frac{c \operatorname{ctg} \alpha}{1 + \operatorname{ctg} \alpha} =$

$= \frac{c \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$ . Теперь по теореме синусов получаем

$\frac{x}{\sin 45^\circ} = \frac{l}{\sin \alpha} \Rightarrow l = \frac{2x \sin \alpha}{\sqrt{2}}$ . Окончательно получим

$$l = \frac{2c \sin \alpha \cos \alpha}{\sqrt{2}(\sin \alpha + \cos \alpha)} = \frac{c \sin 2\alpha}{2(\sin 45^\circ \sin \alpha + \cos 45^\circ \cos \alpha)} =$$

$$= \frac{c \sin 2\alpha}{2 \cos(45^\circ - \alpha)}$$

Ответ:  $\frac{c \sin 2\alpha}{2 \cos(45^\circ - \alpha)}$ .





## Применение геометрии Лобачевского в повседневной жизни

- Геометрия Лобачевского находит применение при изучении сверх-больших (космических) пространств. Недаром сам автор назвал ее «пангеометрией», т.е. всеобщей геометрией. Идеи Лобачевского широко используются современными физиками при построении общей геометрической картины «физического мира». Альберт Эйнштейн, например, применил их в своей теории относительности.

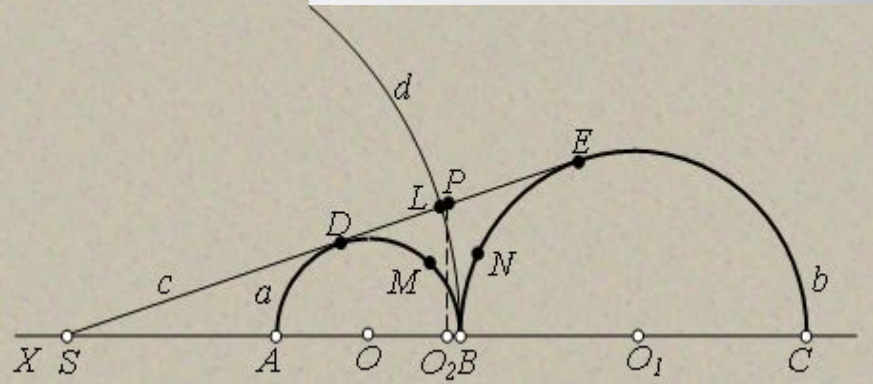
## Геометрия Лобачевского (задача)

*Пусть  $L$ -прямые  $a$ ,  $b$  представлены касающимися евклидовыми полуокружностями. Показать, что существует единственная осевая симметрия, переставляющая  $a$  и  $b$ , и у  $a$ ,  $b$  нет общего перпендикуляра.*

*Решение:*

# Решение

1.  $BA, BC$  – Л-полупрямые с общим началом  $B$  (изображаются евклидовыми полуокружностями)
2.  $DE$  – общая касательная к Л-прямым  $a$  и  $b$
3.  $D \in a, E \in b$
4.  $DE \cap XX = S$
5.  $L \in DE, SD \cdot SE = SL^2$
6.  $d(S, SL)$  – окружность инверсии, изображающая Л-прямую
7.  $B \in a, B \in b$
8. Из п. 7 следует  $B \in d$
9. Из п. 8 следует  $S_d(B) = B$
10. Пусть  $M \in BA, N \in BC, \delta(B, M) = \delta(B, N) > 0$ 
  - а. Пусть  $M = N$ .  
 $d = BA = BC$
  - б. Пусть  $M \neq N$ .  
 $S_d(M) = N$ , следовательно  $S_d(BA) = BC$
11.  $d$  – единственная (по построению)
12.  $DP = PE$
13.  $PO_2 \perp LXX$ 
  - а. Пусть  $O_2 = B$ .  
 $O_2 \in BA, O_2 \in BC$ , следовательно через точку  $O_2$  нельзя провести касательные к Л-прямым  $BA$  и  $BC$
  - б. Пусть  $O_2 \neq B$ .  
Если  $O_2 \in (AB)$ , где  $(AB) \subset XX$ , то через точку  $O_2$  нельзя провести касательную к Л-прямой  $AB$ ;  
если  $O_2 \in (BC)$ , где  $(BC) \subset XX$ , то через точку  $O_2$  нельзя провести касательную к Л-прямой  $BC$ .



**Вывод:** к Л-прямым  $a$  и  $b$  нельзя провести общие перпендикуляр.



## Применение геометрии Римана в повседневной жизни

Геометрия Римана не имеет практического использования в повседневный, она носит лишь теоретический характер, но также является неотъемлемой частью как геометрии, так и математики в целом.



# Оценка геометрий

- В связи с тем ,что геометрия Римана не имеет практического применения в нашей жизни ,её очень сложно соотнести с двумя другими геометриями.
- В геометрии Лобачевского выполняется большинство теорем евклидовой геометрии (те, что не требуют использования аксиомы параллельности). В частности, верны все три признака равенства треугольников, но к ним добавляется четвёртый, которого нет в евклидовой геометрии:
- Если три угла одного треугольника соответственно равны трём углам второго треугольника, то эти треугольники равны.

- Список использованной литературы
- Геометрия 10-11 класс
- БЭС (Большой Энциклопедический словарь)
- Интернет-энциклопедия [ru.wikipedia.org](http://ru.wikipedia.org)
- Интернет-портал [www.yandex.ru](http://www.yandex.ru)

- Презентацию выполнили ученики 11 «А» класса лицея №144 Матвеев Павел и Радзевич Павел