# АКСИОМЫ СТЕРЕОМЕТРИИ

# ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Расстояние, точка, прямая, **плоскость**, Множество.

$\alpha, \beta, \chi, ...$ обозначения плоскостей.

М – все точки пространства

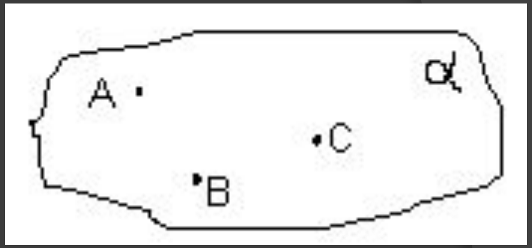
# АКСИОМЫ

Аксиома 1.

**В пространстве существуют плоскости.**

**Через каждые три точки пространства проходит плоскость.**

1) **$\exists\alpha\subset M$ и $\exists\beta\subset M$;**
2) **$\forall\{A, B, C\}\subset M\ \exists\alpha \mid \{A, B, C\}\subset\alpha$**




Вопросы

1) Зачем первая часть аксиомы при наличии второй?

Каким утверждением ее можно было заменить?

2) Является ли множество M конечным или бесконечным?

3) Верно ли, что через каждые одну или две точки пространства проходит плоскость?

4) Докажите, что в пространстве через каждые две точки проходит прямая.

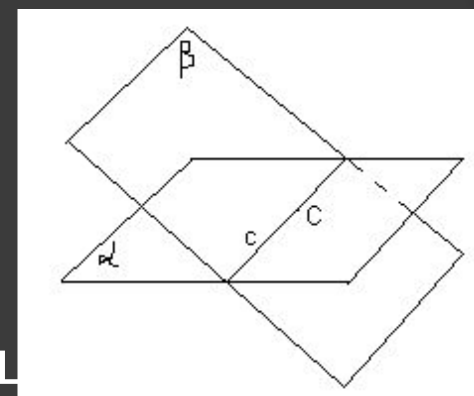
Следует ли отсюда, что прямые в пространстве можно обозначать (AB), (CD), ..., как в планиметрии?

Аксиома 2.

**Если две различные плоскости имеют общую точку, то их пересечением является прямая.**

**C∈α, C∈β ⇒ α ∩ β = c**

Почему C∈c?




Определение.

Две различные плоскости, имеющие общ

называются **пересекающимися**.

1)Докажите, что ∀α ∃X∉α

2)Докажите существование пересекающихся плоскостей

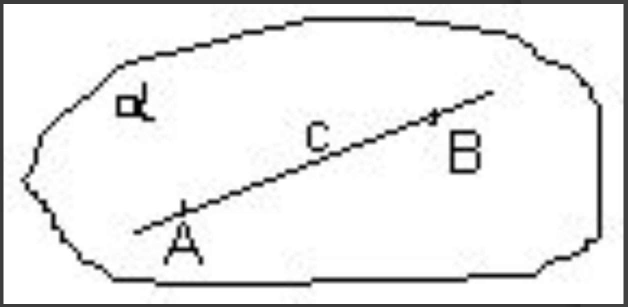
Определение.

Сечением фигуры F плоскостью α называется их пересечение.

Аксиома 3.

**Если прямая проходит через две точки, лежащие в данной плоскости, то она лежит в этой плоскости.**

**$A \in \alpha$, $B \in \alpha$ и $A \in c$, $B \in c \Rightarrow c \subset \alpha$**




Сколько общих точек могут иметь плоскость и прямая, не лежащая в ней?

Определение.
Прямая и плоскость, имеющие единственную общую точку, называются **пересекающимися.**

Докажите их существование

Аксиома 4.

**Расстояние между двумя точками пространства не зависит от того, на какой из плоскостей, содержащих эти точки оно измерено.**

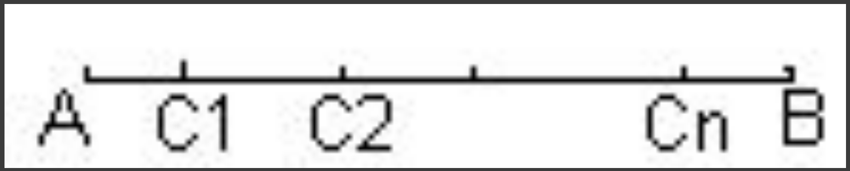
$\forall A \in M,\ B \in M$

$\exists ! |AB|$

Почему потребовалась такая аксиома?

## Расстояние

F: {отрезков} → R+, удовлетворяющую следующим свойствам




1. ∃ [AB] | F([AB]) = 1.
2. [AB] = [CD] ⇒ F([AB]) = F([CD]).

3. Если точки C1, C2, ..., Cn таковы, что взятые в этом порядке, они разбивают [AB] на отрезки, не имеющие общих внутренних точек,
то F([AB]) = F([AC1]) + F([C1C2]) + ... + F([CnB]).

Как называется такой вид определения?

1) Из одной точки одновременно разных направлениях вылетели три вороны со скоростями 1, 2 и 3 метра в секунду.

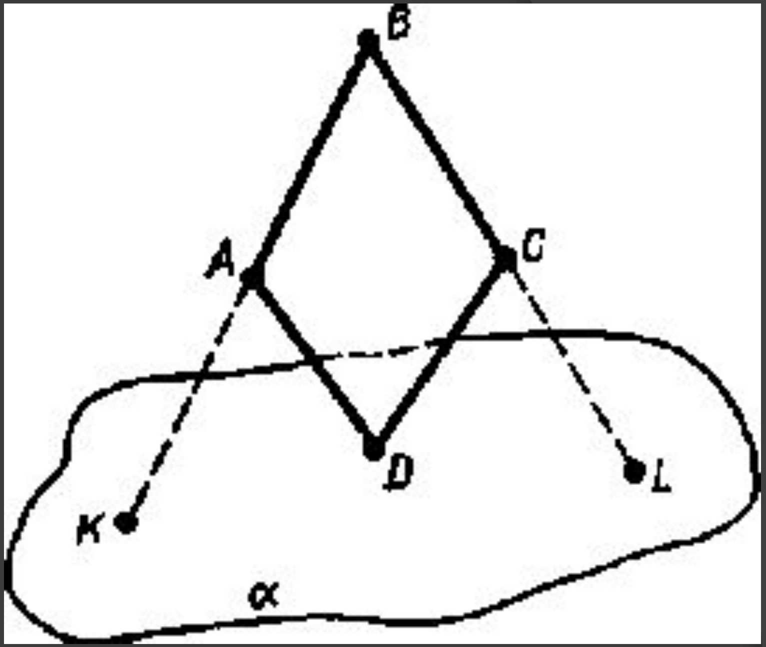
В какой момент после вылета они окажутся в одной плоскости?

2) Как на гладком столе проверить качество изготовления линейки?

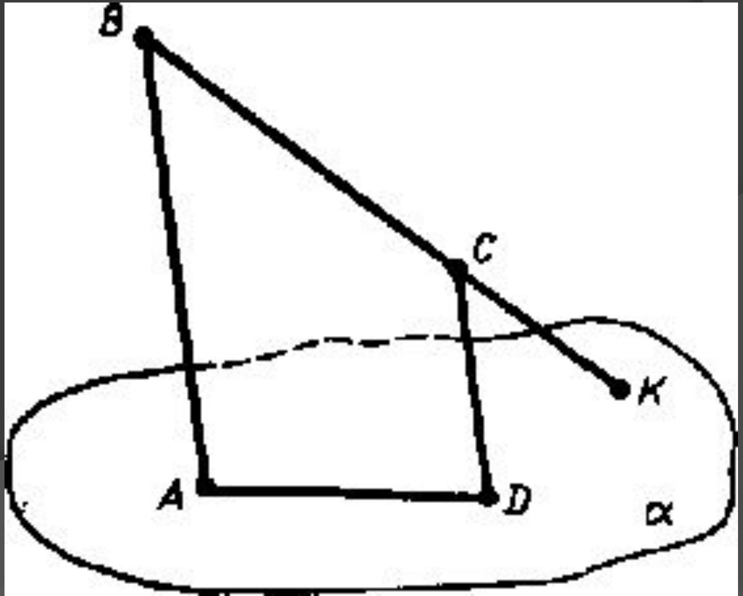
На чем основан ваш способ проверки?

Как решить обратную задачу?

Ученик нарисовал четырехугольник *ABCD* Точка D лежит в плоскости $\alpha$. Прямая *AB* пересекает плоскость $\alpha$ в точке K, прямая *BC* пересекает плоскость $\alpha$ в точке L. Есть ли ошибка на рисунке?




Ученик нарисовал четырехугольник *ABCD* Прямая *AD* лежит в плоскости $\alpha$, прямая *BC* пересекает плоскость $\alpha$ в точке *K.*
Есть ли ошибка на рисунке?



Аксиома 5

**Каждая плоскость разбивает пространство на два полупространства.**

Концы ломаной, состоящей из двух отрезков, лежат по разные стороны от данной плоскости. Докажите, что она пересекает эту плоскость. Обобщите это утверждение

Имеется *n* плоскостей.
Имеют ли они все общую точку, если:
а) каждые две из них имеют общую точку;
б) каждые три из них имеют общую точку?

1) Дано: $\alpha \cap \beta = c$; $a \subset \alpha$; $a \cap c = K$.

Доказать: $a \cap \beta = K$.

2) Запишите и докажите обратное утверждение

3) Докажите, что три попарно пересекающиеся прямые лежат в одной плоскости.

Дано: $a \cap b = C$; $a \cap c = B$; $b \cap c = A$.

Доказать: $\exists \alpha \mid \{a, b, c\} \subset \alpha$