История числа π

Подготовили:
Борцов Илья, Саакян Цовак
10 класс

Введение

Пи (π) - буква греческого алфавита, применяемая в математике для обозначения отношения длины окружности к диаметру. Это обозначение происходит от начальной буквы греческих слов περιφέρεια — окружность, периферия и περίμετρος — периметр. Оно стало общепринятым после работы Л. Эйлера, относящейся к 1736г., однако впервые оно было употреблено английским математиком У. Джонсом (1706г.). Как и всякое иррациональное число, π представляется бесконечной непериодической десятичной дробью: π = 3,141592653589793238462643...

2 знака после запятой:

π ≈ 3,14

510 знаков после запятой:

π ≈ 3,141 592 653 589 793 238 462 643 383 279 502 884 197 169 399 375 105 820 974 944 592 307 816 406 286 208 998 628 034 825 342 117 067 982 148 086 513 282 306 647 093 844 609 550 582 231 725 359 408 128 481 117 450 284 102 701 938 521 105 559 644 622 948 954 930 381 964 428 810 975 665 933 446 128 475 648 233 786 783 165 271 201 909 145 648 566 923 460 348 610 454 326 648 213 393 607 260 249 141 273 724 587 006 606 315 588 174 881 520 920 962 829 254 091 715 364 367 892 590 360 011 330 530 548 820 466 521 384 146 951 941 511 609 433 057 270 365 759 591 953 092 186 117 381 932 611 793 105 118 548 074 462 379 962 749 567 351 885 752 724 891 227 938 183 011 949 129 833 673 362…

История вычисления

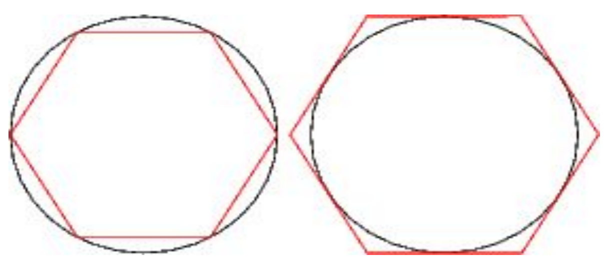
Первый шаг в изучении свойств числа π сделал Архимед. В сочинении «Измерение круга» он вывел знаменитое неравенство:

$$3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}$$

Это означает, что π лежит в интервале длиной 1/497. В десятичной системе счисления получаются три правильных значащих цифры: π = 3,14…. Зная периметр правильного шестиугольника и последовательно удваивая число его сторон, Архимед вычислил периметр правильного 96-угольника, откуда и следует неравенство. 96-угольник визуально мало отличается от окружности и является хорошим приближением к ней.

В том же сочинении, последовательно удваивая число сторон квадрата, Архимед нашел формулу площади круга *S* = π *R*2. Позднее он дополнил ее также формулами площади сферы *S* = 4 π *R*2 и объема шара *V* = 4/3 π *R*3.

В древнекитайских трудах попадаются самые разные оценки, из которых самая точная — это известное *китайское число* 355/113. Цзу Чунчжи (V век) даже считал это значение точным.



Лудольф ван Цейлен (1536—1610)

затратил десять лет на вычисление числа π с 20-ю десятичными цифрами (этот результат был опубликован в 1596 году). Применив метод Архимеда, он довёл удвоение до n-угольника, где $n=60\cdot 229$. Изложив свои результаты в сочинении «Об окружности», Лудольф закончил его словами: «У кого есть охота, пусть идёт дальше». После смерти в его рукописях были обнаружены ещё 15 точных цифр числа π. Лудольф завещал, чтобы найденные им знаки были высечены на его надгробном камне. В честь него число π иногда называли «лудольфовым числом».

Заметим, что формула длины окружности и три формулы Архимеда (для площади круга, площади сферы и объема шара) не являются конструктивными — они не содержат способа вычисления входящего в эти формулы числа π. Если применить известные в интегральном исчислении методы нахождения длины кривой, площади поверхности и объема тела к формулам для окружности, круга, сферы и шара, то можно доказать, что в каждой из этих формул π задается интегралом:

$$\pi = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}$$

Существующие методы вычисления интегралов позволяют таким образом находить π.

Важным достижением в изучении числа π было выяснение его теоретико-числовой природы. В 1766 году немецкий математик, физик и астроном Иоганн Генрих Ламберт (1728–1777) доказал иррациональность числа π. Это означает, что π нельзя представить в виде дроби. Но можно найти бесконечную последовательность дробей приближающих π, в определенном смысле, наилучшим образом. Такие дроби называются подходящими и строятся в рамках теории цепных или, что то же самое, непрерывных дробей. Ламберт нашел для π первые двадцать семь подходящих дробей. Вот только первые семь из них:

$$\frac{3}{1}, \frac{22}{7}, \frac{333}{106}, \frac{355}{113}, \frac{103\,993}{33\,102}, \frac{104\,348}{33\,215}, \frac{208\,341}{66\,317}, \ldots$$

Наконец, в 1882 году немецкий математик Карл Луис Фердинанд Линдеман (1852–1939) доказал, что π – трансцендентное число. Это означает, что π не может быть корнем какого-либо многочлена с целыми коэффициентами — то есть не является алгебраическим числом.

Известно много формул с числом π:

Франсуа Виет:

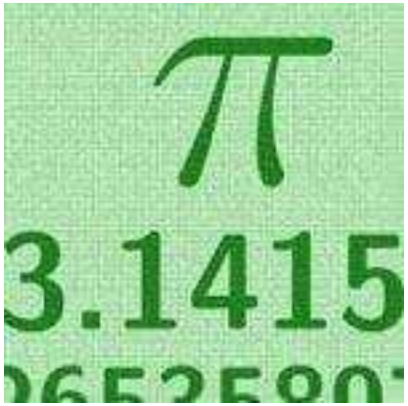
$$\frac{2}{\pi} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}{2} \cdot \ldots$$

Формула Валлиса:

$$\frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{8}{7} \cdot \frac{8}{9} \cdots = \frac{\pi}{2}$$

Тождество Эйлера:

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$



Интегральный синус:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin x}{x} dx = \pi$$

Но загадка таинственного числа не разрешена вплоть до сегодняшнего дня, хотя по-прежнему волнует ученых. Попытки математиков полностью вычислить всю числовую последовательность часто приводят к курьезным ситуациям. Например, математики братья Чудновские в Политехническом Университете Бруклина специально с этой целью сконструировали суперскоростной компьютер. Однако установить рекорд им не удалось – ***пока рекорд принадлежит японскому математику Ясумаса Канада, который смог вычислить 1,2 биллиона чисел бесконечной последовательности.***

Интересные факты

- Неофициальный праздник «День числа Пи» отмечается 14 марта, которое в американском формате дат (месяц/день) записывается как 3/14, что соответствует приближённому значению числа π.
- Ещё одной датой, связанной с числом π, является 22 июля, которое называется «Днём приближённого числа Пи», так как в европейском формате дат этот день записывается как 22/7, а значение этой дроби является приближённым значением числа π.
- Мировой рекорд по запоминанию знаков числа π принадлежит японцу Акира Харагути (Akira Haraguchi). Он запомнил число π до 100-тысячного знака после запятой. Ему понадобилось почти 16 часов, чтобы назвать всё число целиком.
- Германский король Фридрих Второй был настолько очарован этим числом, что посвятил ему… целый дворец Кастель дель Монте, в пропорциях которого можно вычислить Пи. Сейчас волшебный дворец находится под охраной ЮНЕСКО.

Заключение

В настоящее время с числом π связано труднообозримое множество формул, математических и физических фактов. Их количество продолжает стремительно расти. Всё это говорит о возрастающем интересе к важнейшей математической константе, изучение которой насчитывает уже более двадцати двух веков.