



8 класс *Геометрия*



Четырехугольники

Урок № 2 *Параллелограмм*



Цели:



- Ввести понятие параллелограмма.*
- Рассмотреть свойства параллелограмма.*
- Рассмотреть признаки параллелограмма.*
- Решение базовых задач.*

Параллелограмм – четырехугольник,
у которого противоположные
стороны попарно параллельны.



ABCD – параллелограмм.
AB \parallel CD, DC \parallel AD.

Свойства параллелограмма

1

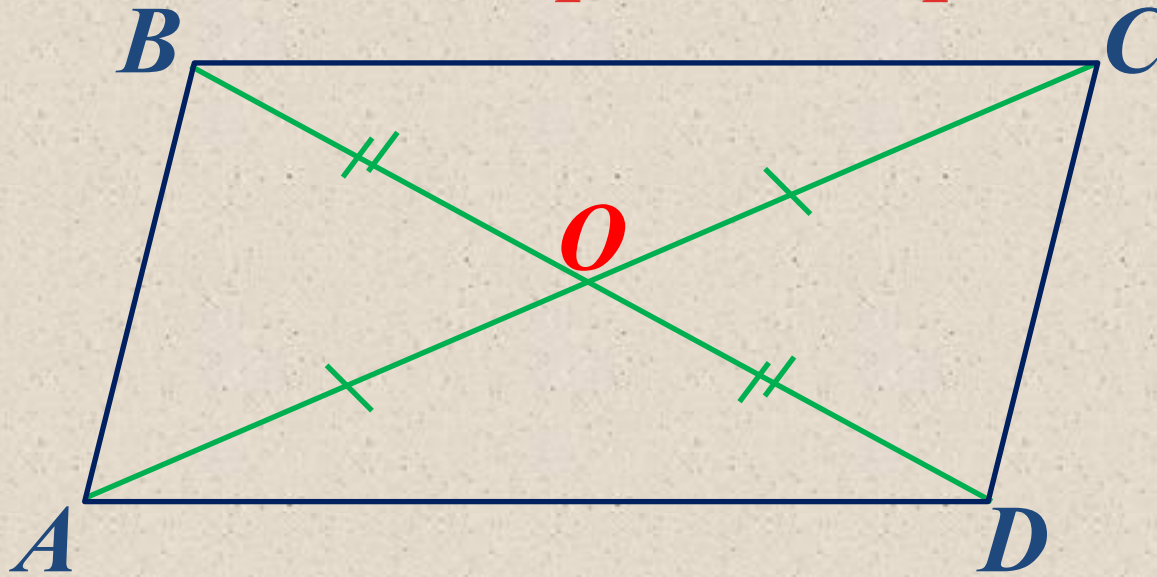


В параллелограмме противоположные стороны равны и противоположные углы равны.

$$\angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 4$$
$$BC \neq AD, AB = CD$$

Свойства параллелограмма

2



Диагонали параллелограмма **делятся**
точкой пересечения пополам.

$$BO = OD, AO = OC$$

O – точка пересечения диагоналей

Свойства параллелограмма

3



В параллелограмме **сумма углов, прилежащих к одной стороне, равна 180° .**

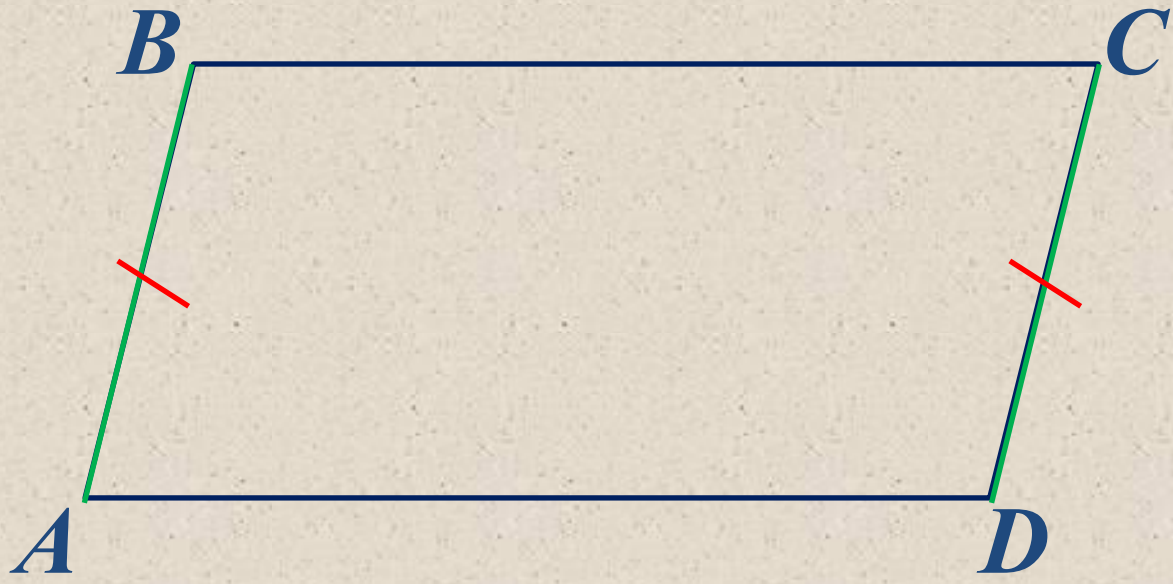
$$\angle A + \angle D = 180^\circ \quad \angle D + \angle C = 180^\circ$$

$$\angle A + \angle B = 180^\circ \quad \angle B + \angle C = 180^\circ$$



Признаки параллелограмма

Если в четырехугольнике две стороны равны и параллельны, то этот четырехугольник параллелограмм.



Дано:

*ABCD – четырехугольник,
 $AB = CD, AB \parallel CD$*

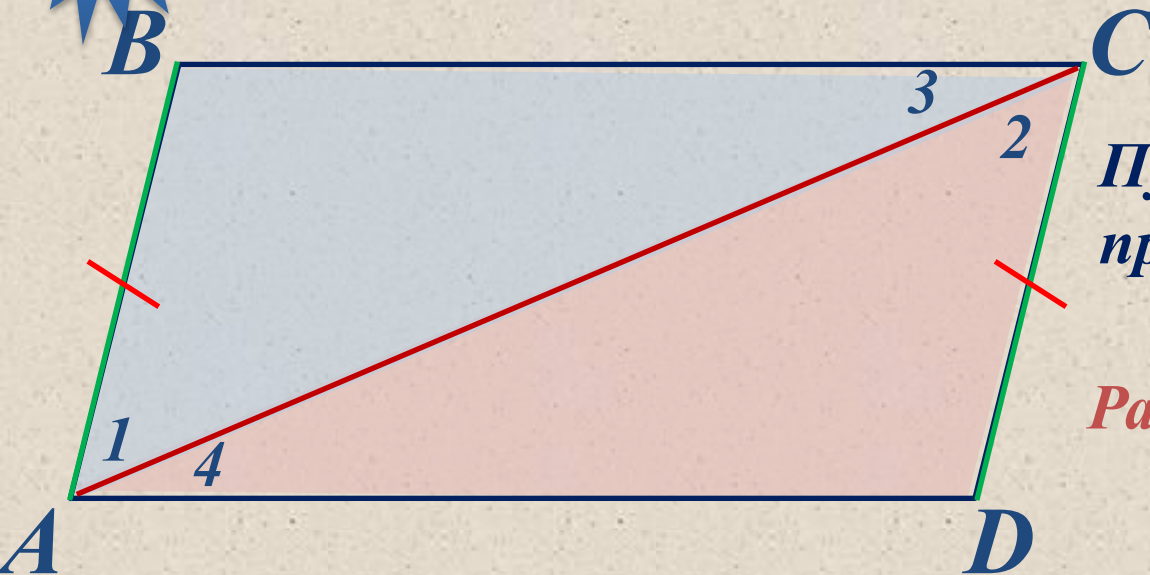
Доказать:

ABCD – параллелограмм

Доказательство

Доказательство

1



Пусть $AB = CD$ и $AB \parallel CD$,
проведем диагональ AC .

Рассмотрим треугольники
 $\triangle ABC$ и $\triangle ACD$:

$\triangle ABC = \triangle ACD$ – по двум сторонам и углу между ними
(AC – общая, $AB = CD$ – по условию, $\angle 1 = \angle 2$ как накрест
лежащие при $AB \parallel CD$ и секущей AC).

Поэтому $\angle 3 = \angle 4$.

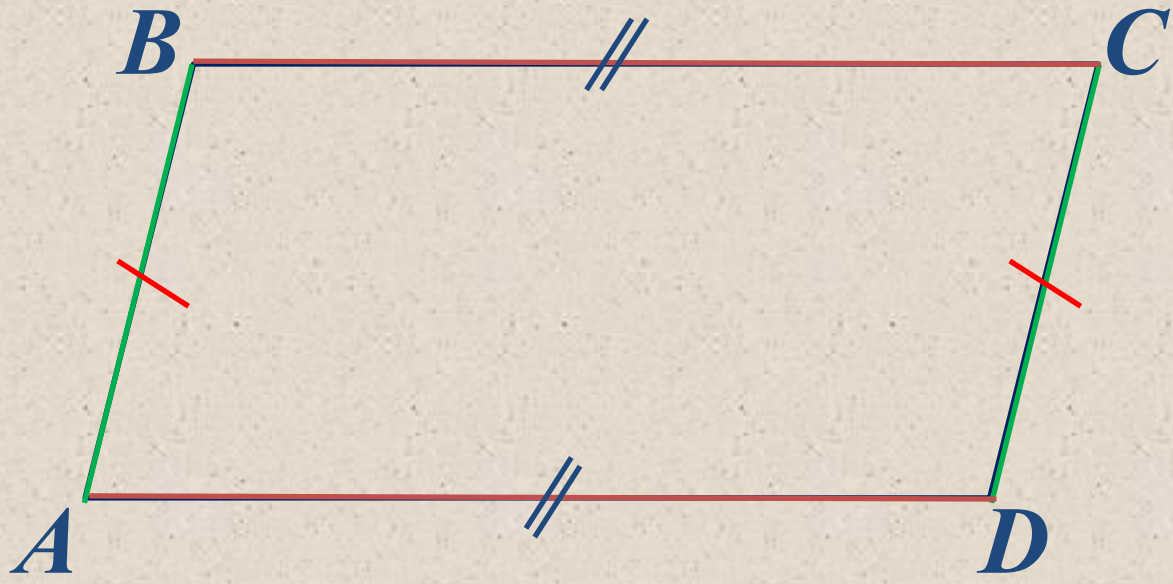
Но $\angle 3$ и $\angle 4$ – накрест лежащие углы при пересечении
прямых

BC и AD секущей AC . Следовательно $BC \parallel AD$. Поскольку
стороны параллельны, то этот четырехугольник $ABCD$ –
параллелограмм.

2

Признаки параллелограмма

Если в четырехугольнике противоположные стороны попарно равны, то этот четырехугольник - параллелограмм.



Дано:

*ABCD – четырехугольник,
 $AB = CD, BC = AD$*

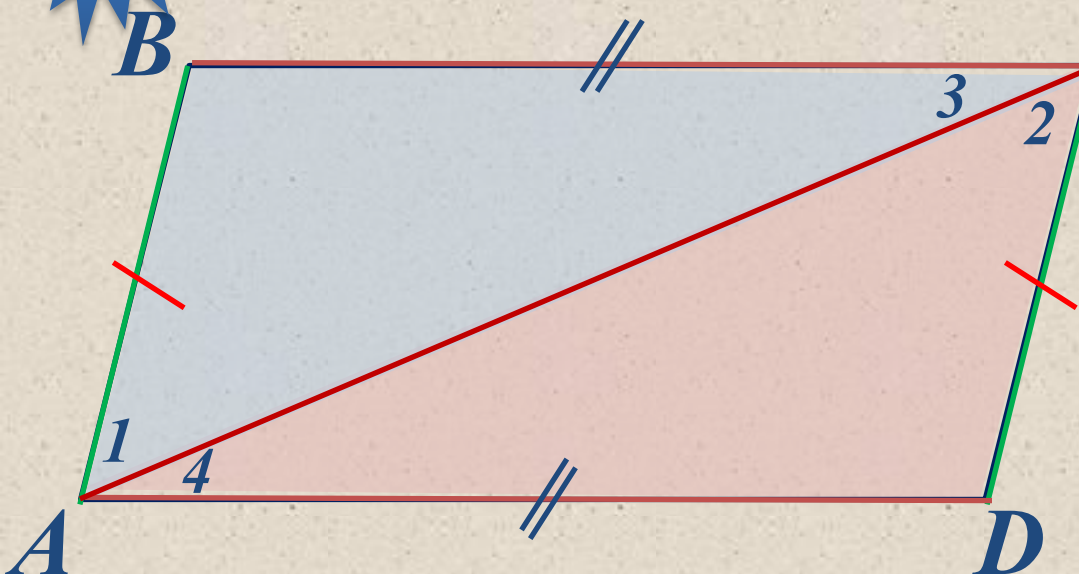
Доказать:

ABCD – параллелограмм

Доказательство

Доказательство

2



$ABCD$ - четырехугольник,
 $AB = CD$, $BC = AD$.

Проведем диагональ AC .

Рассмотрим треугольники
 $\triangle ABC$ и $\triangle ACD$:

$\triangle ABC = \triangle ACD$ – по трем сторонам
(AC – общая, $AB = CD$, $BC = AD$ – по условию).

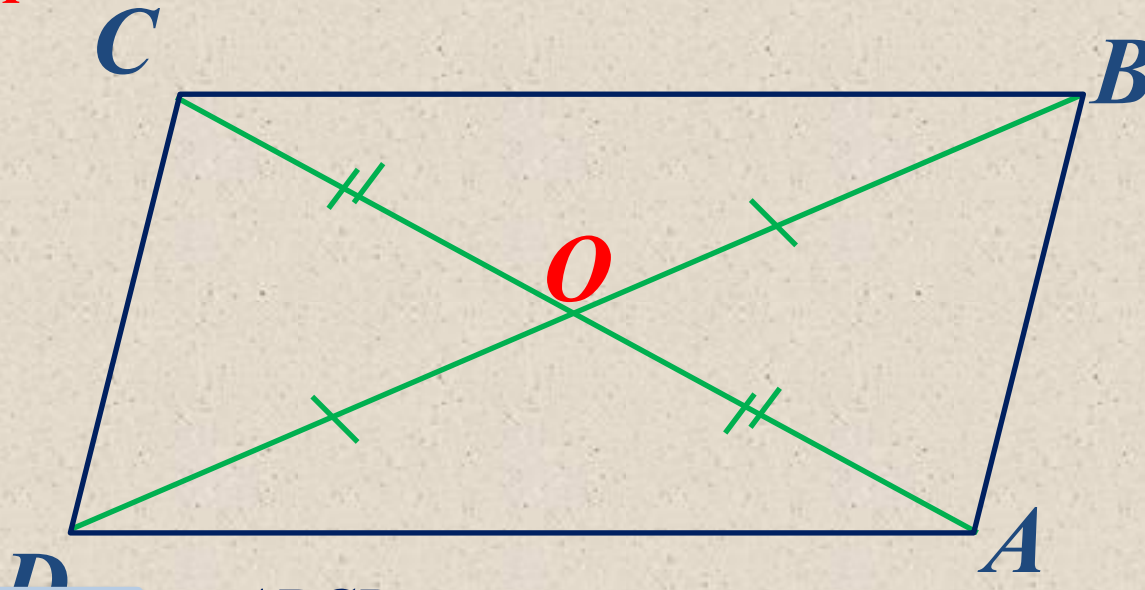
Поэтому $\angle 1 = \angle 2$ как накрест лежащие при секущей AC .
Отсюда следует, что $AB \parallel CD$.

Так как $AB \parallel CD$ и $AB = CD$, то по признаку 1 четырехугольник $ABCD$ – параллелограмм (если в четырехугольнике две стороны равны и параллельны, то этот четырехугольник параллелограмм).

3

Признаки параллелограмма

Если в четырехугольнике диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, то этот четырехугольник параллелограмм.



Дано:

$ABCD$ – четырехугольник,
 $BO = OD$, $AO = OC$

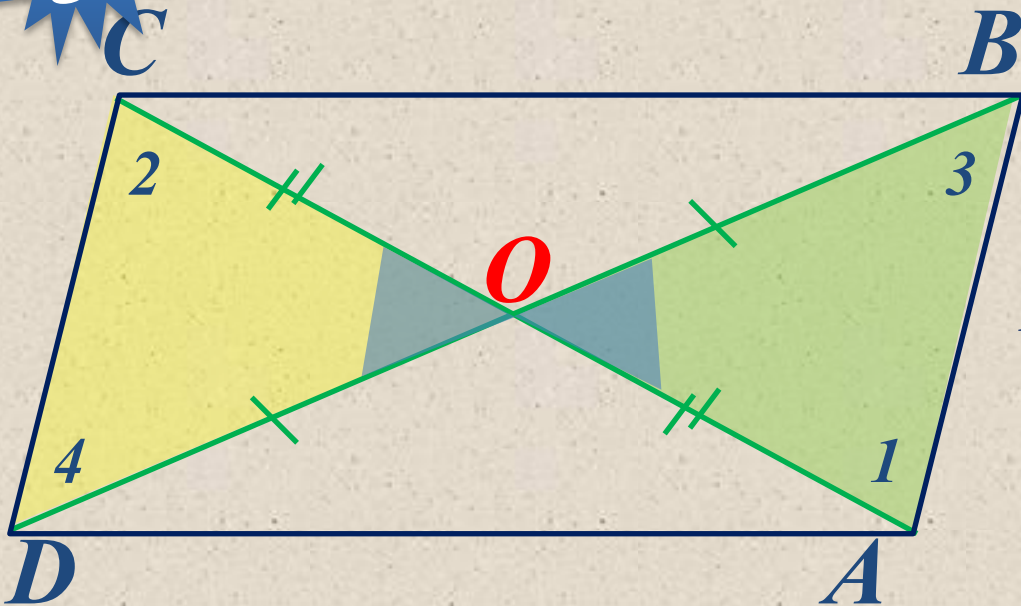
Доказать:

$ABCD$ – параллелограмм

Доказательство



Доказательство



*ABCD – четырехугольник,
 $BO = OD, AO = OC.$*

Проведем диагонали AC и BD.

*Рассмотрим треугольники
 ΔAOB и $\Delta COD:$*

*$\Delta AOB = \Delta COD$ – по первому признаку равенства треугольников
($BO = OD, AO = OC$ – по условию, $\angle AOB = \angle COD$ – как*

вертикаль.) $AB = CD$ и $\angle 1 = \angle 2$. Из $\angle 1 = \angle 2$ следует, что $AB \parallel$

*CD . Так как в четырехугольнике $ABCD$ стороны $AB = CD$ и $AB \parallel$
 CD ,*

*то по 1 признаку четырехугольник $ABCD$ – параллелограмм
(если в четырехугольнике две стороны равны и параллельны, то
этот четырехугольник параллелограмм).*

1

Задача

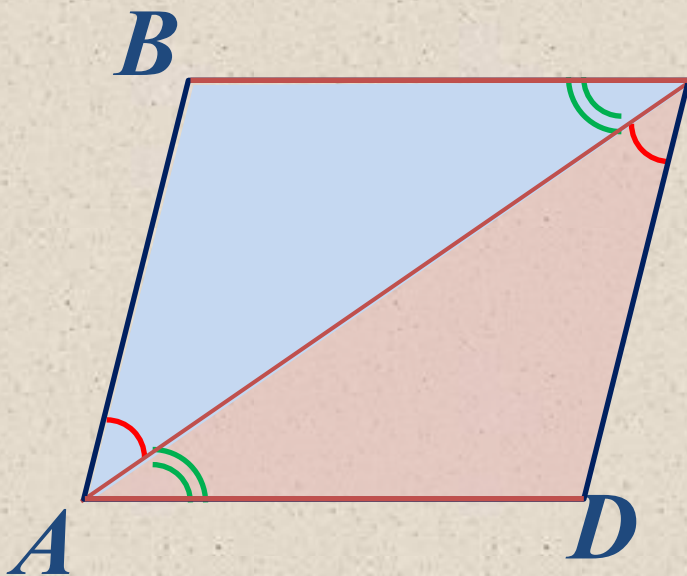
Дано:

Доказать:

$ABCD$ – четырехугольник,
 $\angle BAC = \angle ACD$, $\angle CAD$
 $= \angle BSA$

$ABCD$ – параллелограмм.

Доказательство



С Рассмотрим треугольники ΔABC
и ΔACD :

1. $\angle BAC = \angle ACD$, $\angle CAD = \angle BSA$ –
по
утверждению 1. $\Delta ABC = \Delta ACD$ – по
стороне и двум прилежащим углам;
поэтому $BC = AD$.

2. Так как $\angle BAC = \angle ACD$ – накрест лежащие углы при
параллельных прямых BC , AD и секущей - AC , то $BC \parallel$
 AD

3. Так как $BC = AD$ и $BC \parallel AD$, то по 1-му признаку
параллелограмма $ABCD$ – параллелограмм, что и требовалось
доказать.

Ответить на вопросы:

*□Какая фигура называется **параллелограммом**?*

□Докажите, что в параллелограмме противоположные стороны и углы равны.

□Докажите, что в параллелограмме диагонали точкой пересечения делятся пополам.

□Сформулируйте и докажите признаки параллелограмма.

Спасибо за внимание!