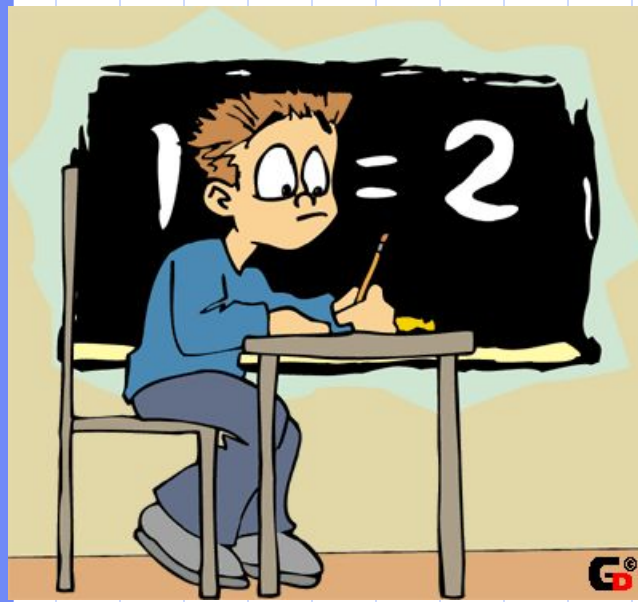


# Длина окружности

*Геометрия. 9 класс.*



Мастер подключения презентации к уроку.

**STOP**

Дальнейший просмотр возможен только при наличии соответствующих знаний. А они у тебя есть?

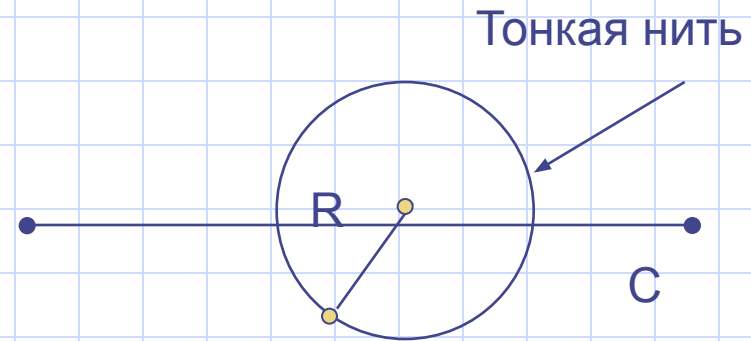
**Да.  
Могу доказать**

**Да, но я устал и  
думать не хочу.**

**Ничего не знаю и  
знать не хочу.**

# Понятие длины окружности.

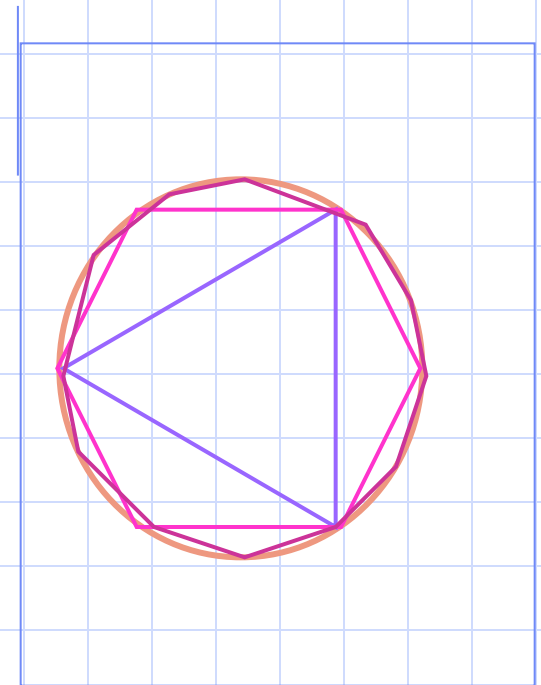
- Представим себе нить в форме окружности. Разрежем её и растянем за концы.
- Длина полученного отрезка и есть длина окружности.



# Периметр любого вписанного в окружность многоугольника

является приближённым значением длины окружности.

- При увеличении числа сторон правильный многоугольник всё ближе и ближе «прилегает» к окружности.
- *Длина окружности – это предел*, к которому стремится периметр правильного вписанного многоугольника при неограниченном увеличении числа его сторон.



# Свойство длины окружности.

- **Отношение длины окружности к её диаметру есть одно и то же число для всех окружностей.**
- ( стр. 265, курсив предпоследний абзац)

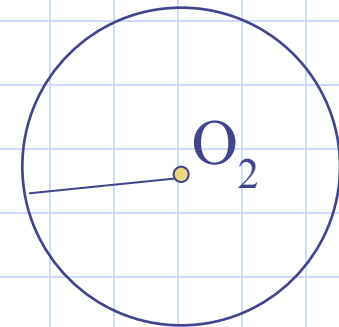
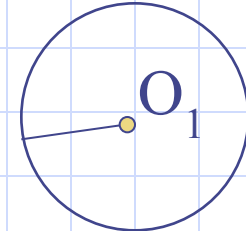
Дано:

$\text{Окр}(O_1; R_1), \text{Окр}(O_2; R_2),$

$C_1$  – длина  $\text{Окр}(O_1; R_1),$

$C_2$  – длина  $\text{Окр}(O_2; R_2).$

Доказать:  $\frac{C_1}{2R_1} = \frac{C_2}{2R_2}.$



# Доказательство:

- 1) Впишем в каждую окружность правильный  $n$ -угольник.  
2) Пусть  $P_1, P_2$  – их периметры;

а  $a_{n1}, a_{n2}$  – их стороны.  
Тогда  $P_1 = n \cdot a_{n1} = n \cdot 2R_1 \sin \frac{180^\circ}{n}$ .

$$P_2 = n \cdot a_{n2} = n \cdot 2R_2 \sin \frac{180^\circ}{n}.$$

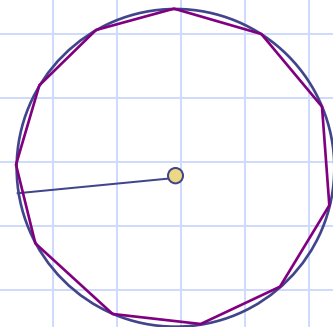
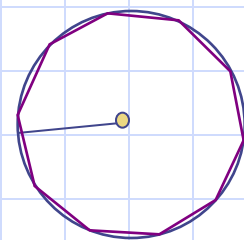
$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{2R_1}{2R_2}$$

- 3) Если число сторон неограниченно увеличивать, то  $n \rightarrow \infty$ ,  $P_1 \rightarrow C_1, P_2 \rightarrow C_2$  тогда

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{C_1}{C_2}.$$

$$\Rightarrow \frac{C_1}{C_2} = \frac{2R_1}{2R_2}.$$

- 4) По свойству пропорции  $\frac{C_1}{2R_1} = \frac{C_2}{2R_2}$ . Ч.т.д.



# Число «пи». Вывод формулы длины окружности.

- Из свойства длины окружности следует, что  $\pi$  есть число постоянное и теоретически доказано, что это число иррациональное.

Обозначают его греческой буквой «пи».

$$\pi \approx 3,14159$$

Это я знаю и помню прекрасно.

$$\frac{C}{2R} = \pi$$



$$C = 2\pi R$$

- формула длины окружности.

Задача 1. Вообразите, что вы обошли землю по экватору. На сколько при этом верхушка вашей головы прошла более длинный путь, чем кончик вашей ноги?

• Решение.

1) Ноги прошли путь  $2\pi R$ , где  $R$  радиус земного шара.

2) Верхушка головы -  $2\pi(R + 1,7)$ , где 1,7 м рост человека.

3) Разность путей равна  $2\pi(R + 1,7) - 2\pi R = 2\pi \cdot 1,7 = 10,7$  м

Итак голова прошла путь на 10,7 м больше, чем ноги.

• Ответ: 10,7 м.





Задача 2. Если обтянуть земной шар по экватору проволокой и затем прибавить к её длине 1м, то сможет ли между проволокой и землёй проскочить мышь.

Обычно отвечают, что промежуток будет тоньше волоса.

• Решение. Пусть длина промежутка  $x$  см.

Если  $R$  радиус земли, то длина проволоки была  $2\pi R$  см, а станет  $2\pi (R + x)$  см.

А по условию задачи их разность равна 100 см.

Уравнение.

$$2\pi(R + x) - 2\pi R = 100$$

$$2\pi x = 100$$

$$x = \frac{100}{2\pi},$$

$$x \approx 16 \text{ см.}$$

• Ответ: 16 см.

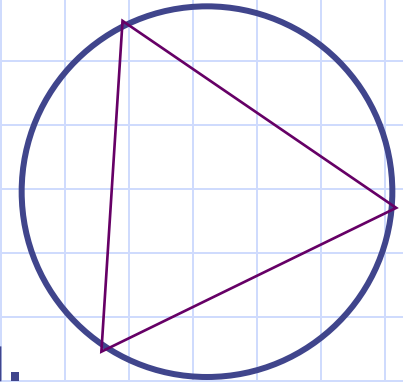
№ 1104(а). Найти длину окружности описанной около правильного треугольника со стороной  $a$ .

- Выразите  $R$  через  $a$ .

$$a = R\sqrt{3} \Rightarrow R = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

Подставьте в формулу длины окружности.

$$C = 2\pi R = 2\pi \frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{2\pi a\sqrt{3}}{3}.$$



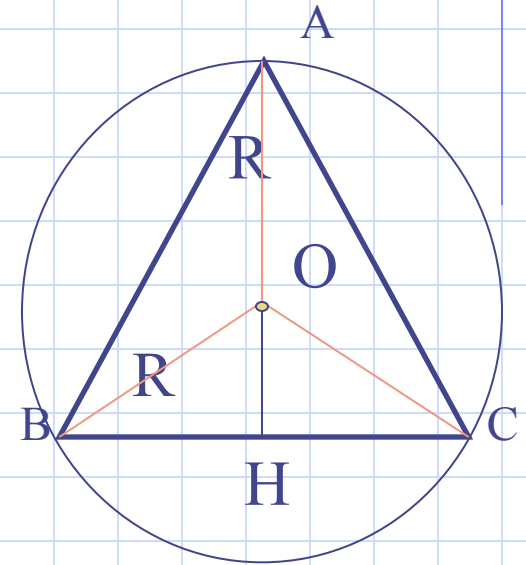
№ 1104 (в). Найти длину окружности описанной около равнобедренного треугольника с основанием  $a$  и стороной  $b$ .

- Дано:  $\triangle ABC$  – равнобедренный, вписан в  $O(O; R)$ ;  $AB=AC=b$ ,  $BC=a$ .
- Найти:  $C$ .
- Решение. 1)  $O \in AH$ , где  $AH \perp BC$ .

2)  $BH = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}a$ .

3) Из  $\triangle ABH$ :  $AH^2 = AB^2 - BH^2 = b^2 - \frac{a^2}{4}$ .

4) Так как  $AO=R$ , то  $OH = AH - AO = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{4}} - R = \frac{1}{2}\sqrt{4b^2 - a^2} - R$ .



№ 1104 (в). Найти длину окружности описанной около равнобедренного треугольника с основанием  $a$  и боковой стороной  $b$ .

5) Из  $\triangle BOH$ :  $BO^2 = OH^2 + BH^2 = R^2 =$

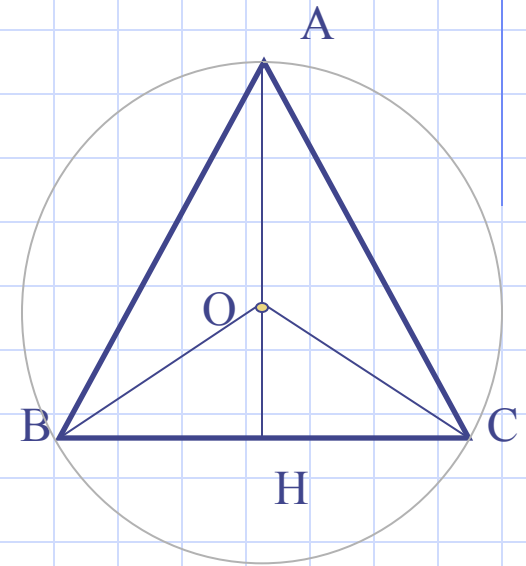
$$\left( \frac{1}{2} \sqrt{4b^2 - a^2} - R \right)^2 + \frac{1}{4} a^2,$$

$$R^2 = \frac{1}{4} (4b^2 - a^2) - R \sqrt{4b^2 - a^2} + R^2 + \frac{1}{4} a^2,$$

$$R \sqrt{4b^2 - a^2} = b^2 \Rightarrow R = \frac{b^2}{\sqrt{4b^2 - a^2}},$$

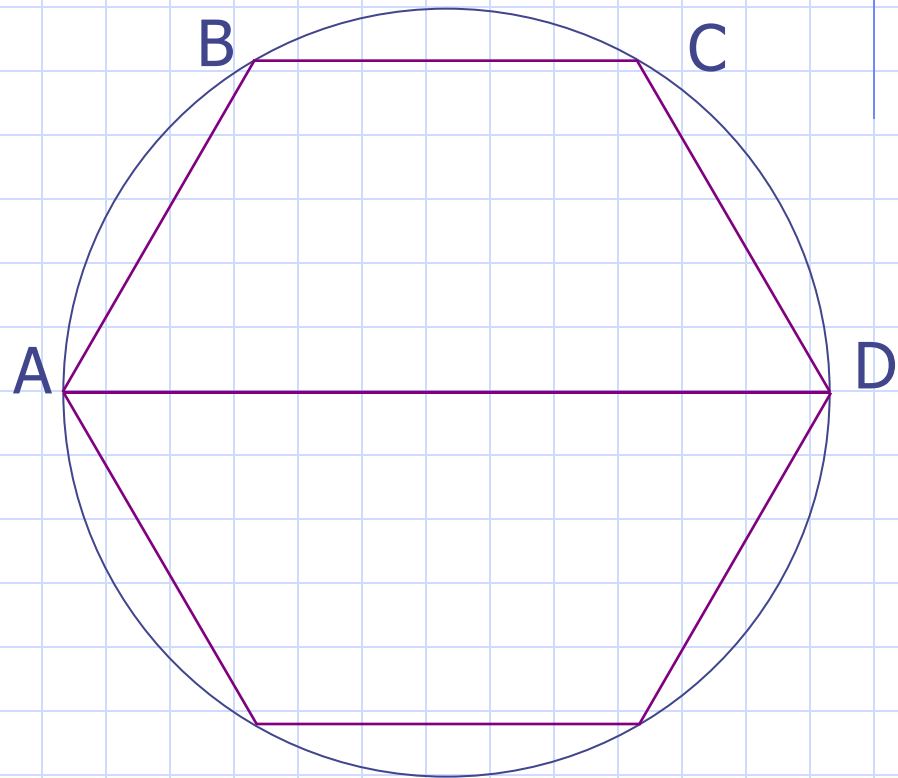
6)  $C = 2\pi R = \frac{2\pi b^2}{\sqrt{4b^2 - a^2}}.$

• Ответ:  $\frac{2\pi b^2}{\sqrt{4b^2 - a^2}}.$



№ 3. Дана равнобедренная трапеция со сторонами  $2a, a, a, a$ . Найти длину окружности, описанной около трапеции.

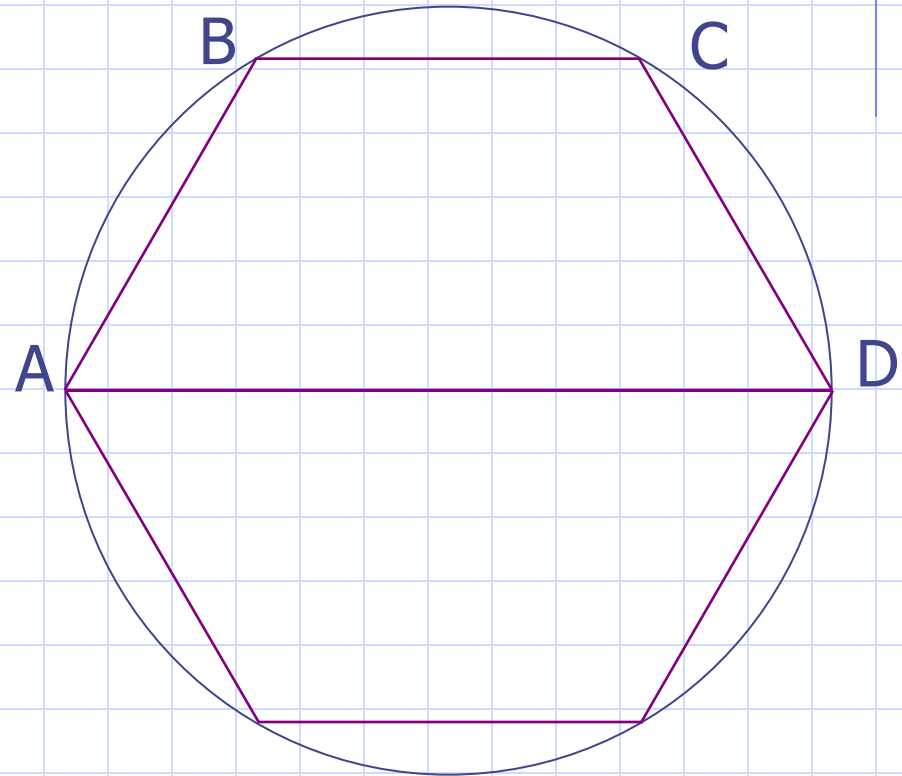
- Дано:  $ABCD$  – трапеция,  $AB=BC=CD=a$ ,  $AD=2a$ . Окр( $O$ ;  $R$ ) описанная около окружности.
  - Найти: Длину окружности.
  - Решение.
- 1) Достроим трапецию  $ABCD$  до правильного шестиугольника. Тогда окружность описанная около шестиугольника будет описана и около трапеции.



№ 3. Дана равнобедренная трапеция со сторонами  $2a, a, a, a$ . Найти длину окружности, описанной около трапеции.

2) Так как шестиугольник правильный, то радиус описанной окружности равен стороне.  
А значит  $C = 2\pi R = 2\pi a$ .

- Ответ:  $2\pi a$ .



# ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

- Сформулируйте основное свойство длины окружности. На чём основывается его доказательство?
- Как вычисляется длина окружности по формуле?
- Какое число обозначается буквой  $\pi$  и чему равно его приближённое значение?
- Как изменится длина окружности, если радиус окружности уменьшить (увеличить) в  $k$  раз?
- Как изменится длина окружности, если радиус окружности уменьшить (увеличить) в  $k$  раз?

# Домашнее задание

- Вопросы 8-9(стр. 270).
- №1108, №1105(a).



# Спасибо за урок, дети.

