

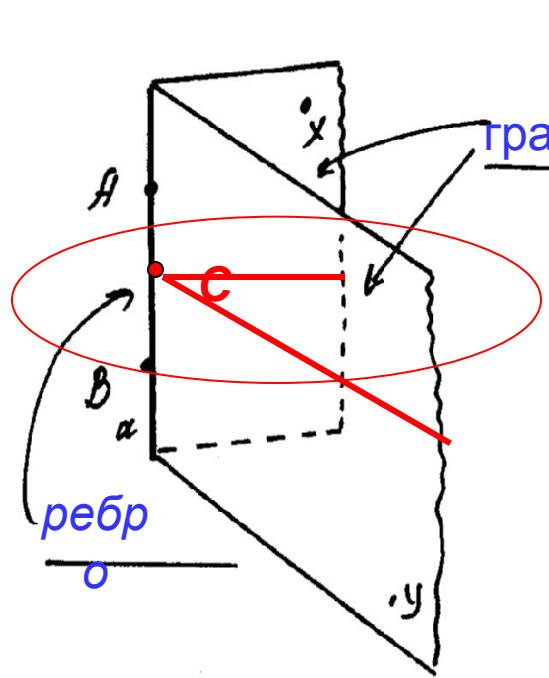
# Двугранный угол

**Геометрия 10 «А» класс**

**18.03.2008**

Опр.1 Двугранным углом называется .....

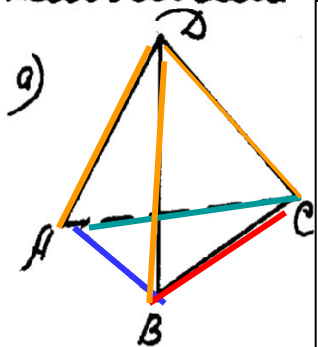
..... геометрическая фигура, состоящая из двух полуплоскостей с  
 ..... общей границей, не развернутых в одну плоскость



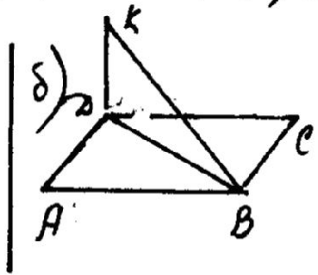
$\angle (X \overline{AB} Y)$  произвольные точки, лежащие на ребре

$\angle (X \underline{a} Y)$

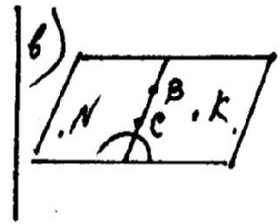
Упражнение №1: Выписать названия двугранных углов



- DABC
- DBCA
- DACB
- CADB
- CDBA
- ADCB



- KDBA
- KDBC



двугранных углов нет

Рассл.  $C \in AB$  (где C-произвольная)  
 Рассл.  $d: C \in d; d \perp AB$  (она сущ. \_\_\_\_\_)

Опр.2 Линейным углом для данного двугранного наз. ....

· сечение двугранного угла плоскостью, перпендикулярной ребру

Линейный угол не зависит от. **от выбора точки C на ребре** (почему?)

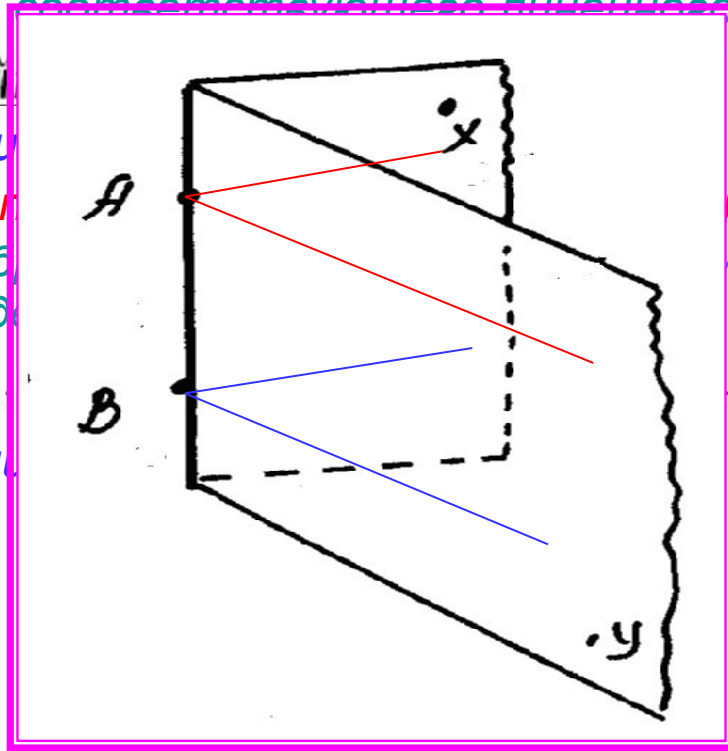
Опр.3 Градусной мерой двугранного угла наз. ....  
градусная мера соответствующего линейного угла

Способ нахождения (построения) линейного угла

1. Найти (увидеть) ребро и грани
2. **В гранях** найти направления (лучей)
3. (при необходимости) заменить выбранные направления лучами с общим началом на ребре двугранного угла

При изображении сохраняется

..... параллельность и отношение длин



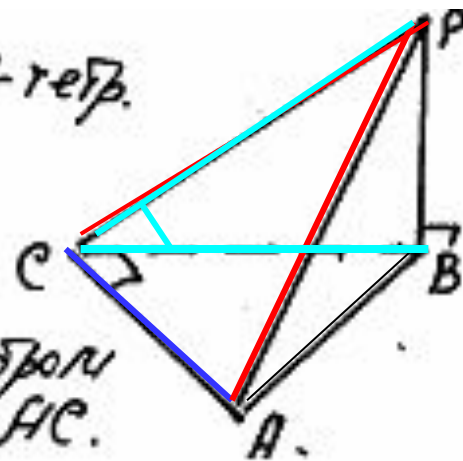
ру  
и им

Задача 1 Дано:  $PAVC$ -тетр.

$$\angle ACB = 90^\circ$$

$$PB \perp ABC.$$

Указать: лин.  $\angle$  для  
двугранного с ребром  
 $AC$ .



Решение

Ребро  $AC$  ..... грани  $ACP$  и  $ACB$

1. В грани  $ACB$  прямая  $CB$  перпендикулярна ребру  $CA$  (по условию)

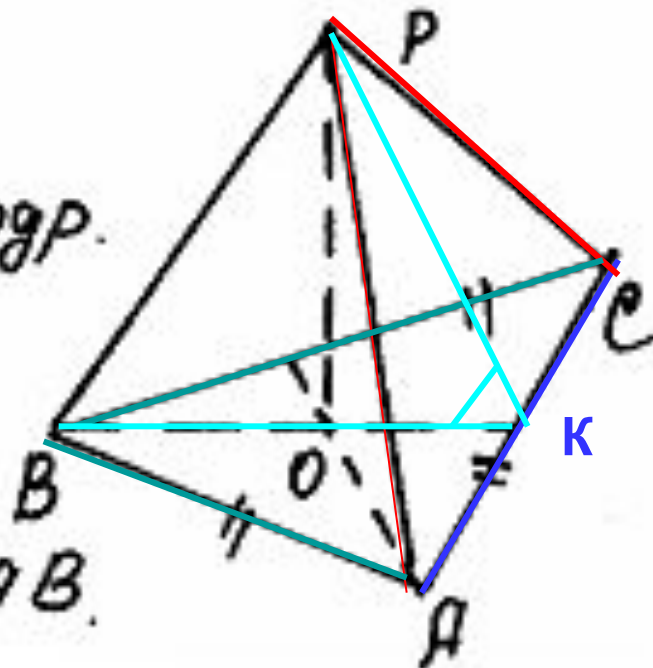
2. В грани  $ACP$  прямая  $CP$  перпендикулярна ребру  $CA$   
(по теореме о трех перпендикулярах)

Значит угол  $PCB$  - линейный для двугранного угла с ребром  $AC$

---

Задача 2. Дано  $PAVC$ -тетраэдр.  
 $\triangle ABC$  - правильный  
 $O$  - центр  $\triangle ABC$ .  
 $PO \perp ABC$ .

Указать: лин.  $\angle$  для  $\angle PCAV$ .



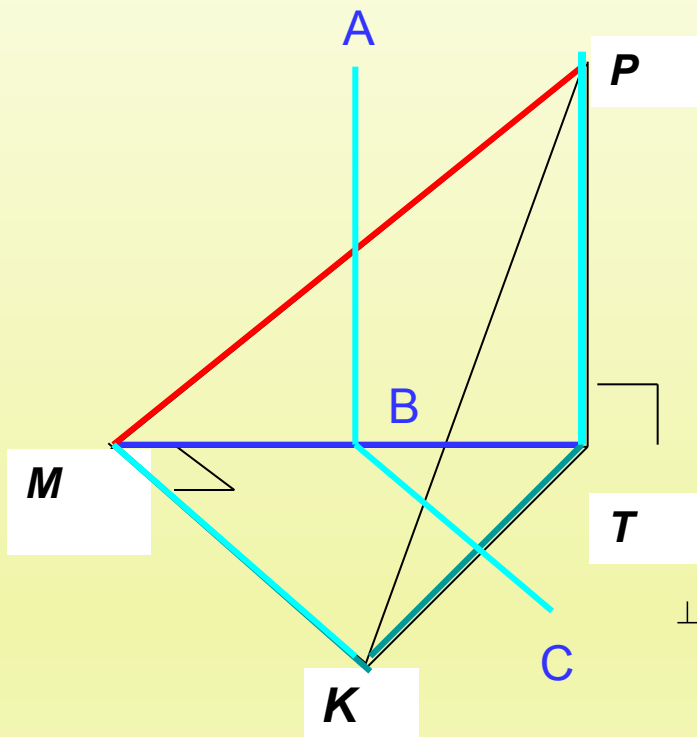
## Решение

Ребро **AC** ....., грани **ACP** и **ACB**

1. .... ( по свойству равностороннего треугольника )

2. .... ( по теореме о трех перпендикулярах )

Значит, угол **PKB** - линейный для двугранного угла с  $PCAV$



**№ 1.**

**Дано:**

$KMPR$  – тетраэдр

$\angle TMK = 90^\circ$

$MK = MT$

$RT \perp MKT$

**Указать:**

линейные углы для  
двугранных углов

а).  $PTMK$ ,

б).  $PMKT$ ,

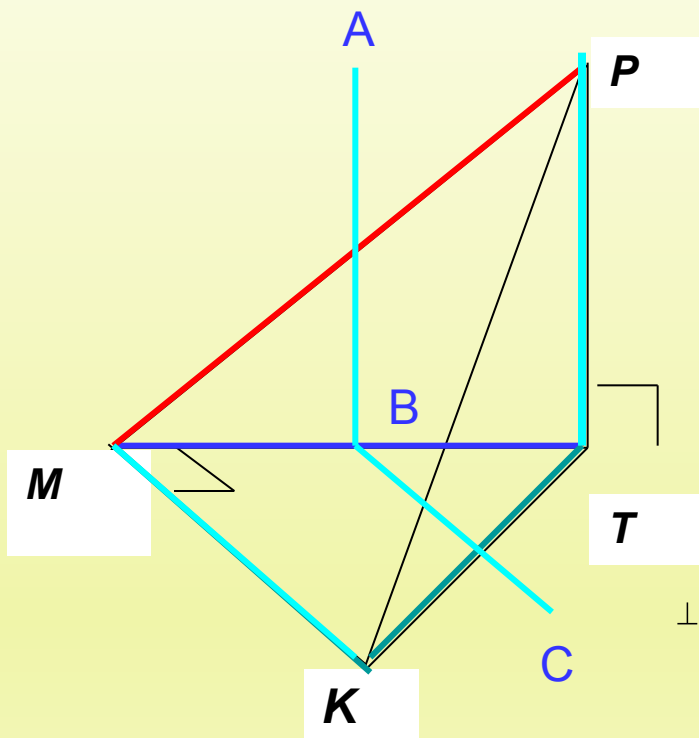
в).  $PKTM$

а). Двугранный угол  $PTMK$ :

(1) ребро  $MT$ , грани  $MTP$  и  $MTK$

(2) В грани  $MTP$  прямая  $TP$  перпендикулярна ребру  $MT$   
( по определению прямой, перпендикулярной плоскости)

В грани  $MTK$  прямая  $MK$  перпендикулярна ребру  $MT$   
( по условию)



**№ 1.**

**Дано:**

$KMPR$  – тетраэдр

$\angle TMK = 90^\circ$

$MK = MT$

$PT \perp MKT$

**Указать:**

линейные углы для  
двугранных углов

а).  $PTMK$ ,

б).  $PMKT$ ,

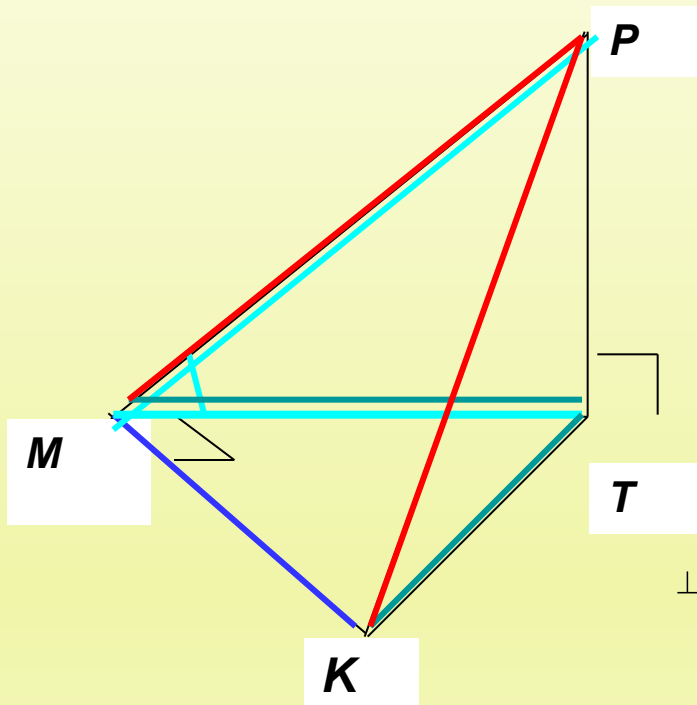
в).  $PKTM$

а). Двугранный угол **PTMK**:

$AB$  параллельна  $PT$  (по построению), а так как  $PT$  перпендикулярна ребру  $MT$  (по доказанному), то  $AB$  перпендикулярна ребру  $MT$  (по лемме о связи параллельности и перпендикулярности)

Аналогично  $BC$  перпендикулярна ребру  $MT$

Значит, угол  $ABC$  – искомый



**№ 1.**

**Дано:**

$KMPR$  – тетраэдр

$\angle TMK = 90^\circ$

$MK = MT$

$PR \perp MKT$

**Указать:**

линейные углы для  
двугранных углов

а).  $PTMK$ ,

б).  $PMKT$ ,

в).  $PKTM$

б). Двугранный угол  $PMKT$ :

(1) ребро  $MK$ , грани  $MKP$  и  $MKT$

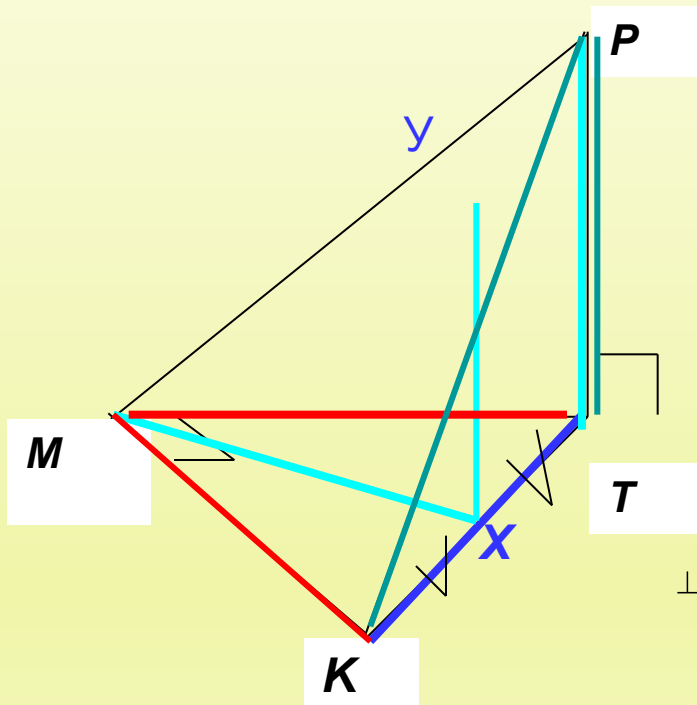
(2) В грани  $MTK$  прямая  $MT$  перпендикулярна ребру  $MK$  (по условию)

В грани  $MKP$  прямая  $MP$  перпендикулярна ребру  $MK$

(по теореме о трех перпендикулярах)

**Ответ.** Угол  $PMT$  - линейный для двугранного угла с  $PMKT$





**№ 1.**

**Дано:**

$KMPR$  – тетраэдр

$\angle TMK = 90^\circ$

$MK = MT$

$PR \perp MKT$

**Указать:**

линейные углы для  
двугранных углов

а).  $PTMK$ ,

б).  $PMKT$ ,

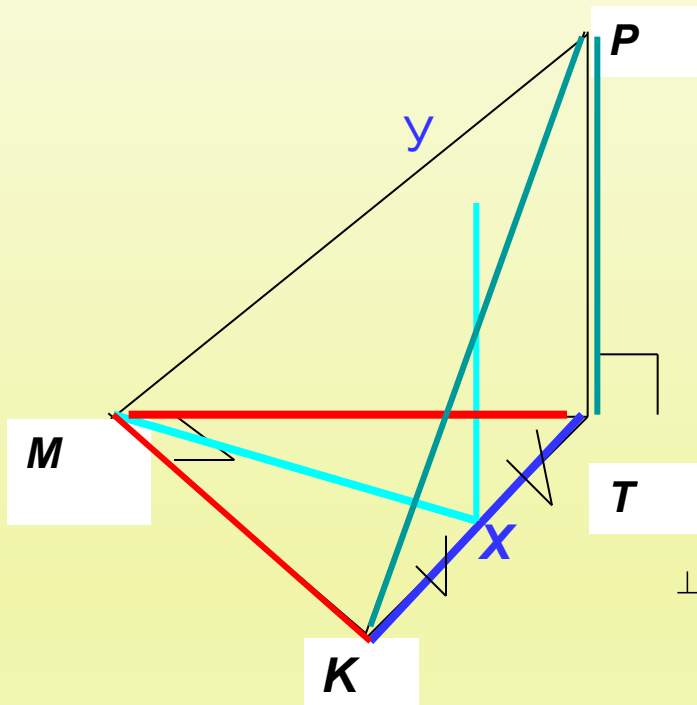
в).  $PKTM$

в). Двугранный угол  $PTKM$ :

(1) ребро  $TK$ , грани  $TKM$  и  $TKP$

(2) В грани  $MTK$  прямая  $MX$ , где  $X$  – середина  $KT$ , перпендикулярна ребру  $KT$  ( по свойству равнобедренного треугольника)

В грани  $KPT$  прямая  $PT$  перпендикулярна ребру  $KT$   
( по определению прямой перпендикулярной плоскости)



**№ 1.**

**Дано:**

$KMPR$  – тетраэдр

$\angle TMK = 90^\circ$

$MK = MT$

$PR \perp MKT$

**Указать:**

линейные углы для  
двугранных углов

а).  $PTMK$ ,

б).  $PMKT$ ,

в).  $PKTM$

в). Двугранный угол **РТКМ**:

(3) Построим прямую **UX** параллельно прямой  $PT$ , она будет лежать в  
плоскости  $RKT$  (почему?),

получим, что прямая  $XU$  перпендикулярно ребру  $KT$

(по лемме о связи параллельности и перпендикулярности)

Значит, искомый угол **UXM**

# Пример вычислительной задачи по теме «Двугранный угол»

- 173** Ребро  $CD$  тетраэдра  $ABCD$  перпендикулярно к плоскости  $ABC$ ,  $AB=BC=AC=6$ ,  $BD=3\sqrt{7}$ . Найдите двугранные углы  $DACB$ ,  $DABC$ ,  $BDCA$ .

# Для тех, кто недостаточно хорошо справился с задачами урока, предлагается

## необязательное домашнее задание:

1. Сделать модели к зачетным задачам №1-4 ( см. стр.2-4 конспекта), изменив названия вершин и положение тетраэдра, но не меняя отличительных черт задачи: например, в задаче №1 в основании тетраэдра должен лежать прямоугольный равнобедренный треугольник, а вершина должна проектироваться в одну из вершин острого угла основания. К модели приложить запись решения задачи. Модель может быть как объемной, так и складной. Своей моделью можно будет пользоваться на зачете.
2. Оформить решение задачи, аналогичной разобранной зачетной задачи №1, в виде презентации.
3. Придумать несколько задач, аналогичных зачетным задачам №1 и №2, и оформить каждую из них по образцу на стр.2-3 конспекта. Каждая страница оценивается максимальным баллом 1. Нормы оценок по количеству сданных страниц.

# ***Теоретические вопросы опроса для 1 подгруппы***

- Определение двугранного угла
- Определение градусной меры двугранного угла
- Определение линейного угла для данного двугранного
- Утверждение о количестве линейных углов для данного двугранного
- Способ построения линейного угла
- Особенности изображения пространственных геометрических фигур на плоскости