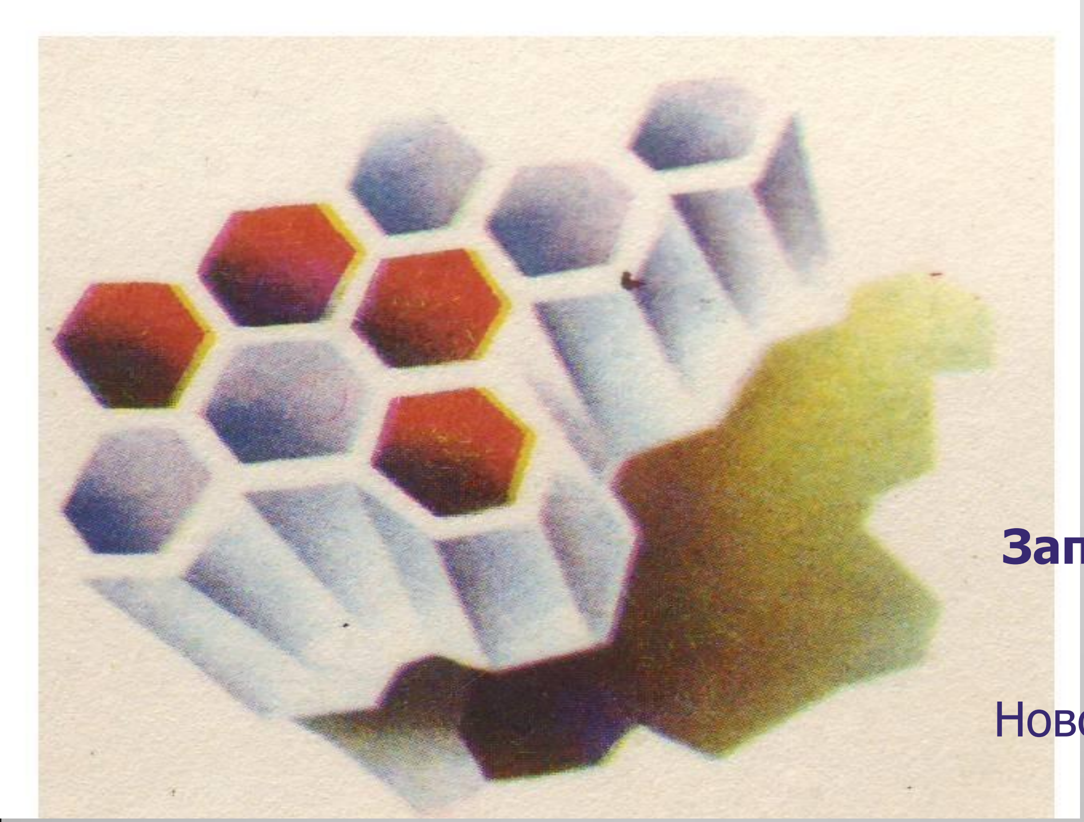
ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ВАРИАЦИИ НА «ПЧЕЛИНУЮ» ТЕМУ.



Запарова Наталья Михайловна,
учитель физики
МОУ «СОШ с. Кутьино
Новобурасского района Саратовской области»

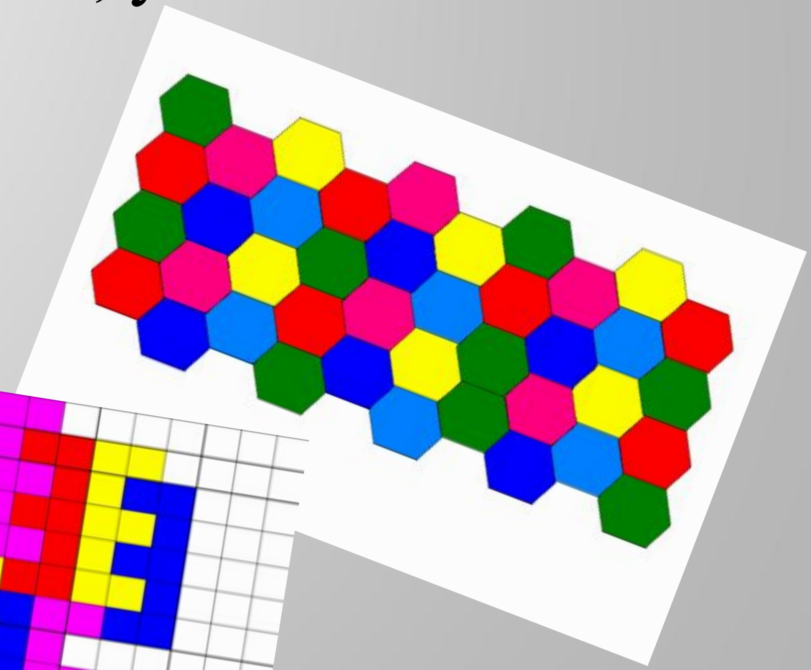
2012г.

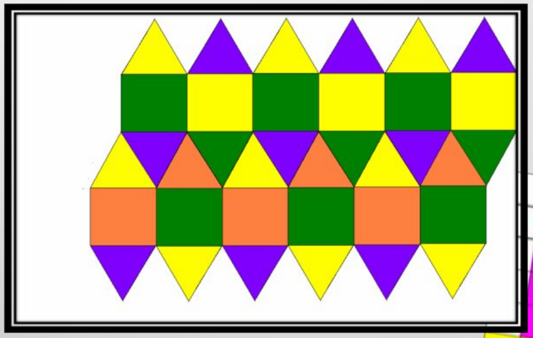
Основополагающий вопрос

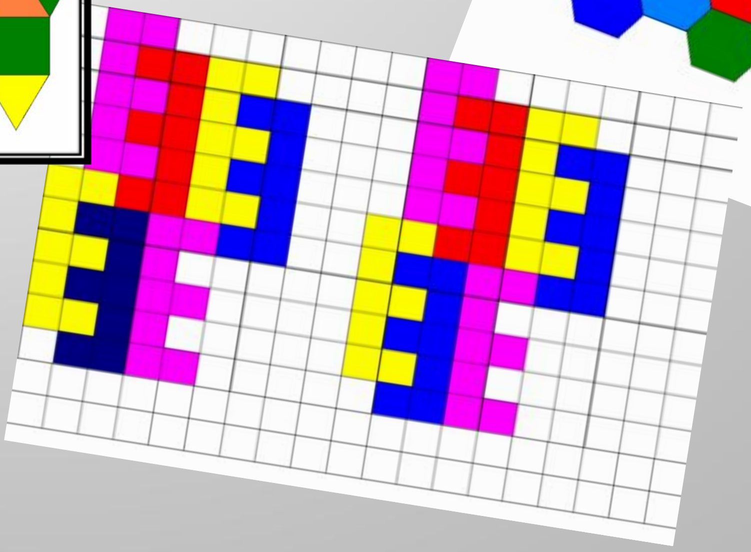
Чему можно удивляться глядя на мир?

Пчёлы – удивительные творения природы. Свои геометрические способности они проявляют при построении сот.

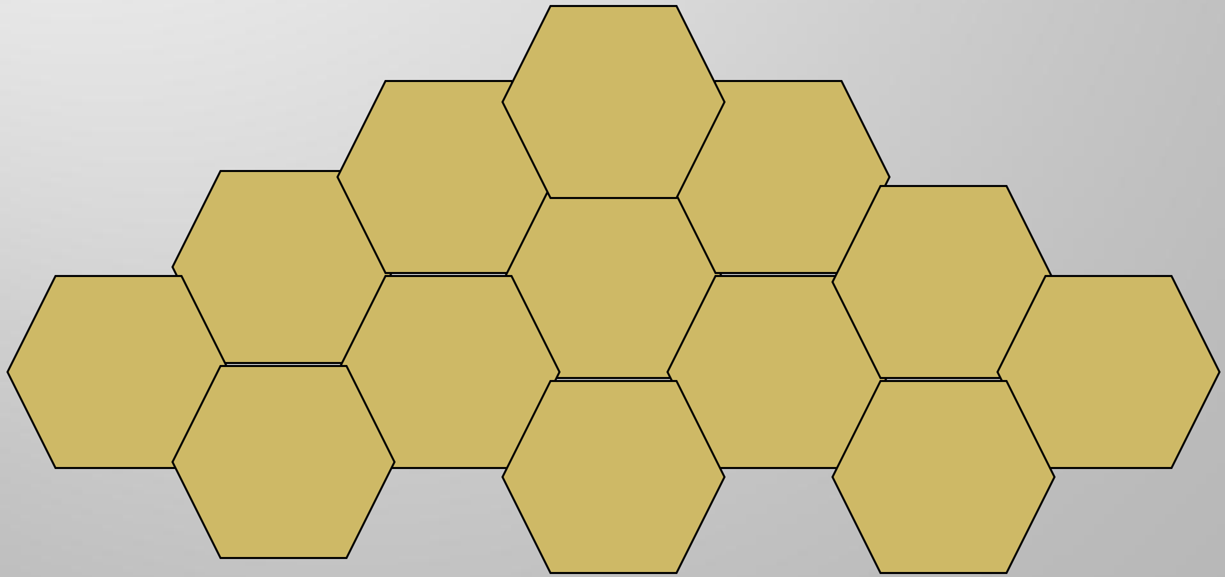
Геометрические способности пчел проявляются при построении сот. Если разрезать пчелиные соты плоскостью, перпендикулярной их ребрам, то станет видна сеть равных друг другу правильных шестиугольников, уложенных в виде паркета.



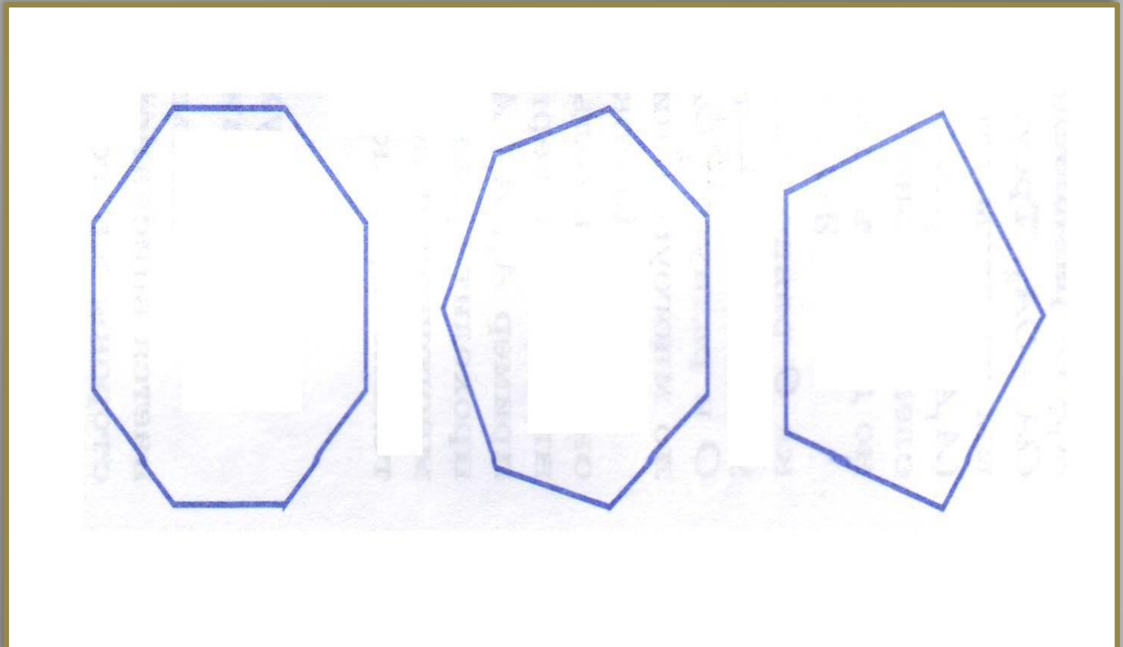




- Выполняя несложные расчеты, убеждаемся, что такими многоугольниками могут быть только правильные треугольники, квадраты или правильные шестиугольники.

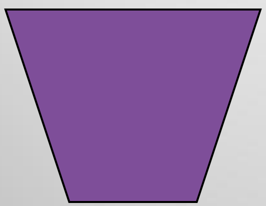


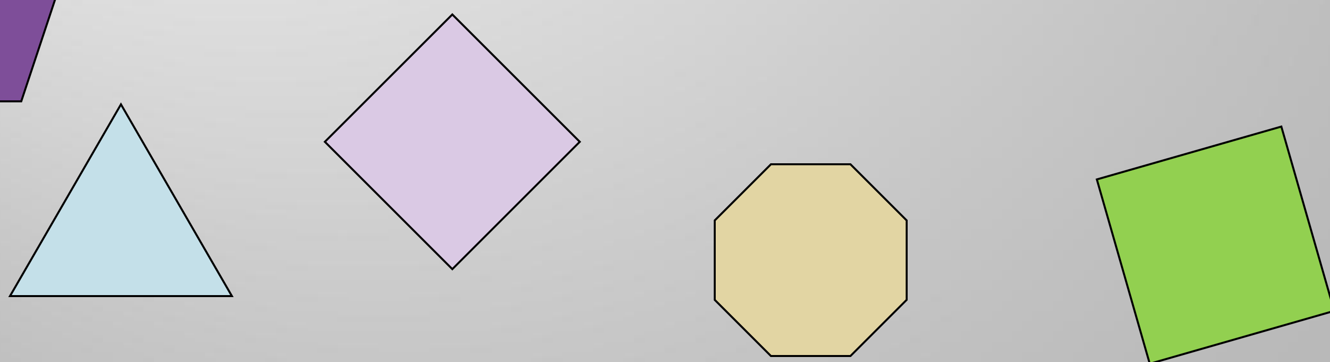
Правильным многоугольником называется выпуклый много угольник, у которого все углы равны.



Почему пчелы выбрали именно шестиугольник?

Чтобы ответить на этот вопрос, надо сравнить периметры разных многоугольников, имеющих одинаковую площадь.





Для того чтобы выяснить, почему пчела строит соты, перпендикулярное сечение которых есть правильный шестиугольник, а не правильный треугольник или квадрат, рассматривается вспомогательная задача

Даны три равновеликие друг другу фигуры — правильный треугольник, квадрат и правильный шестиугольник. Какая из данных фигур имеет наименьший периметр?

- Решение

Пусть S – площадь каждой из названных фигур, a_3, a_4, a_6 – сторона соответствующего правильного n-угольника. Тогда $S = a_3^2\sqrt{3}/4$ – площадь правильного треугольника, $S = a_4^2$ – площадь квадрата, $S = 3a_6^2\sqrt{3}/2$ – площадь правильного шестиугольника.

Теперь нетрудно вычислить периметр P_n каждой фигуры, зная ее площадь:

$$a_3 = 2\sqrt{S/\sqrt{3}},\quad P_3 = 6\sqrt{S/\sqrt{3}};\quad a_4 = \sqrt{S},\quad P_4 = 4\sqrt{S};$$

$$a_6 = \sqrt{2S/3\sqrt{3}},\quad P_6 = 6\sqrt{2S/3\sqrt{3}}.$$

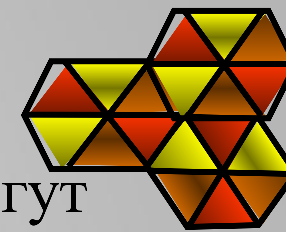
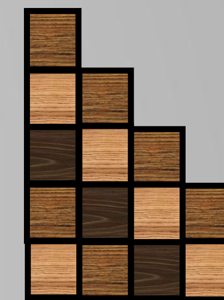
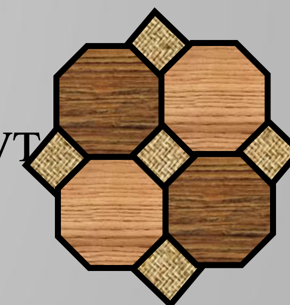
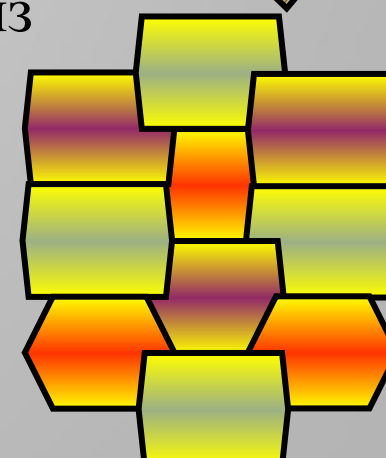
Для сравнения периметров фигур найдем их отношение

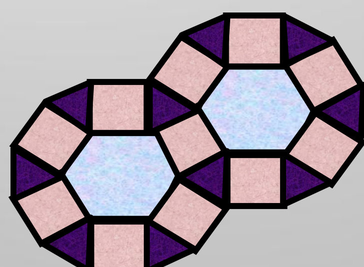
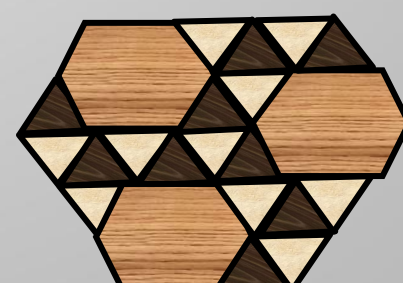
$$P_3 : P_4 : P_6 = 6\cdot\sqrt{\frac{S}{\sqrt{3}}} : 4\cdot\sqrt{S} : 6\cdot\sqrt{\frac{2S}{3\sqrt{3}}} = 1 : \frac{2}{3}\sqrt[4]{3} : \frac{1}{3}\sqrt{6} \approx 1 :$$

$: 0,877 : 0,816.$

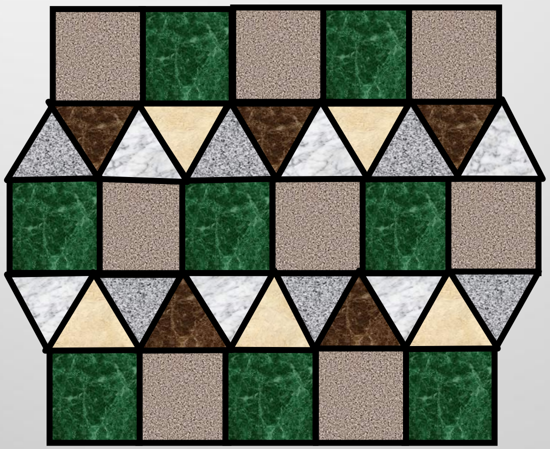
Действительно, сумма внутренних углов выпуклого n-угольника равна (n-2)*180°, где n- число сторон многоугольника. Сумма углов, сходящихся в одной вершине паркета, равна 360°.

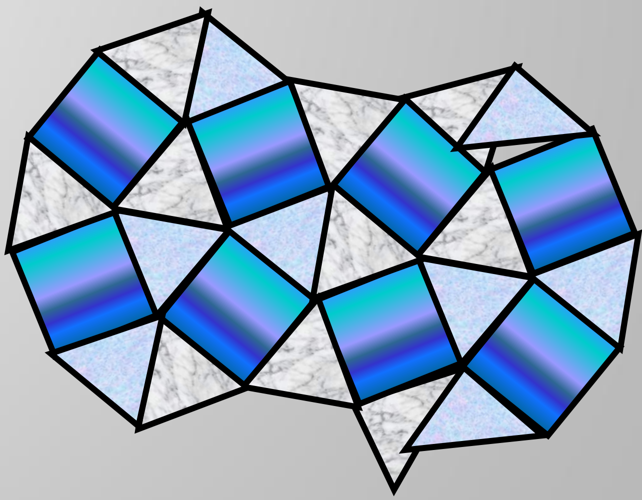
- Тогда (n-2)*180°/n*k=360°. Отсюда k=2n/(n-2).
- Если n=3, то k=6, т.е. в одной вершине паркета могут сходиться 6 правильных треугольников.
- Если n=4,то k=4 т.е. в одной вершине паркета могут сходится 4 квадрата.
- Если n=5,то k=3.3т.е. не существует паркета из правильных пятиугольников.
- Если n=6,то k=3т.е. в одной вершине паркета могут сходится 3 правильных шестиугольника.
- Если n=7,то k=2.8т.е. не существует паркета из правильных семиугольников. Итак далее.

- Теперь рассуждаем следующим образом:2/(n-2)>2, так как внутренней угол правильного многоугольника меньше 180 ; значит 2n/(n-2)-2>0, или 4/(n-2)>0.

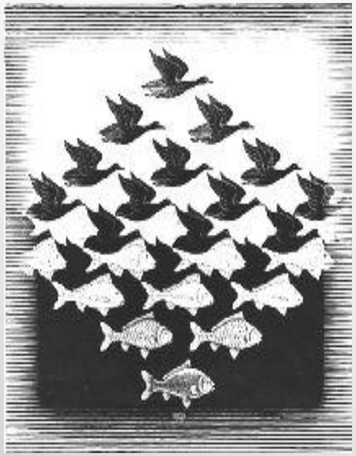




Как не согласиться с мнением Пчелы из сказки «Тысяча и одна ночь»: «Мой дом построен по законам самой строгой архитектуры. Сам Евклид мог бы поучиться, познавая геометрию моих сот».

Паркеты с древних времён привлекали к себе внимание людей. Ими мостили дороги, украшали полы в помещениях, стены домов, использовали в декоративно-прикладном искусстве.

Знаменитый голландский художник Мариус Эшер (1898 – 1972) посвятил паркетам несколько своих картин.



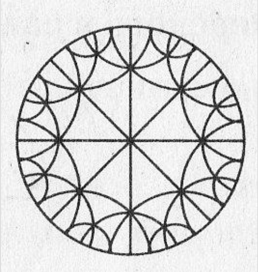
«небо и море»

«Ящерицы»

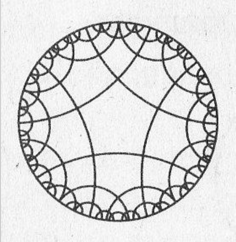
«Добро и зло»

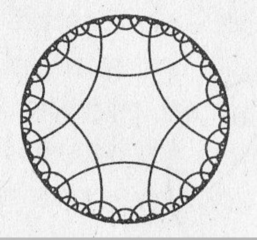
Несколько картин Мариуса Эшера посвящены паркетам на модели Пуанкаре плоскости Лобачевского.

Паркетом на плоскости Лобачевского называется такое ее заполнение многоугольниками, при котором любые два многоугольника либо имеют общую сторону, либо имеют общую вершину, либо не имеют общих точек.



Паркет называется *правильным,* если он состоит из равных правильных многоугольников.
В каждой вершине правильного паркета на плоскости Лобачевского может сходиться любое число правильных треугольников, больше шести; любое число правильных четырёхугольников, больше четырёх; любое число правильных пятиугольников, большее трёх и т.д.
Для плоскости Лобачевского будем называть симметрией инверсию относительно окружности, перпендикулярной данной.





Вывод:

Строя шестиугольные ячейки пчелы наиболее экономно используют площадь внутри небольшого улья. Таким образом, с помощью геометрии и математического анализа мы раскрыли тайну математических шедевров из воска, убедившись во всесторонней эффективности математики.

Литература

1.http// www.tymen-lechnopfrk.ru

2.http//www.vip.km.ru/vschool/

3. Глухова А. Правильные многоугольники в природе. Математика. Еженедельное учебно-методическое приложение к газете « Первое сентября», № 38, 1999.

4.Фирсина С. Правильные многоугольники. Математика. Еженедельное учебно-методическое приложение к газете « Первое сентября», № 10, 2000.

5.Шарыгин И.Ф. Ерганжиева Л.Н. Наглядная геометрия. Учебное пособие для 5-6 классов. - М.: МИРОС, 1992.

6.Зоология 6-7калсс.2006г.

7.Лечение пчелиным мёдом и ядом.

8.Математика в школе. Научно-теоретический и методический журнал. Геометрические вариации на «пчелиную» тему.