

Васильева Н.И.

Учитель информатики и ИКТ МОУ СОШ №35 г.Белгорода

## ПОСТРОЕНИЕ ЦИРКУЛЕМ И ЛИНЕЙКОЙ. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА ПОСТРОЕНИЕ

*Практическая работа.* Геометрические построения с использованием САПР.

(Информатика, геометрия, 7 класс)



Презентационное сопровождение урока

# Задачи на построение

## Окружность

Предложение, в котором разъясняется смысл того или иного выражения или названия, называется **определением**. Мы уже встречались с определениями, например с определением угла, смежных углов, равнобедренного треугольника и т. д. Дадим определение еще одной геометрической фигуры — окружности.

## Определение

**Окружностью** называется геометрическая фигура, состоящая из всех точек, расположенных на заданном расстоянии от данной точки.

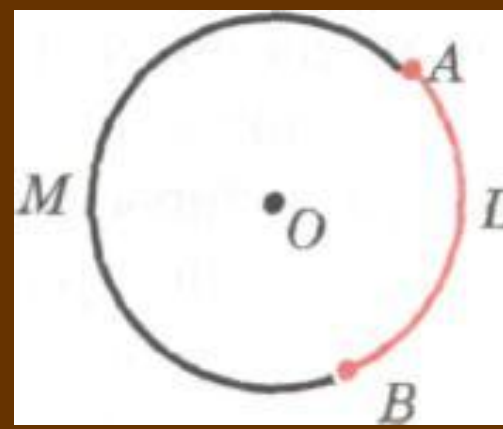
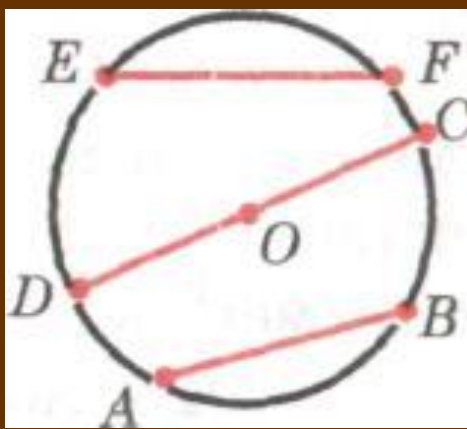
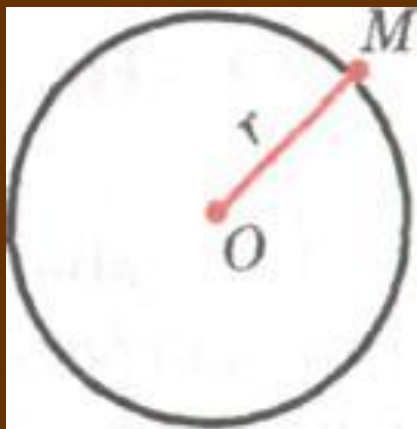
Данная точка называется **центром** окружности, а отрезок, соединяющий центр с какой-либо точкой окружности, — радиусом окружности. Из определения окружности следует, что все радиусы имеют одну и ту же длину.

Отрезок, соединяющий две точки окружности, называется ее **хордой**. Хорда, проходящая через центр окружности, называется **диаметром**.

На рисунке отрезки  $AB$  и  $EF$  — хорды окружности, отрезок  $CB$  — диаметр окружности. Очевидно, диаметр окружности в два раза больше ее радиуса.

Центр окружности является серединой любого диаметра.

Любые две точки окружности делят ее на две части. Каждая из этих частей называется дугой окружности. На рисунке  $ALB$  и  $AMB$  — дуги, ограниченные точками  $A$  и  $B$ .



# Построения циркулем и линейкой

Оказывается, что многие построения можно выполнить с помощью только циркуля и линейки без масштабных делений. Поэтому в геометрии специально выделяют те задачи на построение, которые решаются с помощью только этих двух инструментов.

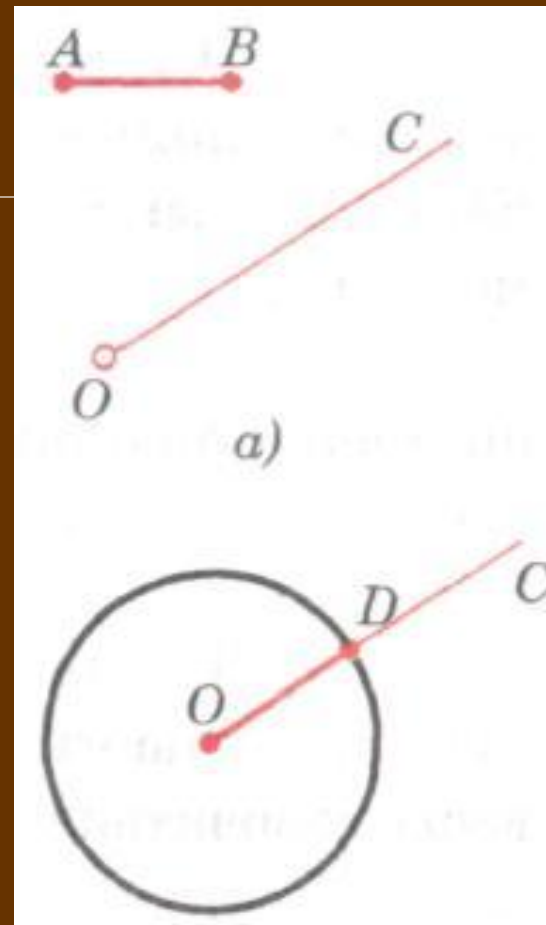
Что можно делать с их помощью? Ясно, что линейка позволяет провести произвольную прямую, а также построить прямую, проходящую через две данные точки. С помощью циркуля можно провести окружность произвольного радиуса, а также окружность с центром в данной точке и радиусом, равным данному отрезку. Выполняя эти несложные операции, мы сможем решить много интересных задач на построение:

- построить угол, равный данному;
- через данную точку провести перпендикулярную к данной прямой;
- разделить данный отрезок пополам и другие задачи.

**Задача.** На данном луче от его начала отложить отрезок, равный данному.

### Решение

Изобразим фигуры, данные в условии задачи: луч  $OC$  и отрезок  $AB$ . Затем циркулем построим окружность радиуса  $AB$  с центром  $O$ . Эта окружность пересечет луч  $OC$  в некоторой точке  $D$ . Отрезок  $OD$  — искомый.



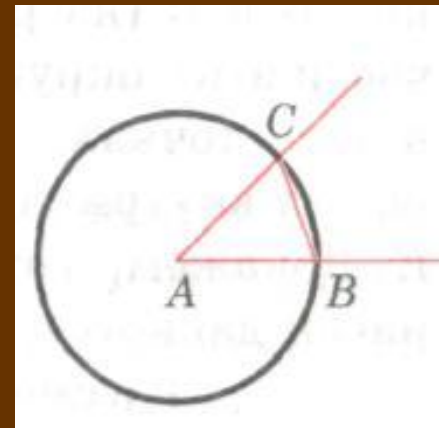
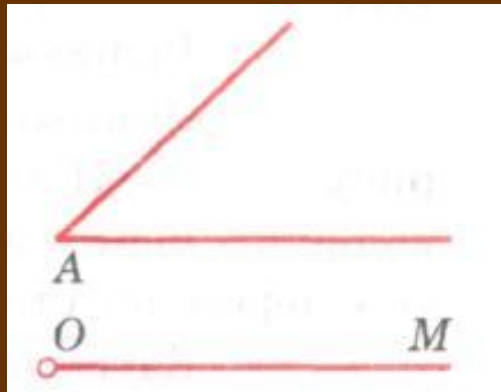
## Задача

Отложить от данного луча угол, равный данному.

## Решение

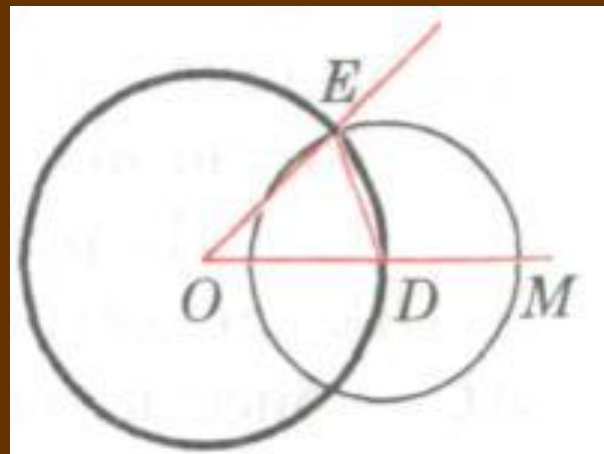
Данный угол с вершиной  $A$  и луч  $OM$  изображены на рисунке. Требуется построить угол, равный углу  $A$ , так, чтобы одна из его сторон совпала с лучом  $OM$ .

Проведем окружность произвольного радиуса с центром в вершине  $A$  данного угла. Эта окружность пересекает стороны угла в точках  $B$  и  $C$ .



Затем проведем окружность того же радиуса с центром в начале данного луча  $OM$ . Она пересекает луч в точке  $D$ .

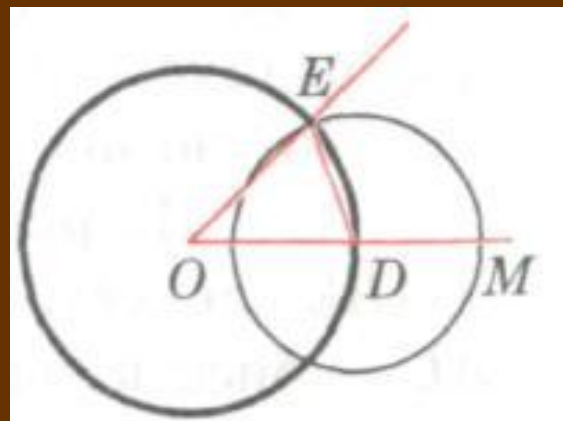
После этого построим окружность с центром  $D$ , радиус которой равен  $BC$ . Окружности с центрами  $O$  и  $D$  пересекаются в двух точках. Одну из этих точек обозначим буквой  $E$ . Докажем, что угол  $MOE$  — искомый.



Рассмотрим треугольники  $ABC$  и  $ODE$ . Отрезки  $AB$  и  $AC$  являются радиусами окружности с центром  $A$ , а отрезки  $OD$  и  $OE$  — радиусами окружности с центром  $O$ .

Так как по построению эти окружности имеют равные радиусы, то  $AB = OD$ ,  $AC = OE$ . Также по построению  $BC = DE$ .

Следовательно,  $\triangle ABC = \triangle ODE$  по трем сторонам. Поэтому  $\angle DOE = \angle BAC$ , т. е. построенный угол  $MOE$  равен данному углу  $A$ .



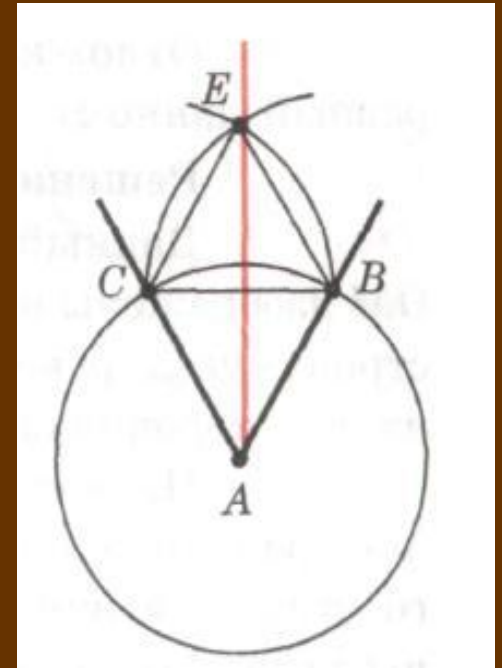


Задача. Построить биссектрису данного угла.

Решение

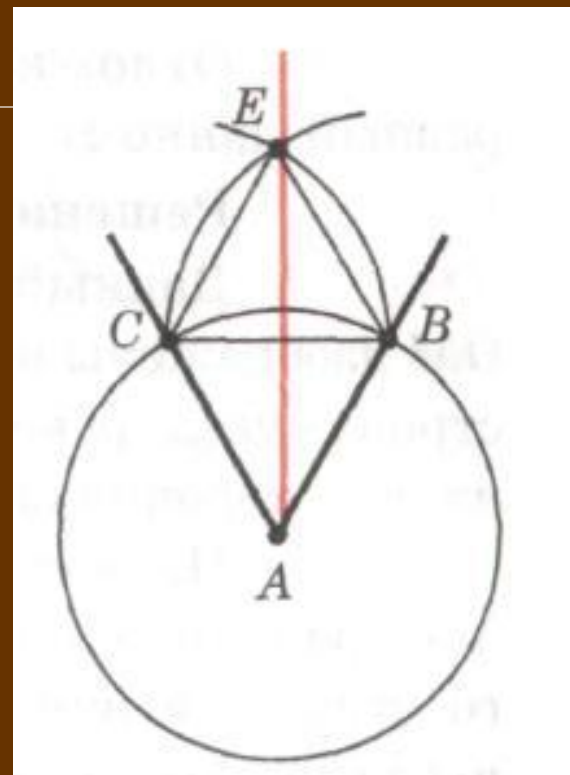
Данный угол  $BAC$  изображен на рисунке. Проведем окружность произвольного радиуса с центром в вершине  $A$ . Она пересечет стороны угла в точках  $B$  и  $C$ .

Затем проведем две окружности одинакового радиуса  $BC$  с центрами в точках  $B$  и  $C$ . Они пересекутся в двух точках. Ту из этих точек, которая лежит внутри угла  $BAC$ , обозначим буквой  $E$ . Докажем, что луч  $AE$  является биссектрисой данного угла  $BAC$ .



Рассмотрим треугольники  $ACE$  и  $ABE$ . Они равны по трем сторонам. В самом деле,  $AE$  — общая сторона;  $AC$  и  $AB$  равны как радиусы одной и той же окружности;  $CE = BE$  по построению.

Из равенства треугольников  $ACE$  и  $ABE$  следует, что  $\angle CAE = \angle BAE$ , т. е. луч  $AE$  — биссектриса данного угла  $BAC$ .



Построение перпендикулярных прямых.

### Задача

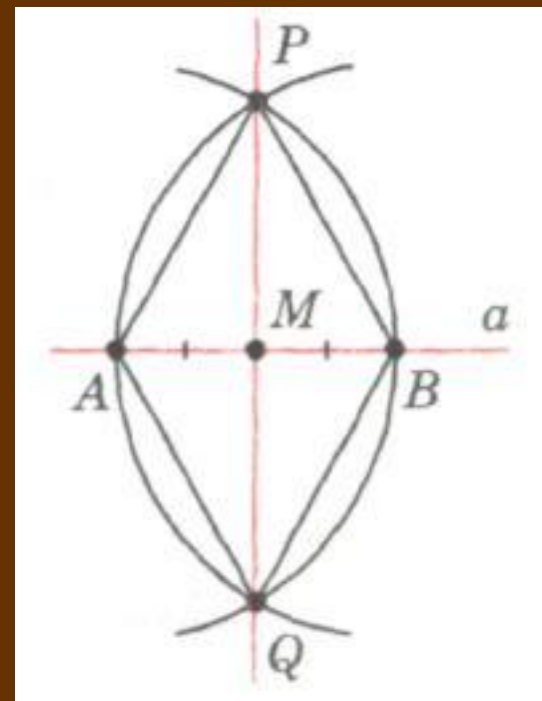
Даны прямая и точка на ней. Построить прямую, проходящую через данную точку и перпендикулярную к данной прямой.

### Решение

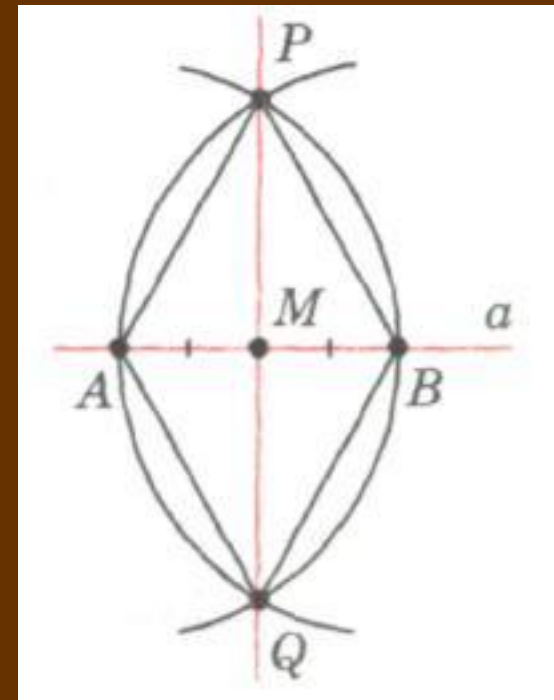
Данная прямая  $a$  и данная точка  $M$ , принадлежащая этой прямой, изображены на рисунке .

На лучах прямой  $a$ , исходящих из точки  $M$ , отложим равные отрезки  $MA$  и  $MB$ . Затем построим две окружности с центрами  $A$  и  $B$  радиуса  $AB$ . Они пересекаются в двух точках:  $P$  и  $Q$ .

Проведем прямую через точку  $M$  и одну из этих точек, например прямую  $MP$ , и докажем, что эта прямая — искомая, т. е. что она перпендикулярна к данной прямой  $a$ .



В самом деле, так как медиана  $PM$  равнобедренного треугольника  $PAB$  является также высотой, то  $PM \perp a$ .

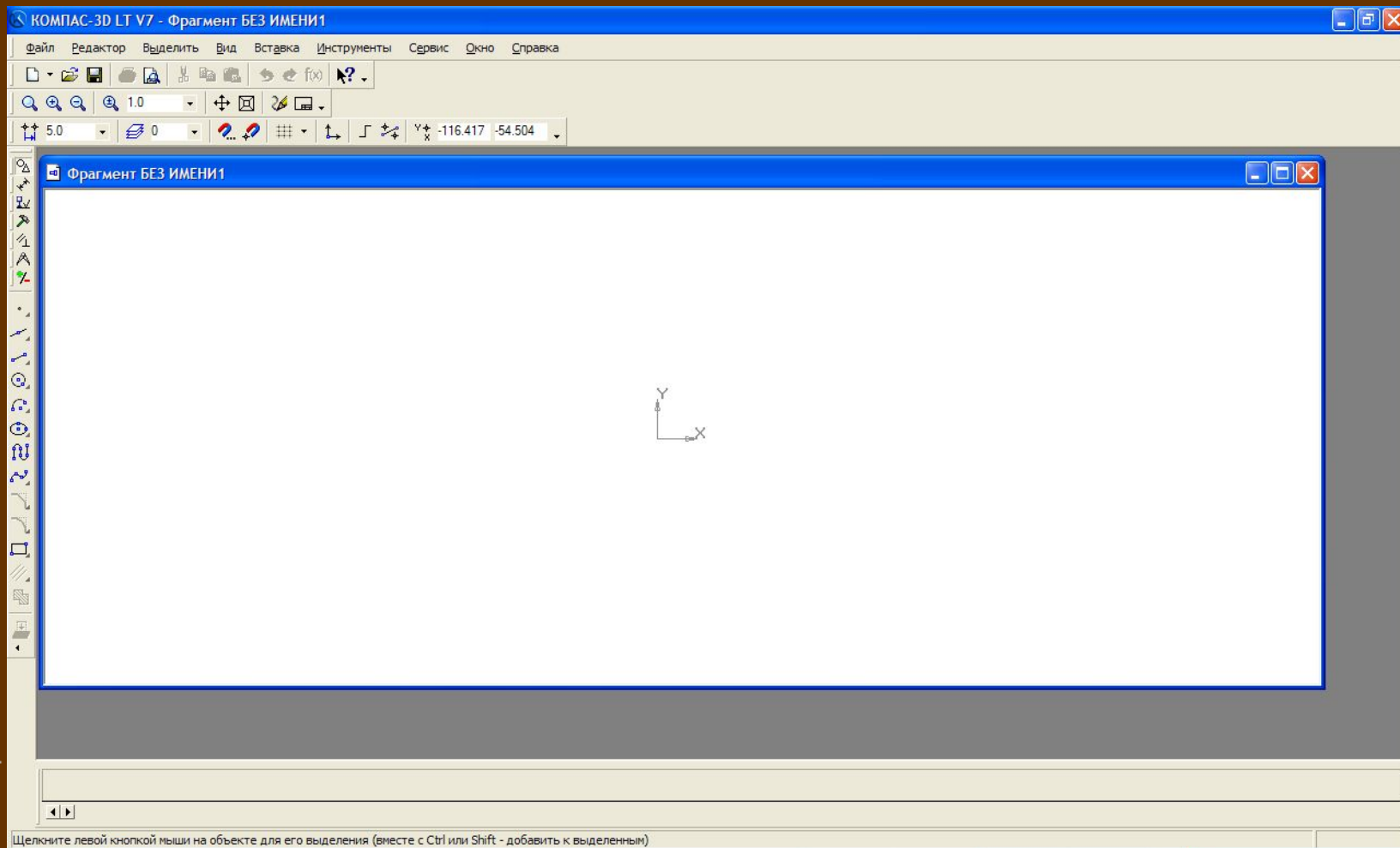


# Система автоматизированного проектирования КОМПАС-ГРАФИК

- Системы автоматизированного проектирования (САПР) являются векторными графическими редакторами, предназначенными для создания чертежей.
- При классическом черчении с помощью карандаша, линейки и циркуля производится построение элементов чертежа (отрезков, окружностей, прямоугольников и т.д.) с точностью, которую предоставляют чертежные инструменты. Использование САПР позволяет создавать чертежи с абсолютной точностью и обеспечивает возможность реализации сквозной технологии проектирования и изготовления деталей. На основе компьютерных чертежей генерируются управляющие программы для станков с числовым программным управлением (ЧПУ), в результате по компьютерным чертежам изготавливаются высокоточные детали из металла, дерева и т.д.

- В центре рабочего окна КОМПАС-ГРАФИК размещается система координат. Положение курсора отсчитывается от начала системы координат, а текущие значения его координат  $X$  и  $Y$  отображаются в правой части *Строки текущего состояния*, расположенной в нижней части окна приложения.
- Создание и редактирование чертежа реализуется с помощью *Инструментальной панели*, которая по умолчанию размещается в левом верхнем углу окна приложения. *Инструментальная панель* включает в себя пять различных рабочих панелей, каждая из которых содержит набор кнопок определенного функционального назначения и *Панель переключения*, которая обеспечивает переход от одной рабочей панели к другой.

# Окно системы автоматизированного проектирования КОМПАС-3D



## Инструментальная панель



Рабочая панель *Геометрические построения* содержит кнопки, позволяющие рисовать на чертеже определенные объекты: точка, отрезок, окружность, прямоугольник и др.

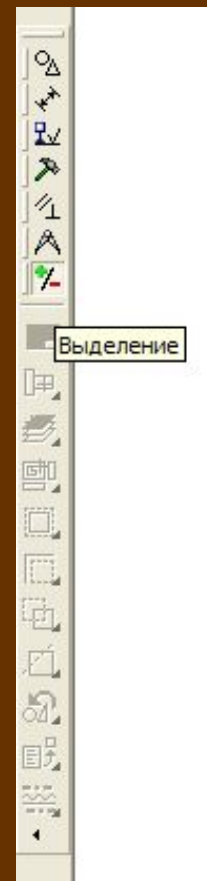
Панель *Редактирование* содержит кнопки, которые позволяют вносить изменения в чертеж, производя над объектами различные операции: перемещение, копирование, масштабирование и т.д.

Панель *Выделение* позволяет осуществить различные варианты выделения объектов: отдельные объекты, группы объектов и т.д.

Панель *Измерения* позволяет измерять расстояния (вычисляются и отображаются в миллиметрах), углы (в градусах), периметры и площади различных объектов.

Панель *Размеры и технологические обозначения* позволяет грамотно оформить чертеж: обозначить на чертеже размеры деталей, сделать надписи и т.д.

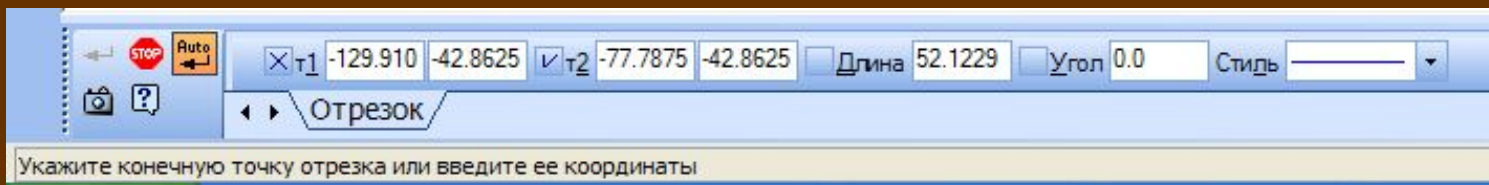
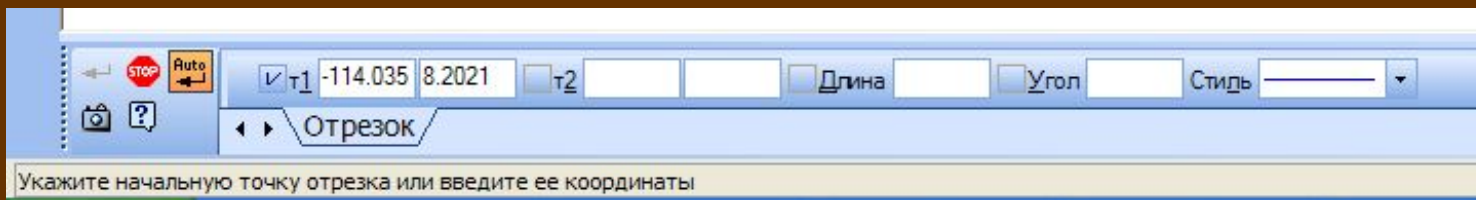




# Построение основных чертежных объектов

- Выбор создаваемого чертежного объекта (точка, отрезок, окружность, прямоугольник и т.д.) осуществляется с помощью панели *Геометрические построения*. После выбора объекта щелчком мыши по соответствующей кнопке появляется *Строка параметров объекта*. Каждый объект обладает определенным набором параметров, которые характеризуют его размеры и положение на чертеже.
- Например, после выбора на панели *Геометрические построения* кнопки *Ввод отрезка* появится строка с параметрами отрезка: координатами его начальной и конечной точек, длиной, углом наклона и стилем линии.

- *Строка параметров включает в себя кнопки состояния полей и сами поля. По внешнему виду кнопки можно судить о состоянии поля, которое может находиться в одном из трех состояний: фиксированном (обозначается «крестиком»), в режиме ожидания ввода (обозначается «галочкой») и просто доступном для ввода.*



- При создании и редактировании объектов работа со *Строкой параметров* сводится к активизации нужных полей и вводу в них заданных параметров. После ввода минимального набора параметров, достаточных для построения объекта (для отрезка координат начальной и конечной точек), система автоматически создает объект.

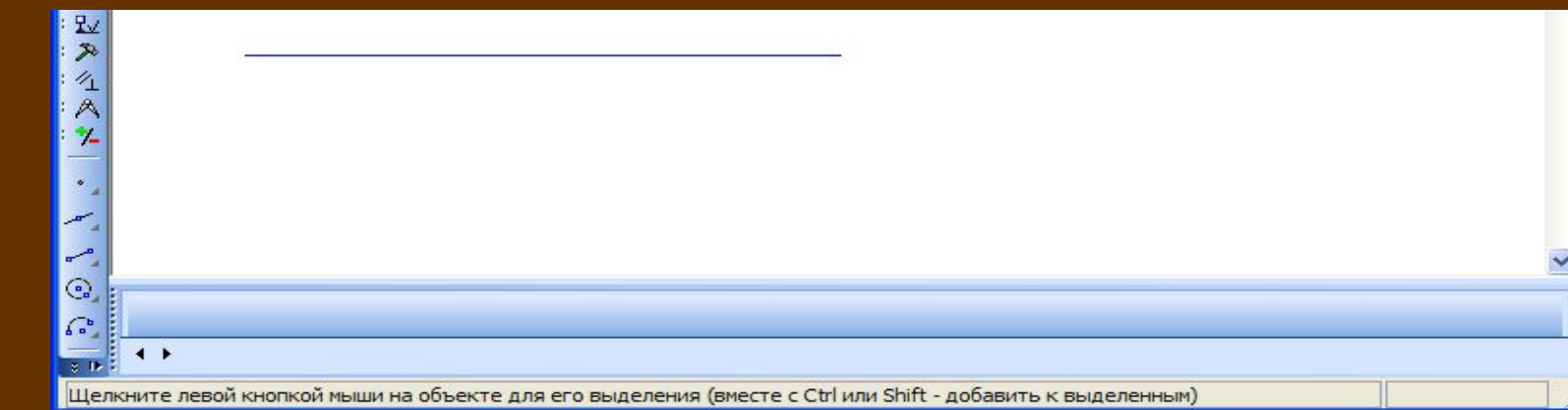
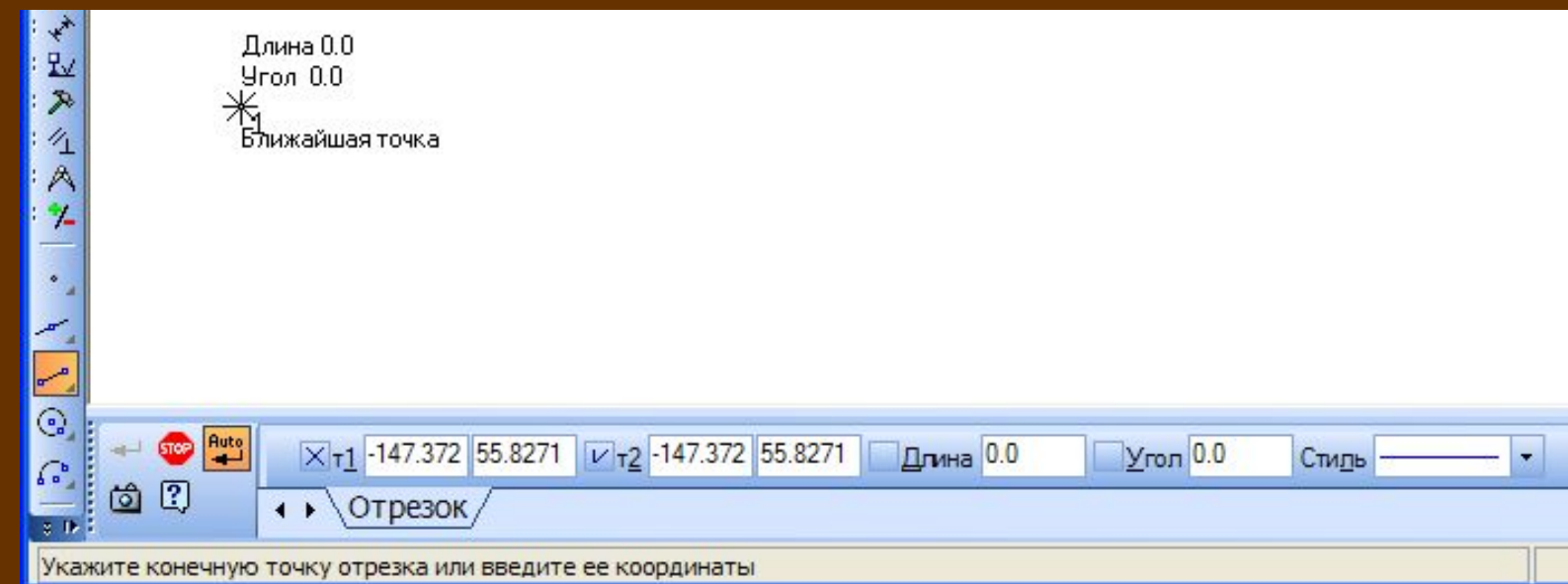
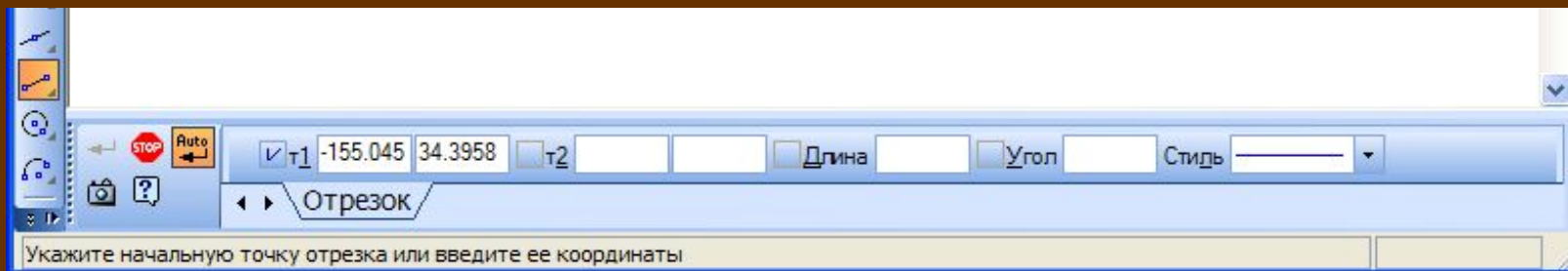
Можно осуществлять *Автоматический ввод параметров*, *Ручной ввод параметров* и *Ввод параметров с использованием Геометрического калькулятора*.

## Построение отрезка в автоматическом режиме

На панели *Геометрические построения* щелкнуть по кнопке *Ввод отрезка*. Появится *Строка параметров* отрезка, а в *Строке сообщений* появится запрос *Укажите начальную точку отрезка или введите ее координаты*.

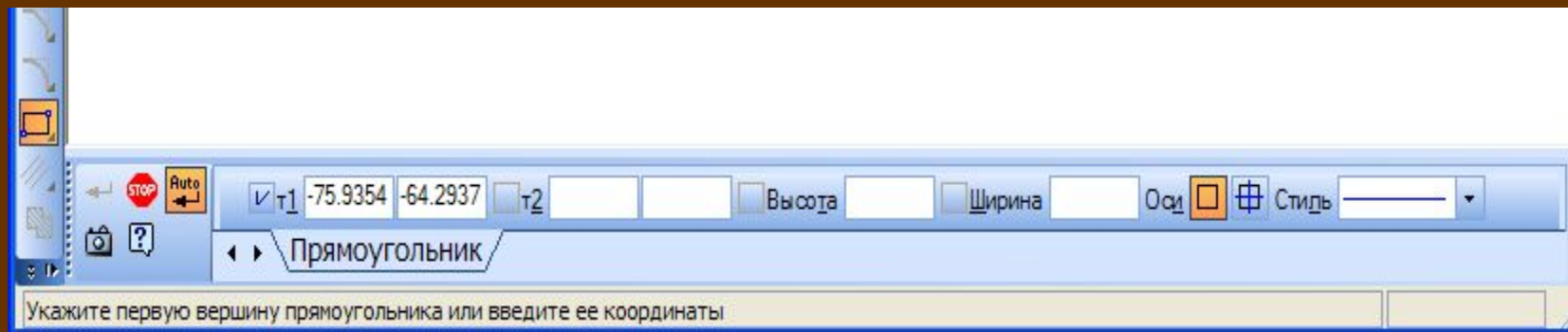
Установить курсор в поле чертежа на точку с начальными координатами отрезка и произвести щелчок. При этом в поля координат точки  $t_1$  будут внесены значения координат указанной точки на чертеже, а в *Строке параметров* символ «галочка» сменится на символ «крестик», это означает, что введенные параметры зафиксированы.

Установить курсор в поле чертежа на точку  $t_2$  с конечными координатами отрезка и произвести щелчок. Отрезок построен.



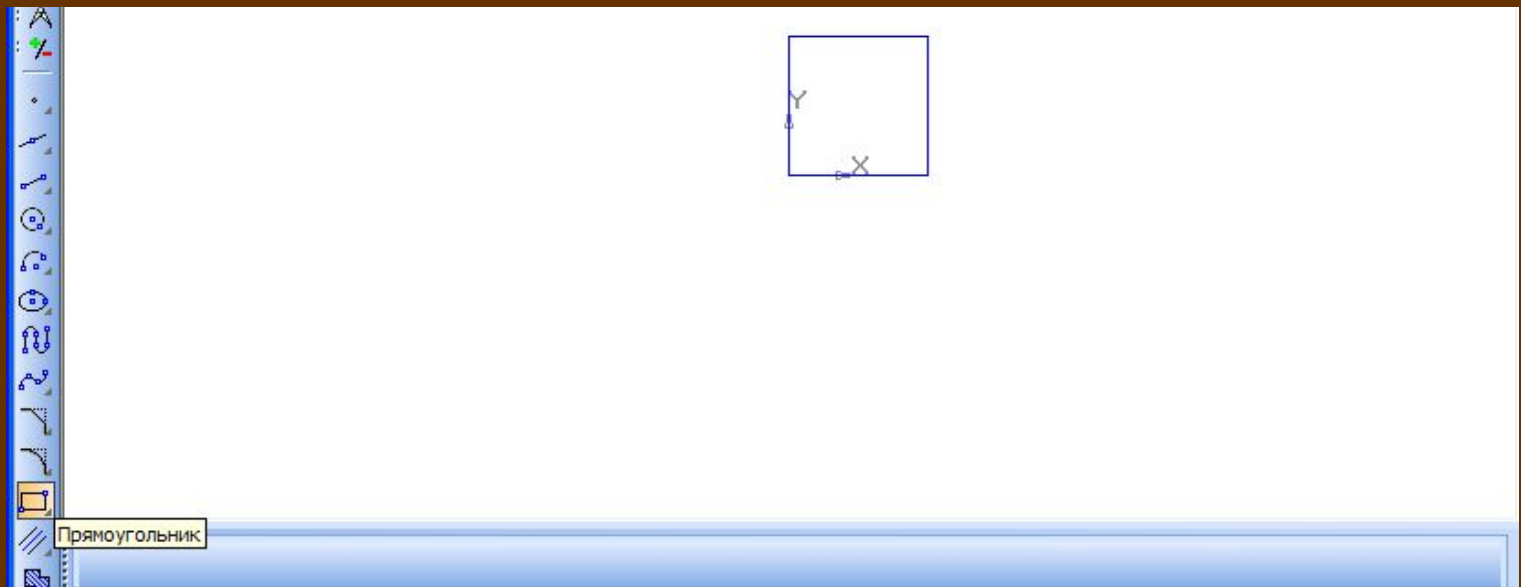
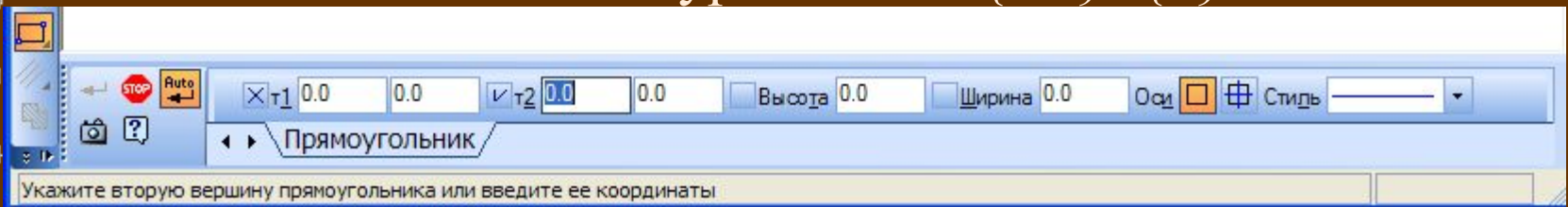
# Построение прямоугольника в ручном режиме

На панели *Геометрические построения* щелкнуть по кнопке *Ввод прямоугольника*. Появится *Строка параметров* прямоугольника, содержащая координаты левой верхней ( $t_1$ ) и правой нижней ( $t_2$ ) вершин, высоту и ширину прямоугольника и стиль линии:



Активизировать поля координат точки  $t_1$  совместным нажатием на клавиатуре клавиш  $\{Alt\} + \{1\}$ . Ввести числовые значения координат, осуществляя переход между полями координат  $X$  и  $Y$  с помощью клавиши  $\{Tab\}$ .

Активизировать поля координат точки  $t_2$  совместным нажатием на клавиатуре клавиш  $\{Alt\} + \{2\}$ . Ввести





## Построение окружности с использованием *Геометрического калькулятора.*

На панели *Геометрические построения* щелкнуть по кнопке *Ввод окружности*. Появится *Строка параметров* окружности, содержащая координаты центра окружности, точки на окружности, радиуса окружности и стиль линии.

Установить курсор в поле чертежа на точку центра окружности и произвести щелчок, в поля координат центра окружности будут внесены значения координат указанной на чертеже точки.

Щелкнуть правой клавишей мыши в поле *Радиус окружности* и в появившемся меню выбрать пункт *Длина кривой*. Курсор примет форму мишени.

Выбрать отрезок и щелкнуть левой клавишей мыши. Система автоматически измерит длину выбранного отрезка и построит окружность с таким радиусом.

Окружность

☑ Центр 0.0 0.0 ☐ I ☐ Радиус ☐ Оси ☐ Стиль

☐ Окружность

Радиус 0.0  
✱ Ближайшая точка

☒ Центр -57.9438 -38.3646 ☑ I -57.9438 -38.3646 ☐ Радиус 0.0 Оси ☐ Стиль

☐ Окружность

Укажите точку на окружности или введите ее координаты

Радиус 20.1083  
Угол 135°+Точка на кривой

☑ Центр -79.6396 -31.4854 ☐ I -65.4208 -45.7042 ☒ Радиус 20.1083 Оси ☐ Стиль

☐ Окружность

Укажите точку центра окружности или введите ее координаты

## Выполнение геометрических построений

Системы автоматизированного проектирования позволяют создавать чертежи и выполнять геометрические построения. В школьном курсе геометрии рассматриваются геометрические построения с использованием линейки и циркуля, такие построения можно выполнять и на компьютере.

Рассмотрим задачу о построении перпендикуляра к прямой.

Условия задачи следующие: Даны прямая и точка на ней.

Построить прямую через данную точку и перпендикулярную к данной прямой.

Составим сначала алгоритм выполнения заданного построения.

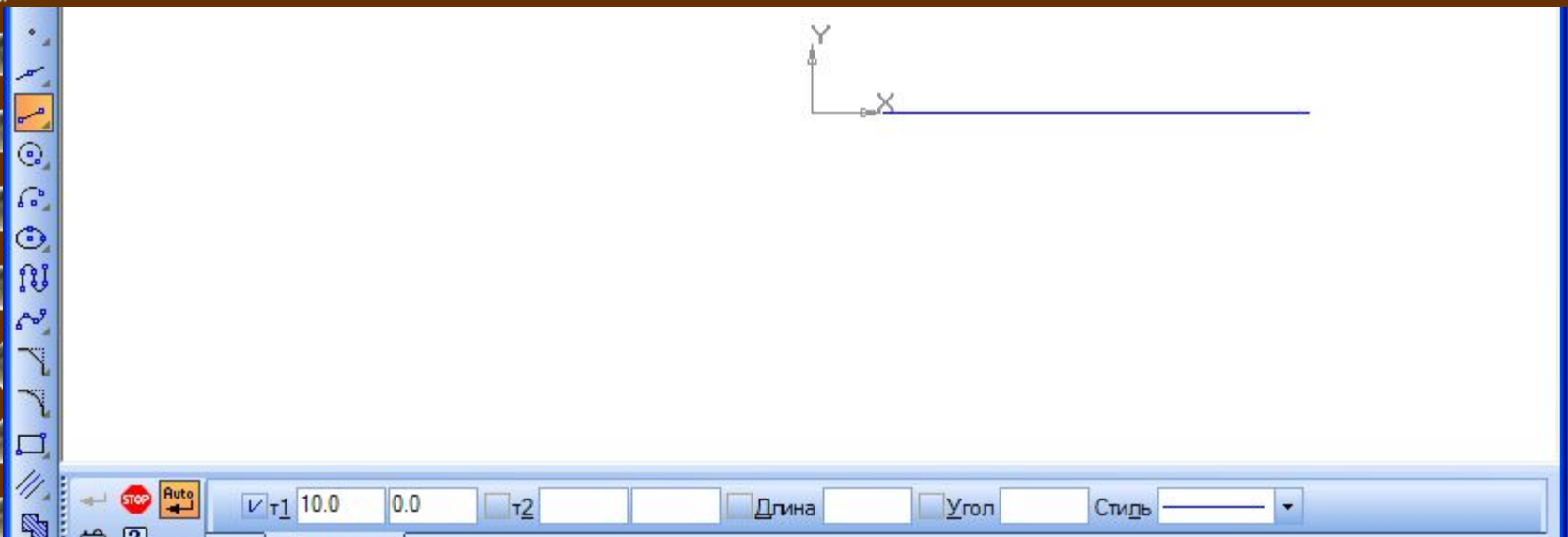
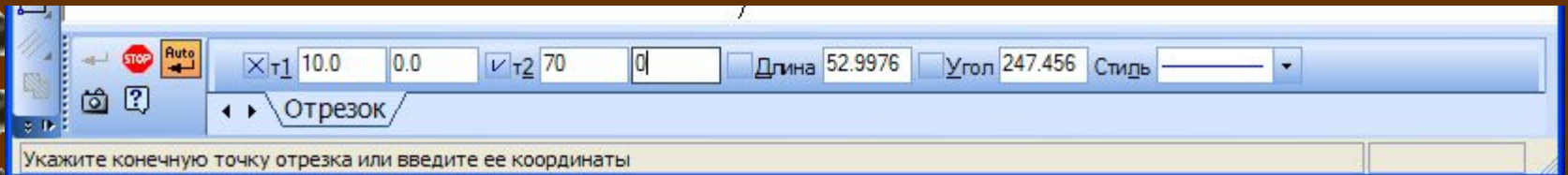
1. Построить прямую  $a$  и точку  $M$  на ней.
2. На равных расстояниях от точки  $M$  построить на прямой точки  $A$  и  $B$ .
3. Построить две окружности с центрами в точках  $A$  и  $B$  с радиусом  $AB$ .
4. Через точки пересечения окружностей  $P$  и  $Q$  провести прямую. Данная прямая пройдет через точку  $M$  и будет являться перпендикуляром к прямой  $a$ .

Теперь выполним построение в соответствии с разработанным алгоритмом с использованием системы КОМПАС-ГРАФИК.

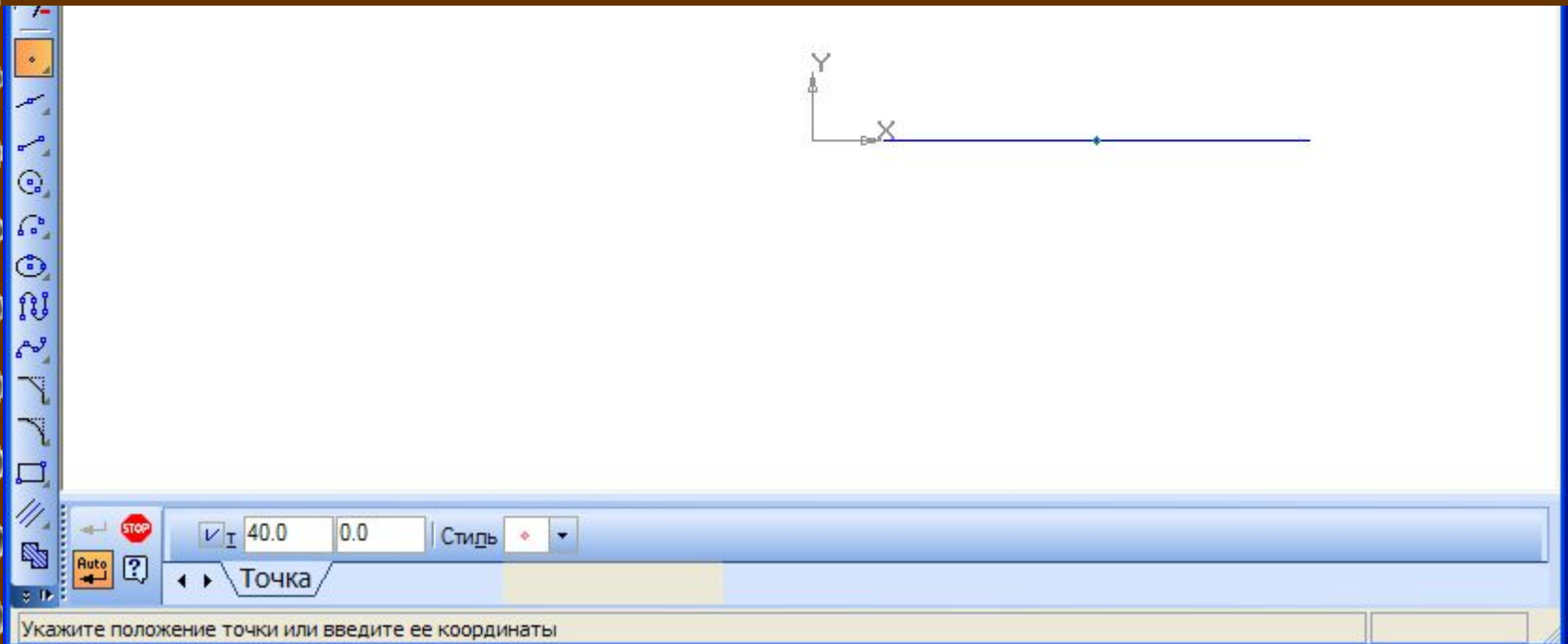
Построение перпендикуляра к заданной прямой.

Построить прямую а.

На панели *Геометрические построения* щелкнуть по кнопке *Ввод отрезка* и с использованием ручного ввода параметров задать координаты начальной точки  $t_1(10,0)$  и конечной точки  $t_2(70,0)$ .



Построить точки М, А и В на прямой а. На панели *Геометрические построения* щелкнуть по кнопке *Ввод точки* и с использованием ручного ввода параметров задать координаты точки М (40,0), точки А (25,0) и точки В(55,0).



КОМПАС-3D LT V7 - [Фрагмент БЕЗ ИМЕНИ1]

Файл Редактор Выделить Вид Вставка Инструменты Сервис Окно Справка



1.20


5.0 0 -73.554 -40.173



I -73.5542 -40.1726 Стилль

Точка

Укажите положение точки или введите ее координаты



Построить окружность с центром в точке А и с радиусом АВ. На панели *Геометрические построения* щелкнуть по кнопке *Ввод окружности* и с использованием ручного ввода параметров задать координаты центра (25,0).

Задать радиус окружности с использованием *Геометрического калькулятора*, для этого щелкнуть правой клавишей мыши в поле *Радиус окружности* и в появившемся меню выбрать пункт *Между двумя точками*. После того как курсор примет форму мишени, щелкнуть по точкам А и В. Окружность с заданным радиусом будет построена.

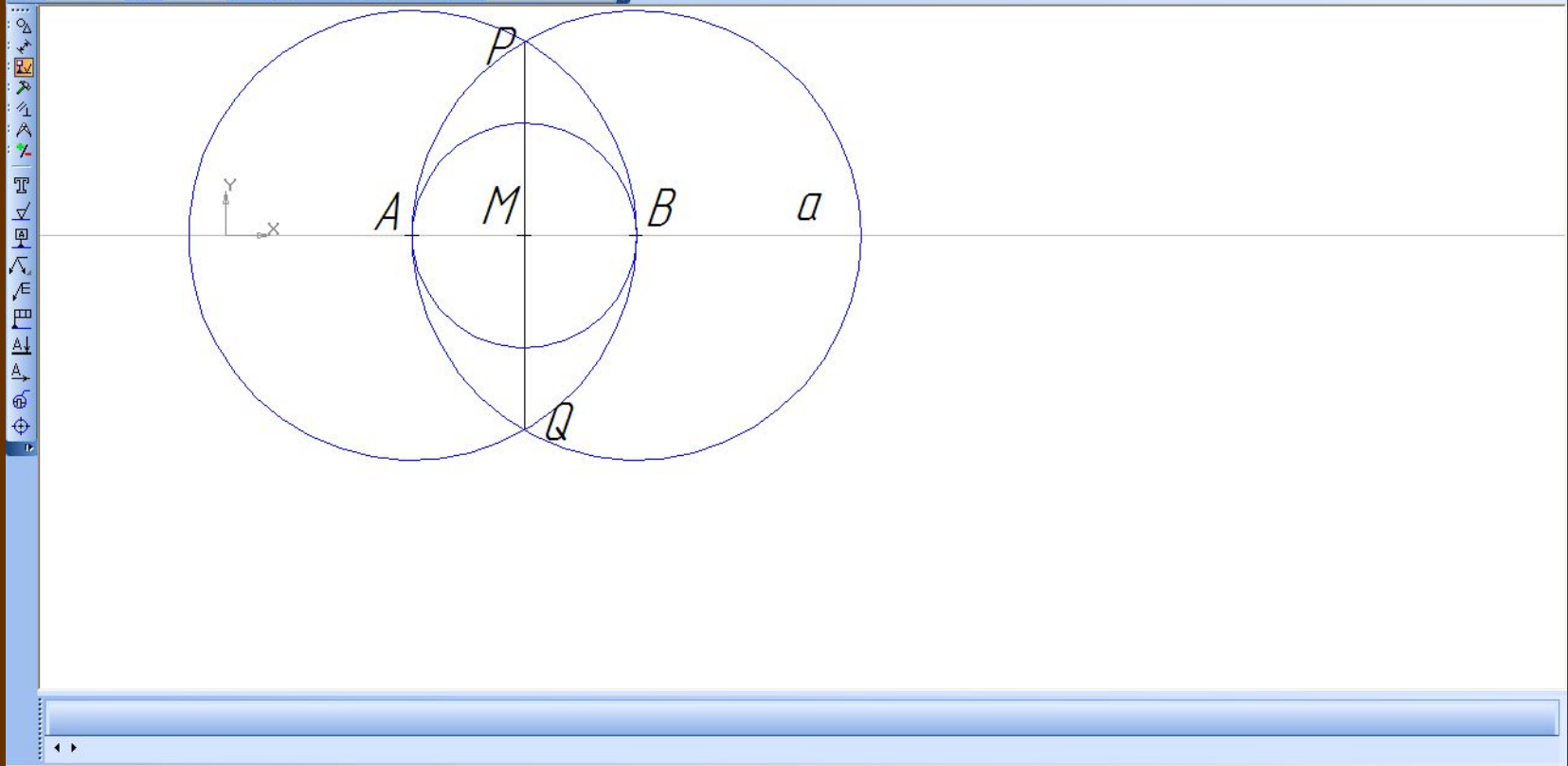
Аналогично построить окружность с центром в точке В и с радиусом АВ.


Соединить точки пересечения окружностей отрезком. Задать начальную и конечную точки отрезка с использованием *Геометрического калькулятора*, выбрав пункт меню *Пересечение*.

Ввести на чертеже обозначения. Выбрать на *Панели управления* кнопку *Размеры и технологические обозначения*, и на появившейся панели щелкнуть по кнопке *Ввод текста*. Ввести обозначения.

Алгоритм построения перпендикуляра к заданной точке прямой выполнен.







# Практические задания по группам

---

1. Построить угол, равный данному.
2. Построить биссектрису угла

## Практическое задание. «Построение угла равного заданному».

Отложить угол равный заданному углу  $A$  от луча  $OM$ .

---

Составим сначала алгоритм выполнения заданного построения:

1. Построить окружность произвольного радиуса с центром в вершине заданного угла  $A$ , которая пересечет стороны угла в точках  $B$  и  $C$ .
2. Построить окружность того же радиуса с центром в начале заданного луча  $OM$ , которая пересечет луч в точке  $D$ .
3. Построить окружность с центром в точке  $D$  и радиусом  $BC$ .
4. Обозначить точку пересечения окружностей с центрами  $O$  и  $D$ , не лежащую на луче  $OM$ , буквой  $E$ .
5. Полученный угол  $MOE$  равен заданному  $A$ .



Построить произвольный угол  $A$  (ввести отрезки с использованием автоматического ввода параметров).

---

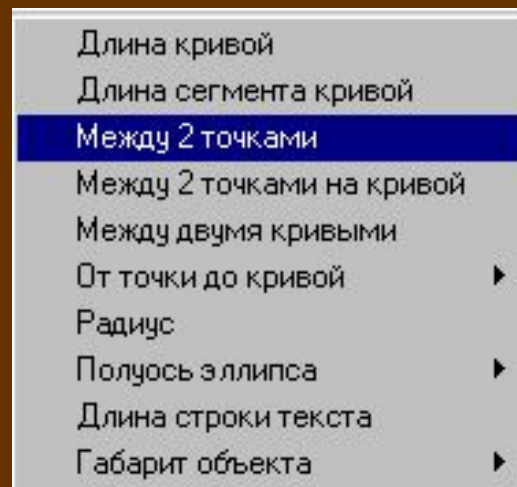
Построить произвольный луч  $OM$  (ввести отрезок с использованием автоматического ввода параметров).

Построить окружность с центром в точке  $A$  (с использованием ручного ввода) и произвольного радиуса (с использованием автоматического ввода).

Обозначить точки пересечения окружности со сторонами угла буквами  $B$  и  $C$ .

Построить окружность с центром в точке  $O$  (с использованием ручного ввода) и заданного радиуса  $AB$  (с использованием геометрического калькулятора).

Для этого щелкнуть по полю радиус правой кнопкой мыши и в контекстном меню выбрать пункт *Между 2 точками*.



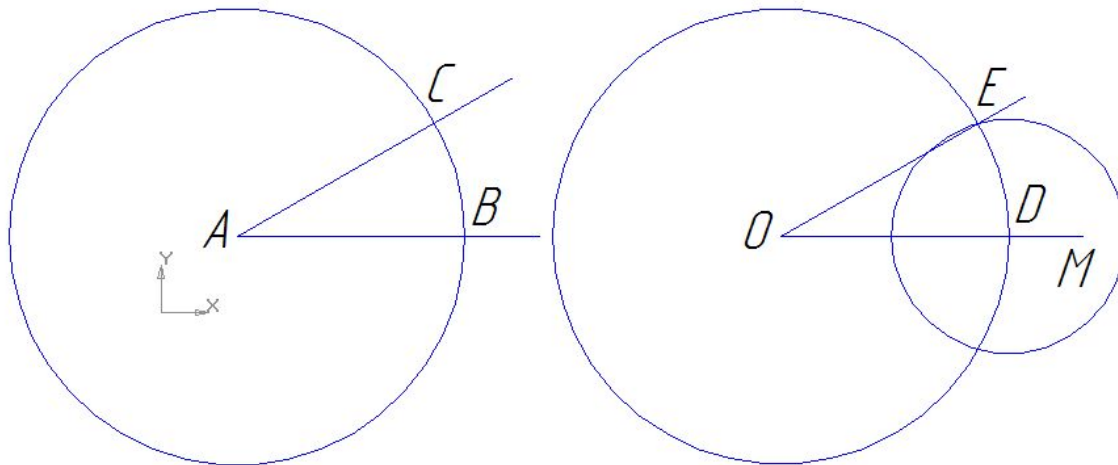
Отметить на чертеже точки  $A$  и  $B$ ,  
окружность заданного радиуса будет  
построена.

Обозначить точку пересечения окружности  
с лучом  $OM$  буквой  $D$ .

Построить окружность с центром в точке  $D$   
заданного радиуса  $BC$ .

Обозначить точку пересечения  
окружностей буквой  $E$ .

Соединить отрезком точки  $O$  и  $E$ , угол  
 $EOM$  равный углу  $A$  построен.



**Практическое задание. «Построение биссектрисы угла».** Дан неразвернутый угол  $A$ . Построить его биссектрису.

---

**Начертим геометрические объекты, заданные в условии задачи: два отрезка, исходящих из одной точки под произвольным неразвернутым углом.**

- 1. Построить два отрезка, исходящие из одной точки (начертить отрезки с использованием автоматического ввода параметров).**
- 2. Ввести обозначение угла на чертеже буквой  $A$  с помощью панели *Размеры и технологические обозначения*.**



Построим окружность произвольного радиуса с центром в вершине заданного угла  $A$ .

---

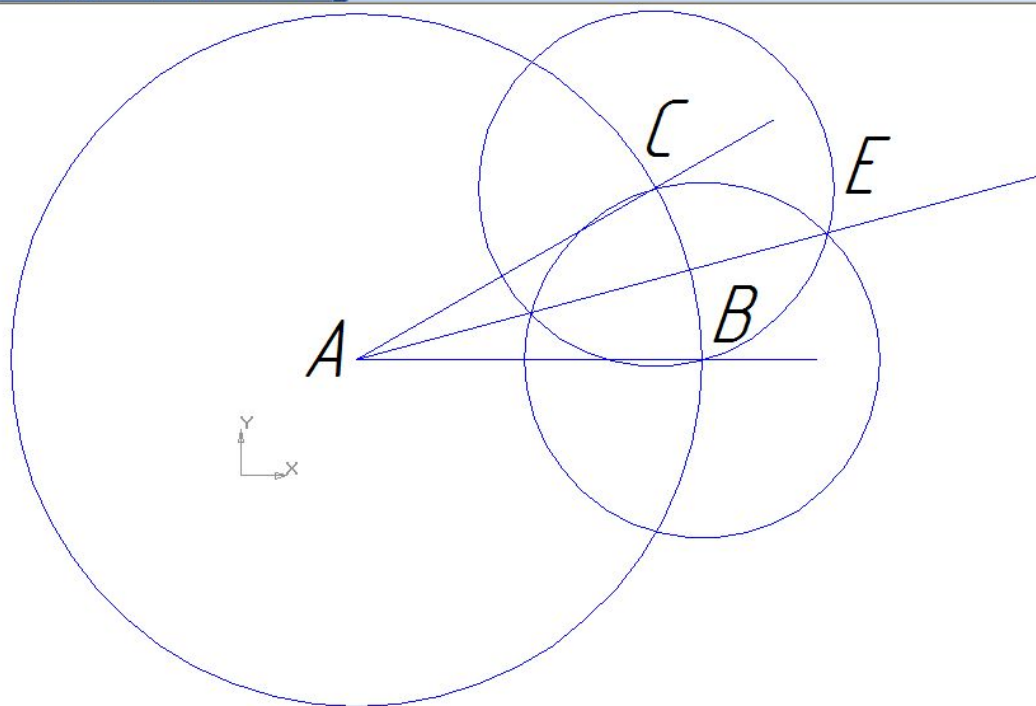
3. Щелкнуть на кнопке *Ввод окружности* и построить окружность произвольного радиуса с центром в точке  $A$  (в режиме автоматического ввода).
4. Активизировать панель *Размеры и технологические обозначения*, щелкнуть на кнопке *Ввод текста* и ввести обозначения точек пересечения окружности со сторонами угла буквами  $B$  и  $C$ .

КОМПАС-3D LT V7 - [C:\Documents and Settings\1\Рабочий стол\интегриров\bisectrix.frw]

Файл Редактор Выделить Вид Вставка Инструменты Сервис Окно Справка

2.401388

5.0 0 71.822 26.910



Щелкните левой кнопкой мыши на объекте для его выделения (вместе с Ctrl или Shift - добавить к выделенным)

Построим две окружности радиуса  $BC$  с центрами» в точках  $B$  и  $C$ .

---

5. Выбрать инструмент *Ввод окружности* и построить две окружности заданного радиуса с центрами в точках  $B$  и  $C$  (с использованием Геометрического калькулятора).

Для этого щелкнуть на поле *радиус* правой кнопкой мыши и в контекстном меню выбрать пункт *Между 2 точками*. Точку пересечения окружностей обозначить  $E$ .

Через вершину угла  $A$  и точку пересечения окружностей  $E$  проведем прямую.

---

6. Щелкнуть на кнопке *Ввод отрезка* и начертить отрезок через точки  $A$  и  $E$  (в режиме автоматического ввода). Луч  $AE$  будет являться биссектрисой заданного угла.

# Домашнее задание

---

1 уровень.

Группам поменяться заданиями.

1. Построить биссектрису угла
2. Построить угол, равный данному.

2 уровень.

Построить середину данного отрезка.

3 уровень.

Построение треугольника по двум сторонам и углу между ними.

Построение треугольника по трем сторонам.

Выполнить построение на компьютере с использованием САПР и в тетрадях по математике с помощью циркуля и линейки.

Записать доказательство-обоснование построения.

# Рефлексия

---

Нарисовать рожицу, которая соответствует  
вашему состоянию.

