Геометрические задачи в ЕГЭ

Презентация учителя МБОУ «Знаменская средняя общеобразовательная школа» Орловского района Орловской области

Гильц С.И.

№ 247-832-315

Цель урока: обобщить, систематизировать и закрепить знания обучающихся по теме.

ЕГЭ

- Сегодня многие выпускники, 11- классники реально боятся сдавать ЕГЭ по математике. А если человек боится, то, как известно, чтобы запугать его еще сильнее, никаких особых усилий прилагать не нужно. Поэтому надо научиться решать минимум заданий. Программа минимум в этом случае – научиться решать задачи уровней В1, В2, В4, В5, В7 как самые что ни на есть простые. Геометрические задачи:простые-В3,В6, сложнее-В9,В11,сложные - С2, повышенной сложности - С4.

Проверяемые требования (умения)

Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами, а именно:

1. Решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей)
2. Решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов); использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы
3. Определять координаты точки; проводить операции над векторами, вычислять длину и координаты вектора, угол между векторами

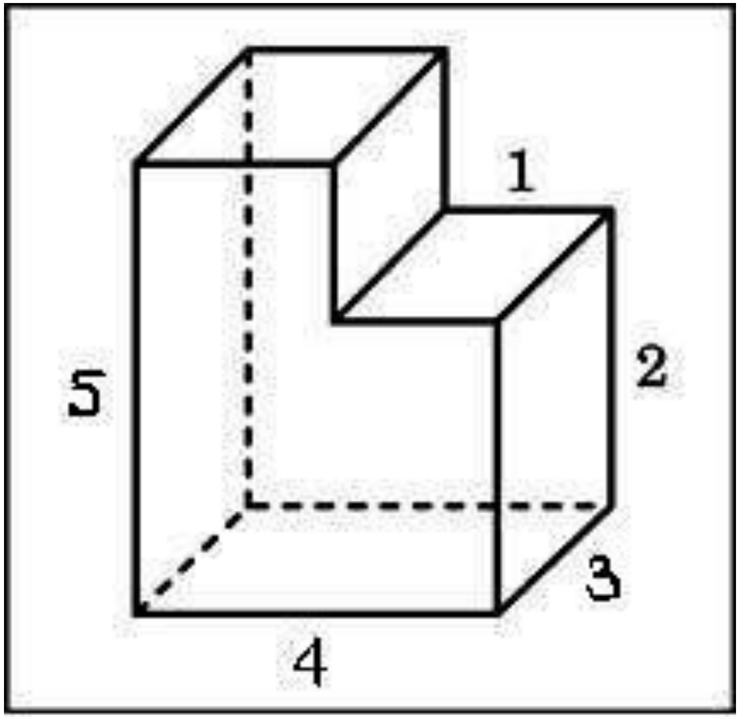
Решение В11

Варианты задач:

- Задача1
- Задача 2

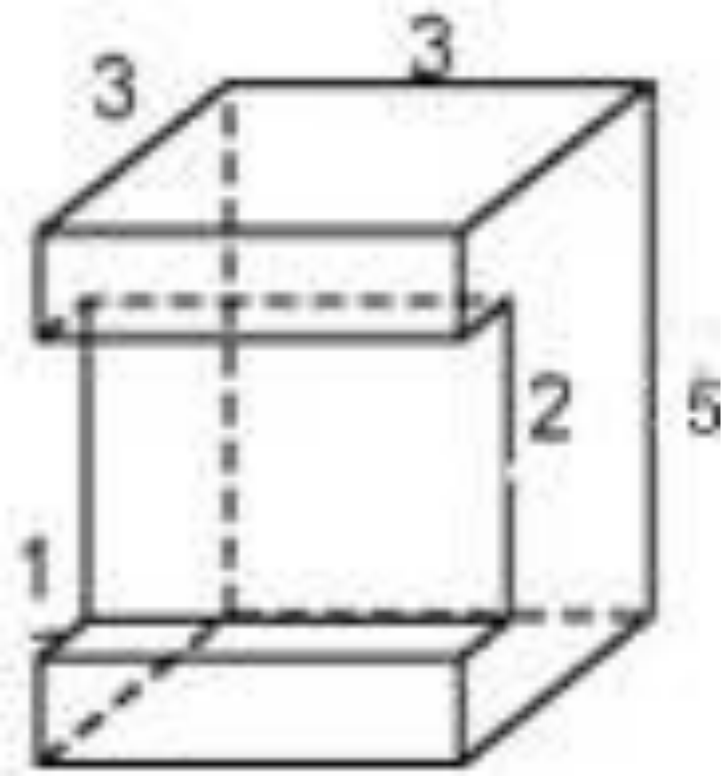
Задание №1

Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



Задание №2

Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке(все двугранные углы прямые).



Решение:

Найдем объем большего прямоугольного параллелепипеда(V1), в котором длина(a) равна 4, ширина(b) равна 3,а высота(c) равна 5. Затем находим объем малого прямоугольного параллелепипеда(V2), в котором длина(a) равна 3, ширина(b) равна 1,а высота(c) равна 3(по построению 5 – 2 = 3).

V = V1 – V2

По формуле объема для прямоугольного параллелепипеда:

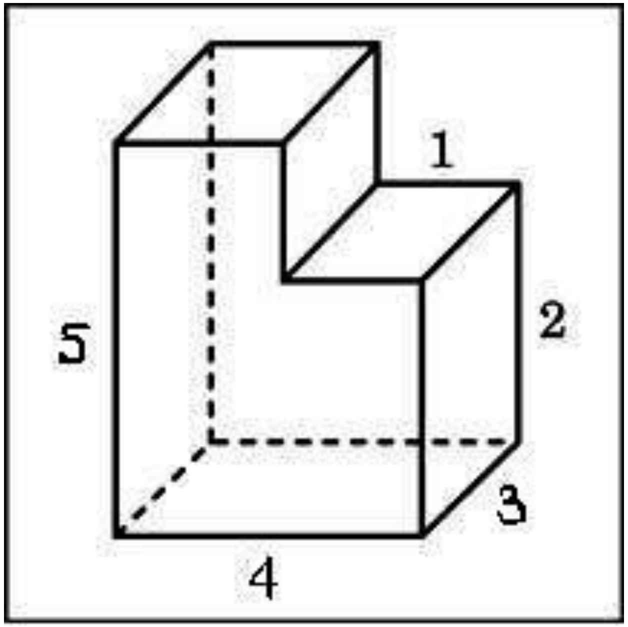
V = abc

$V1 = 4 \cdot 3 \cdot 5 = 60$ (м^3)

$V2 = 3 \cdot 1 \cdot 3 = 9$ (м^3)

$V = 60 – 9 = 51$ (м^3)

Ответ: 51



Решение:

Площадь поверхности данного многогранника равна сумме площадей параллелепипедов со сторонами 3,3,2,5,1:

$$S = S1 + S2 + S3 + S4 + S5 + S6$$

$$S1 = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 18$$

$$S2 = 3 \cdot 5 = 15$$

$$S3 = 2(5 \cdot 3 - 2 \cdot 1) = 26$$

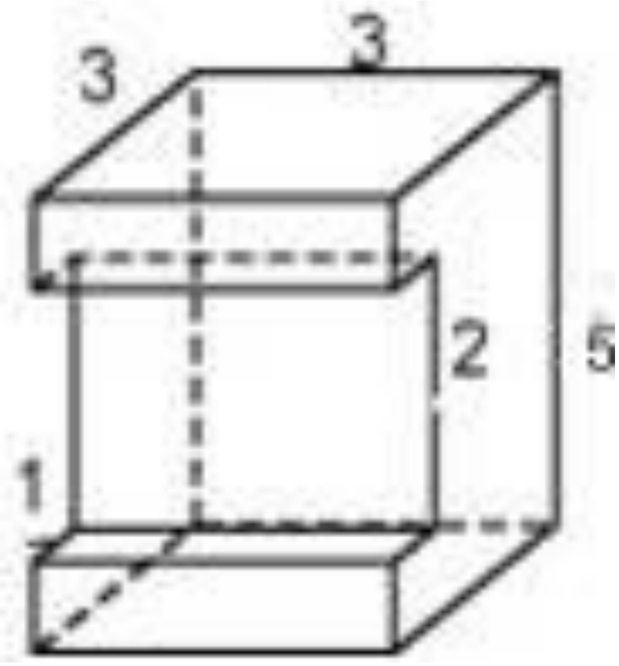
$$S4 = 2 \cdot 1{,}5 \cdot 3 = 9$$

$$S5 = 2 \cdot 1 \cdot 3 = 6$$

$$S6 = 2 \cdot 3 = 6$$

$$S = 18 + 15 + 26 + 9 + 6 + 6 = 80$$

Ответ: 80.



Устные упражнения

Что собой представляют задания части В3?

- Задание **В3** является геометрической задачей.
- Задача настолько может быть легкой, что с ней может справиться и второклассник, впервые познакомившийся с понятием “площадь”.

Для успешного решения задач типа В3 необходимо:

- Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами векторов.
- Решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей).
- Моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин.

Для успешного решения задач типа В3 необходимо:

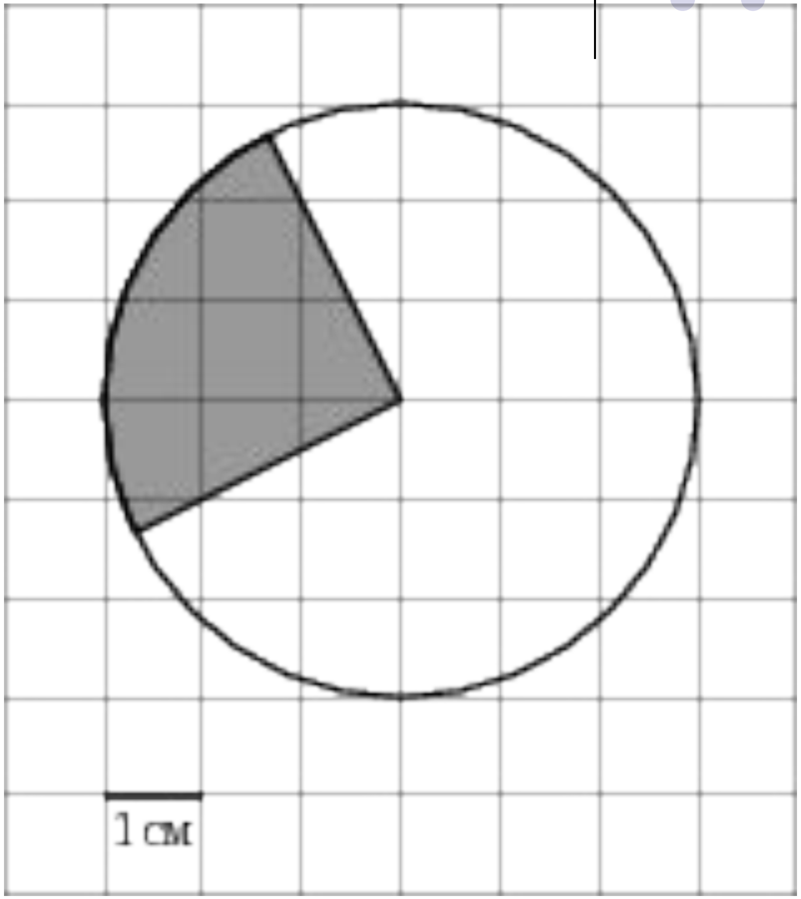
- **Повторить материал по темам:**
  - Планиметрия.
  - Треугольник.
  - Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат.
  - Трапеция.
  - Окружность и круг.
  - Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора.

Возможные задания:

- Задание №1
- Задание №2
- Задание №3
- Задание №4
- Задание №5
- Задание №6

Задание:

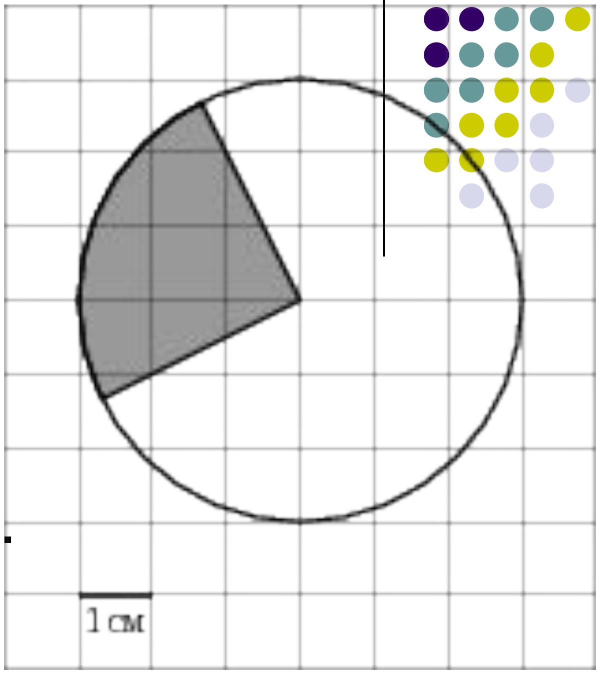
Найдите площадь части круга S, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см х 1 см. В ответ запишите S/ π .



Решение:

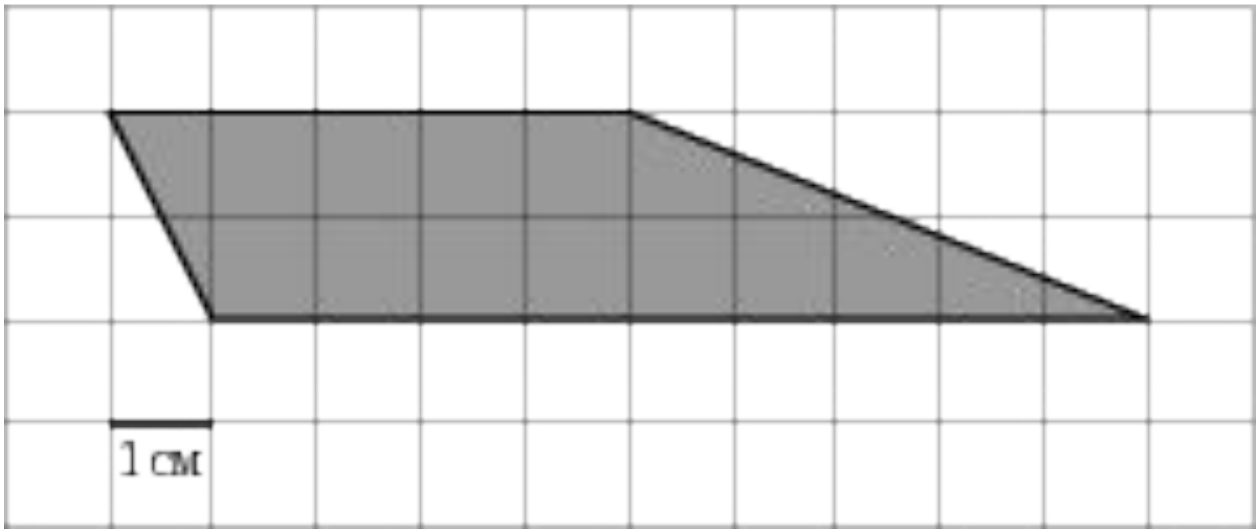
- Площадь круга находиться по формуле: $S = \pi R^2$, где R - радиус.
- В нашем случае R = 3 см.
- Однако на рисунке заштрихован не весь круг, а лишь его четвертинка (т.к. угол между двумя радиусами, которые ограничивают заштрихованную часть составляет 90º)
- Тогда площадь заштрихованной части $S = 0{,}25\pi \cdot 3^2 = 2{,}25\ \pi$ (см²)

Ответ: 2,25

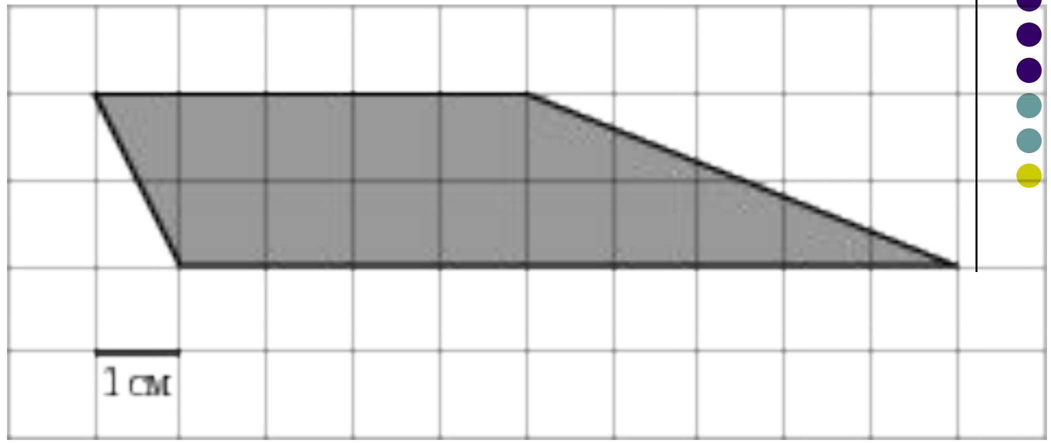


Задание:

Найдите площадь трапеции, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см х 1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Решение:

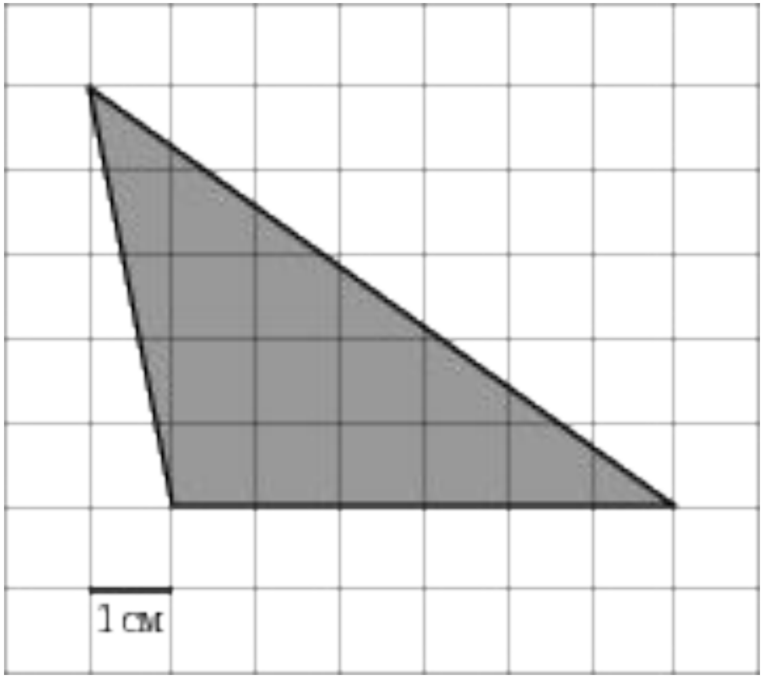


- Площадь трапеции находиться по формуле: $S = 0{,}5\cdot(a+b)\cdot h$,
- где a, b - основания трапеции; h - ее высота.
- В нашем случае $a = 9$ см; $b = 5$ см; $h = 2$ см.
- Тогда $S = 0{,}5\cdot(9+5)\cdot 2 = 14$ (см²)

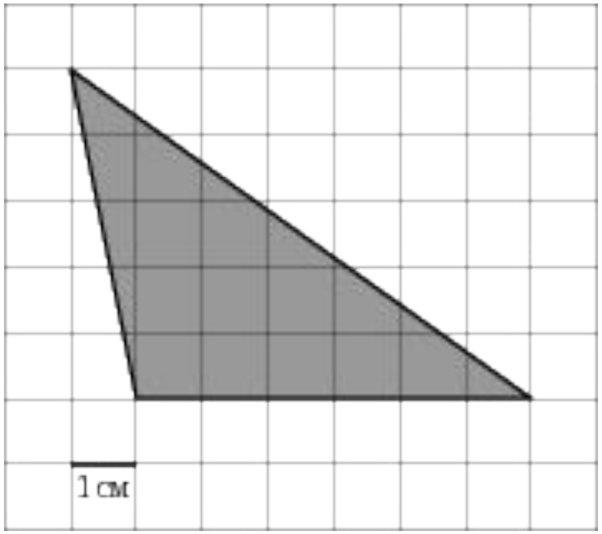
Ответ: 14 см²

Задание:

Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см х 1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Решение:



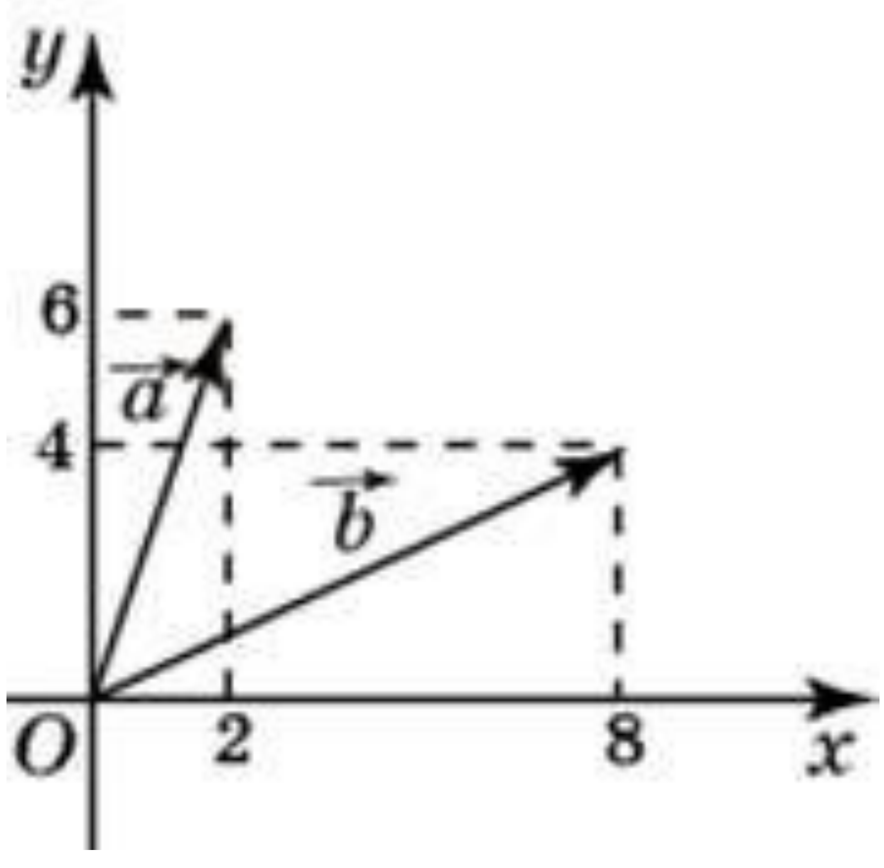
- Площадь треугольника находиться по формуле: $S = 0{,}5 \cdot a \cdot h$,
- где а - основание треугольника; h - его высота.
- В нашем случае $a = 6$ см; $h = 5$ см.
- Тогда $S = 0{,}5 \cdot 6 \cdot 5 = 15$ (см²)

Ответ: 15 см²

Задание:

Найдите сумму координат вектора

$$\vec{\mathbf{a}}+\vec{\mathbf{b}}$$



Решение:

Найдем координаты векторов

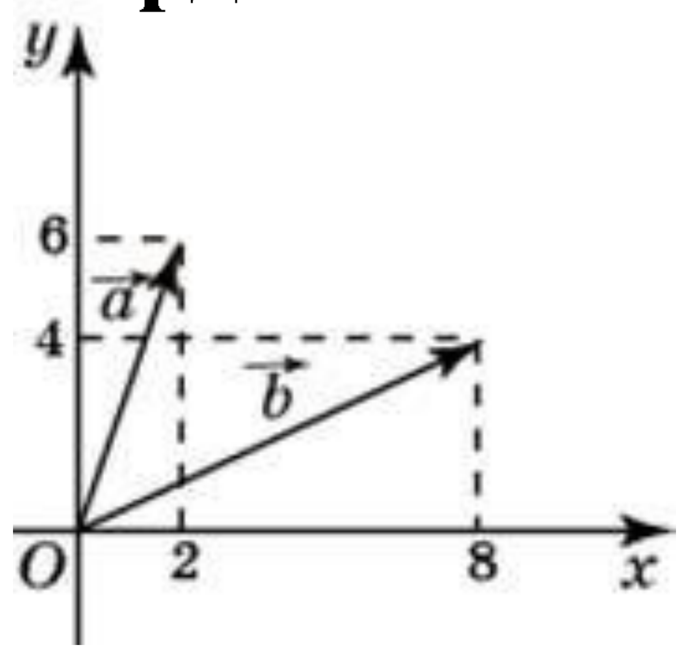
$\vec{a}(2;6)$ и $\vec{b}(8;4)$

Найдем сумму их координат

получим :

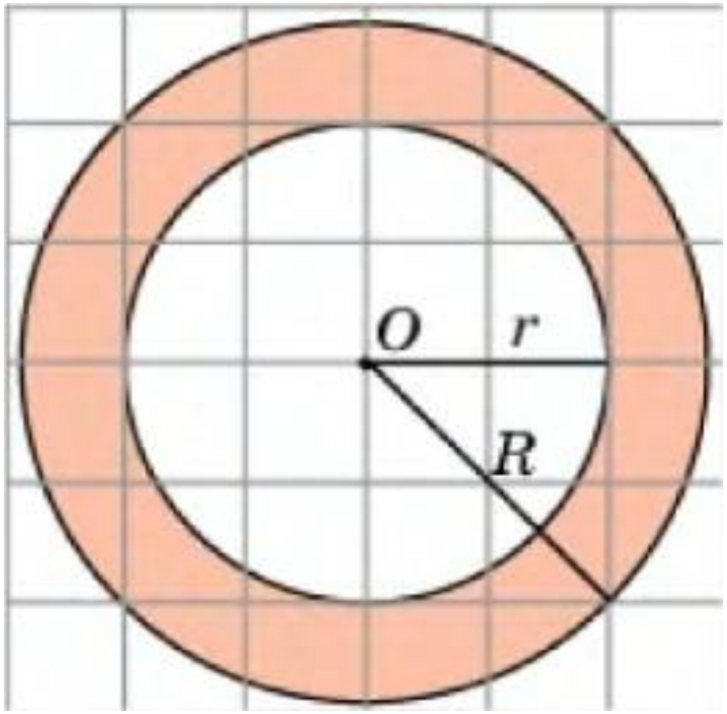
$2+8+6+4=20$

Ответ : 20



Задание:

Найдите площадь S кольца, считая стороны квадратных клеток равными 1. В ответе укажите S/π.



Решение:

- Площадь круга находиться по формуле:
- S= πR², где R - радиус.
- Вычтем из площади большего круга, площадь меньшего
- S=S1-S2

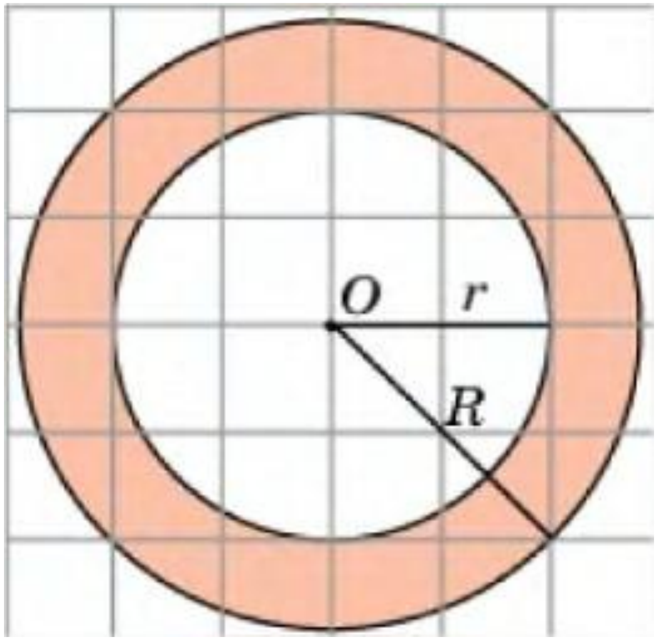
$$S_1 = (2\sqrt{2})^2 * \pi = 8\pi$$

$$S_2 = 2^2 * \pi = 4\pi$$

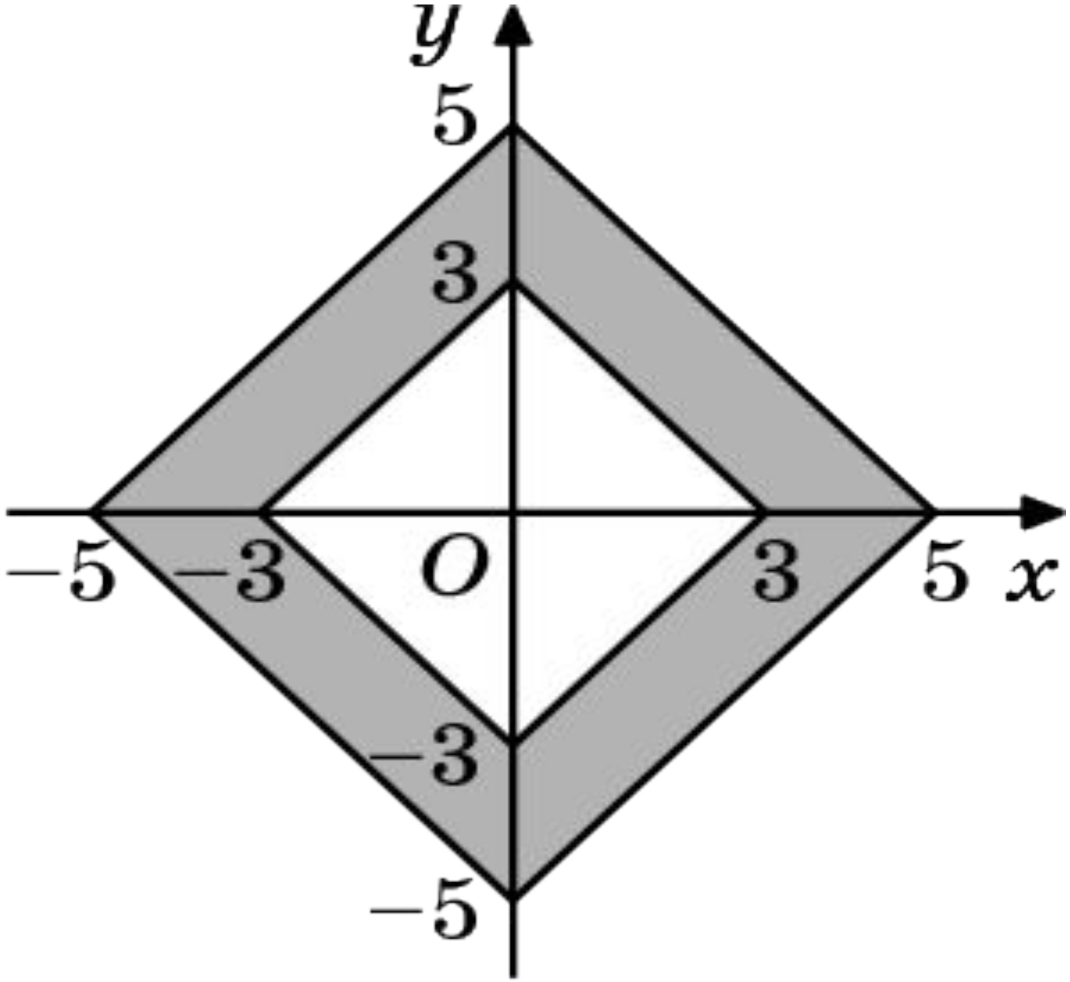
$$S_{\text{иск.}} = 8\pi - 4\pi = 4\pi$$

- S/π=4

Ответ: 4 см²



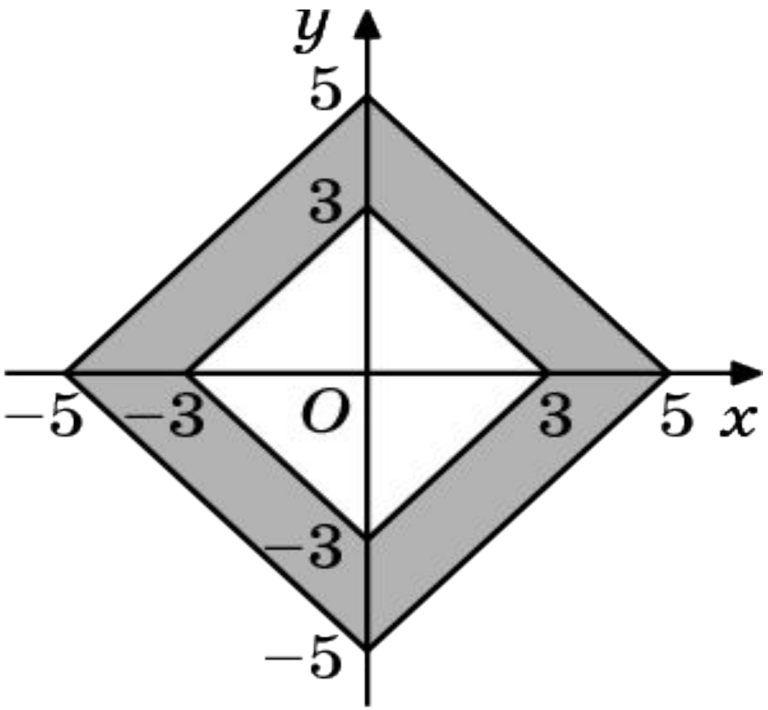
Задание:



Решение:

- $S_{ромба} = (d_1 \cdot d_2)/2$, где d_1, d_2 - диаметры
- Вычтем из площади большего ромба, площадь меньшего. Площадь ромба находим по формуле.
- Sф = S2 - S1
- S1 = (6·6)/2 = 18
- S2 = (10·10)/2 = 50
- SФ = 50 - 18 = 32

Ответ: 32 см²



Работа по группам

- 1,2,3 группы решают задачи В61,2,3 группы решают задачи В6, В91,2,3 группы решают задачи В6, В9, В11
- 4,5 группы решают задачи С2

Теория

$$tg\alpha = \frac{a}{b}$$

$$\sin\alpha = \frac{a}{c}$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Задание В6. Основы геометрии. Чаще всего встречаются задания на решение треугольников, но знать надо все фигуры планиметрии. Необходимые знания: виды треугольников; понятия биссектрисы, медианы, высоты; тригонометрические функции и их значения; основное тригонометрическое тождество; формулы приведения; теорема Пифагора. *И помните при правильном решении ответ получается точно без корня.*

$$\cos\alpha = \frac{b}{c}$$

Типичные ошибки при решении задания В6 в ЕГЭ

- **выпускник чаще всего может перепутать катет с гипотенузой;**
- **выпускник чаще всего не знает или неверно записывает отношение сторон при использовании тригонометрических функций;**

Задания для решения

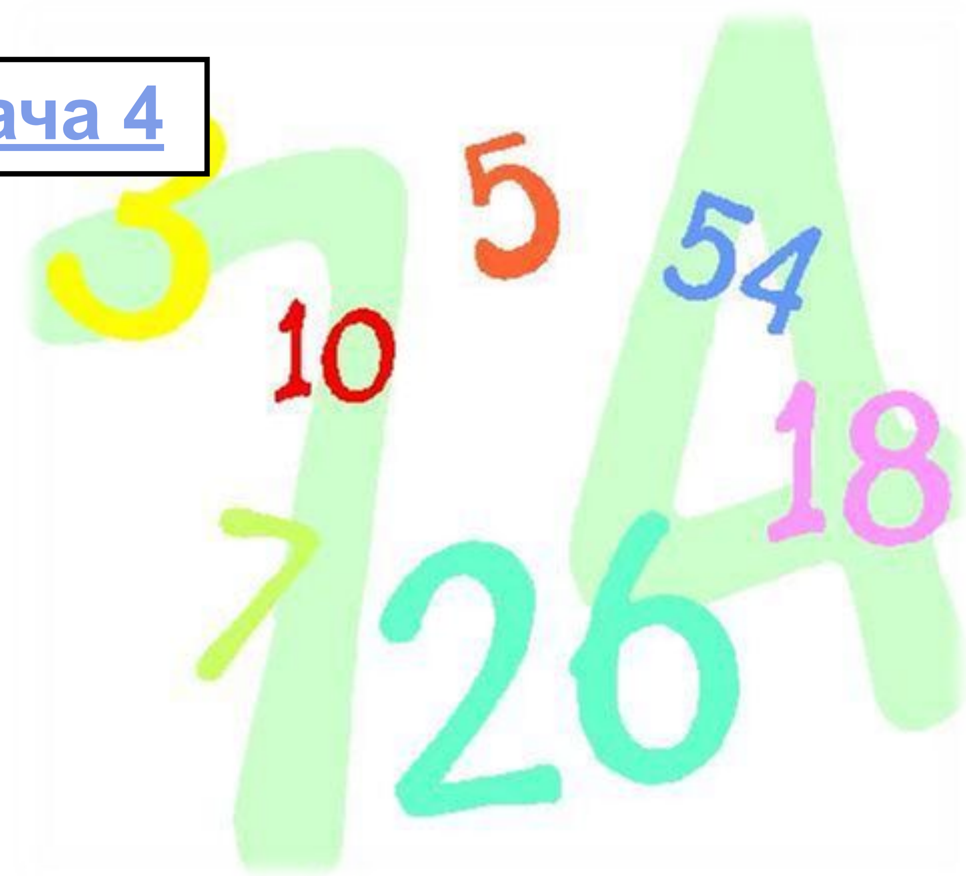
Задача 1

Задача 2

Задача 3

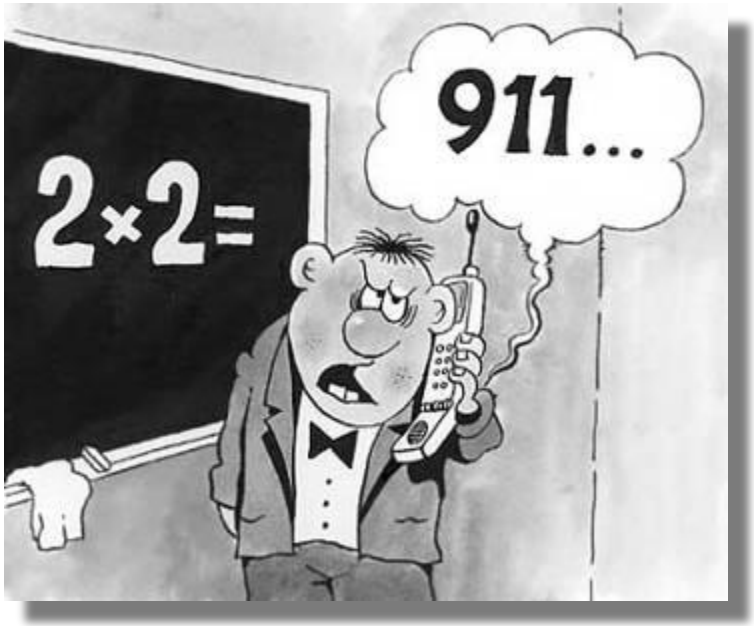
Задача 4

Задача 5



Задача 1

В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC боковая сторона AB равна 15,а высота, проведенная к основанию, равна 9. Найдите косинус угла A.



Решение:

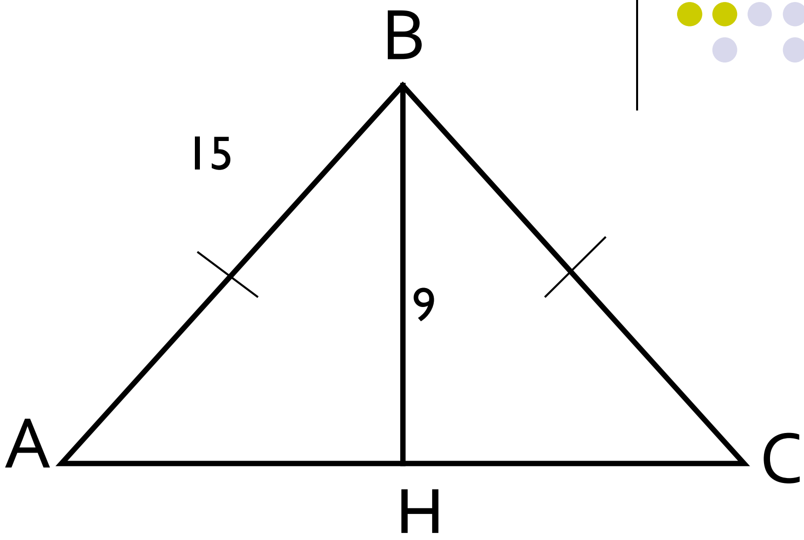
Т.к $\cos\alpha = \frac{AH}{AB}$

(прилежащий катета/ гипотенузу)

Найдем АН.

По т.Пифагора из Δ АВН:

$$AH = \sqrt{AB^2 - AH^2}$$



следовательно,

$$AH = \sqrt{225 - 81} = \sqrt{144} = 12$$

$$\cos\angle A = \frac{12}{15} = 0,8$$

Ответ: 0,8

Задача 2:

В Δ ABC $\angle$C равен 90°,

$\sin \angle A = \frac{11}{14},\ AC = 10\sqrt{3}$.

Найти AB.

Решение:

Нам известен прилежащий катет, следовательно, зная синус угла А можно найти его косинус.
По основному тригонометрическому тождеству:

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

$$\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha}$$

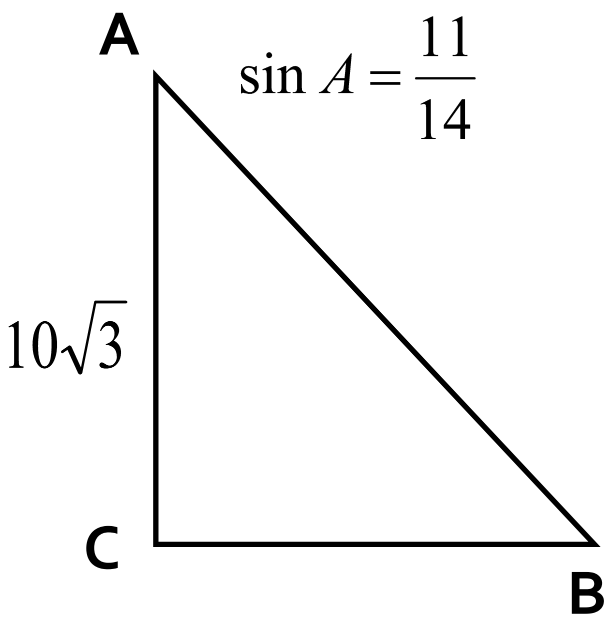
$$\cos\alpha = \sqrt{\frac{196}{196}-\frac{121}{196}} = \sqrt{\frac{75}{196}} = \frac{5\sqrt{3}}{14}$$

По определению косинуса :

$$\cos A = \frac{AC}{AB} \ ; \quad AB = \frac{AC}{\cos A}$$

$$AB = \frac{10\sqrt{3}}{\frac{5\sqrt{3}}{14}} = 10\sqrt{3}\cdot\frac{14}{5\sqrt{3}} = 28$$

Ответ: 28



Задача 3:

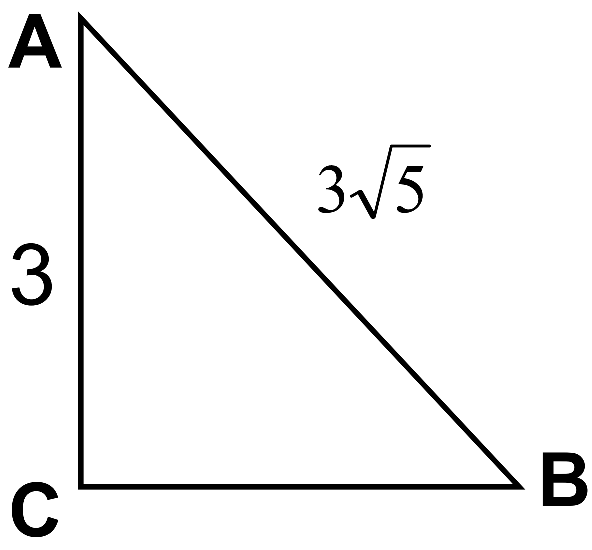
В треугольнике ABC угол C равен 90°, $AB = 3\sqrt{5}$, AC = 3. Найдите tg ∠A.

Решение:

$$tgA = \frac{CB}{AC}$$

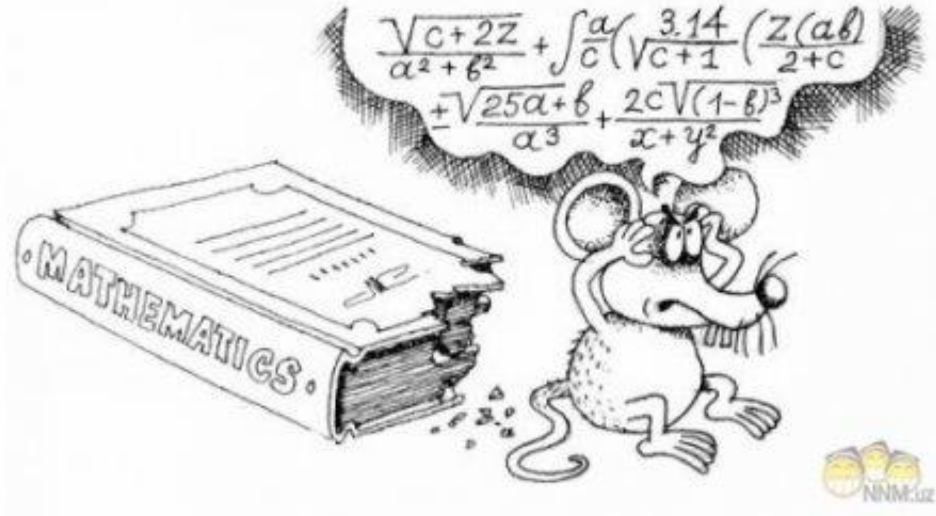
$$CB = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{9 \cdot 5 - 9} = \sqrt{36} = 6$$

$$tgA = \frac{6}{3} = 2$$



Ответ: 2

Задача 4:



В треугольнике АВС угол С равен 90°, СН-высота,ВС=10, СН =$3\sqrt{11}$.

Найти sin$\angle$A.

Решение:

Т.к. $\sin\angle A = \dfrac{CB}{AB}$

Из ΔHBC по т.Пифагора найдем HB:

$$HB = \sqrt{100-99} = 1$$

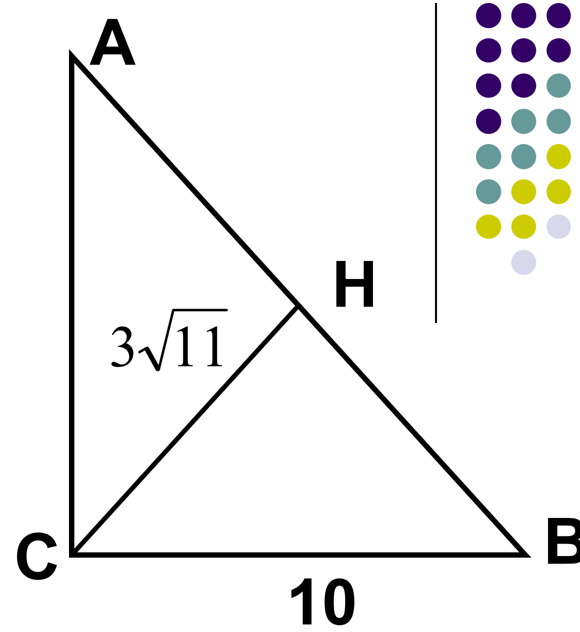
По свойству высоты CH:

$$CH^2 = HB \cdot HA$$

$$AH = \frac{CH^2}{HB} = 99$$

AB=100, следовательно $\sin\angle A = \dfrac{10}{100} = 0{,}1$

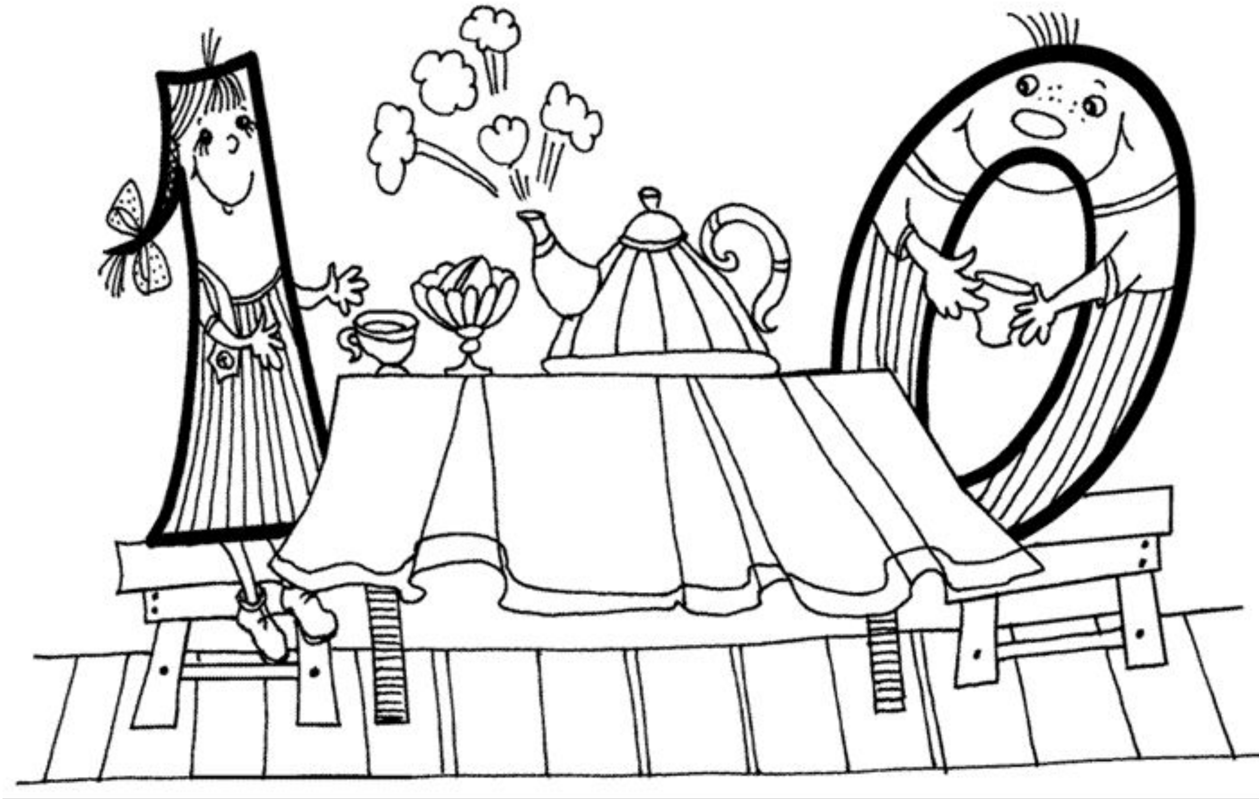
Ответ: 0,1



Задача 5:

В треугольнике АВС угол С равен 90°, $AB = 7\sqrt{2}$, ВС = 7.

Найдите тангенс внешнего угла при вершине А.



Решение:

По т.Пифагора найдем AC:

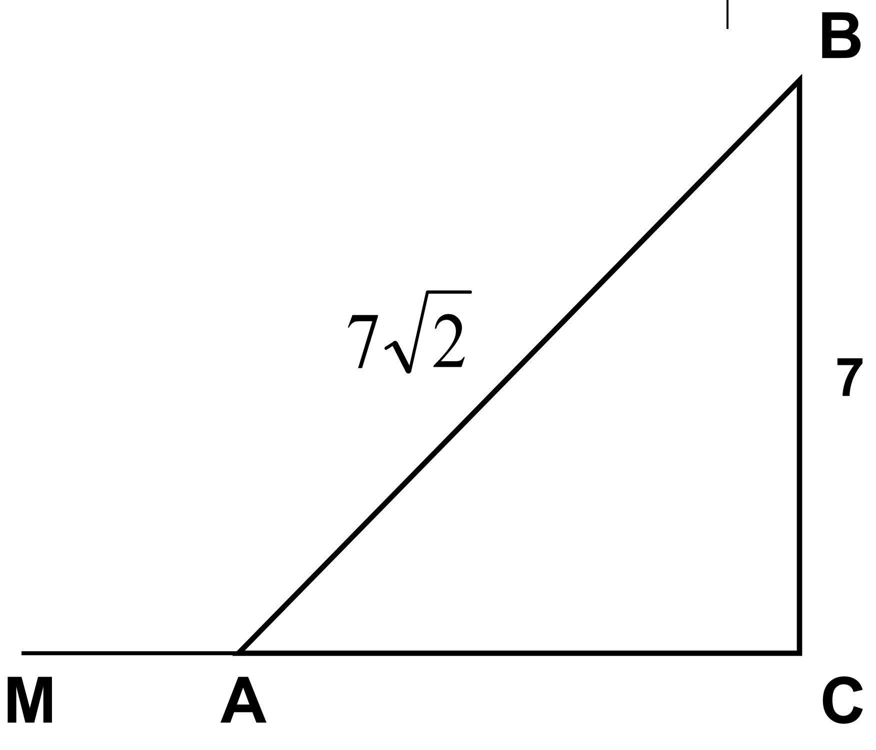
$$AC = \sqrt{49 \cdot 2 - 49} = \sqrt{49} = 7$$

Найдем $tgA = \dfrac{BC}{AC} = 1$

Зная, что tg ∠A= - tg ∠BAM

tg ∠BAM= -1

Ответ: -1



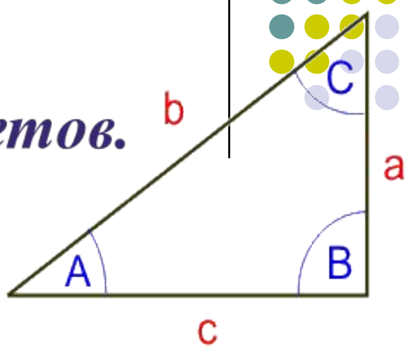
Решение задач типа В9

Основной справочный материал

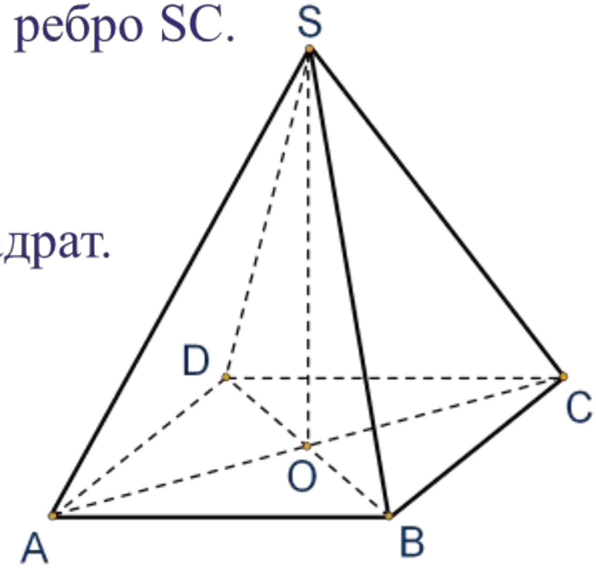
Теорема Пифагора:

квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

$b^2 = a^2 + c^2$



В правильной четырехугольной пирамиде SABCD точка O – центр основания, S – вершина. SO=20, BD=30. Найти боковое ребро SC.



Решение:

Так как SABCD – правильная пирамида, то ABCD – квадрат.

По свойству диагоналей квадрата OB=OD=AO=OC.

Следовательно, $CO = \frac{1}{2}BD = 15$.

Из треугольника SOC (угол SOC=90°) найдем SC:

По теореме Пифагора:

$SC^2 = SO^2 + CO^2 = \sqrt{20^2 + 15^2} = \sqrt{400 + 225} = \sqrt{625} = 25$

Ответ: 25.

Задача №1.

В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известно, что $D_1B=\sqrt{26}$, $BB_1=3$, $A_1D_1=4$. Найти длину ребра A_1B_1.

Посмотреть решение.

Задача №2.

В правильной треугольной пирамиде SABC медианы основания пересекаются в точке R. Площадь треугольника ABC равна 30, объем пирамиды равен 210. Найдите длину отрезка RS.

Посмотреть решение***Посмотреть решение***.

Задача №3.

Найдите квадрат расстояния между вершинами B и D_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, для которого $AB=4$, $AD=6$,$AA_1=5$.

Посмотреть решение***Посмотреть решение***.

Задача № 4.

Осевое сечение конуса- равносторонний треугольник, площадь которого равна $12\sqrt{3}$. Найти высоту конуса.

*Посмотреть решение**Посмотреть решение**.*

Задача № 5.

Дано два цилиндра. Объем первого равен 12 $м^3$. Радиус основания второго в два раза меньше, чем первого, а высота в три раза больше.

Требуется найти объем второго цилиндра.

*Посмотреть решение**Посмотреть решение**.*

Задача № 6.

Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу основания шара. Объем конуса равен 6. Найдите объем шара.

Посмотреть решение.

Теорема Пифагора:

Задача №1

$ABCDA_1B_1C_1D_1$ – прямоугольный параллелепипед

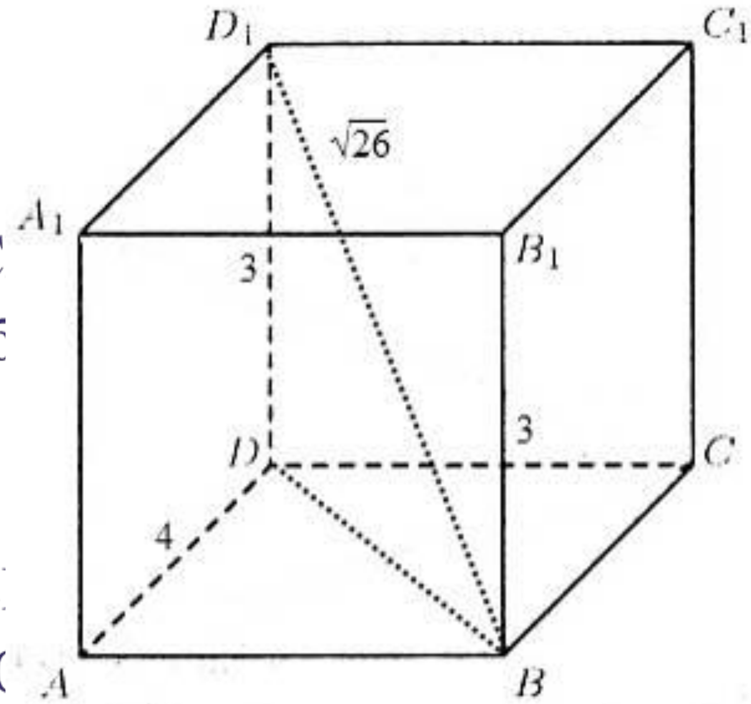
квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

$D_1B = \sqrt{26}$,

$BB_1=3$

$A_1D_1=4$

$$b^2=a^2+c^2$$



В правильной четырехугольной пирамиде SABC

основания, S – вершина. SO=20, BD=30. Найти б

Решение:

Так как SABCD – правильная пирамида, то ABC

По свойству диагоналей квадрата OB=OD=AO=(

Следовательно, CO=$\frac{1}{2}$BD = 15.

Из треугольника SOC (угол SOC=90°) найдем SC:

По теореме Пифагора:

$SC^2=SO^2+CO^2$ =

Ответ: 25.

Задача №2

Дано:

SABC – правильная пирамида

R – точка пересечения медиан основания

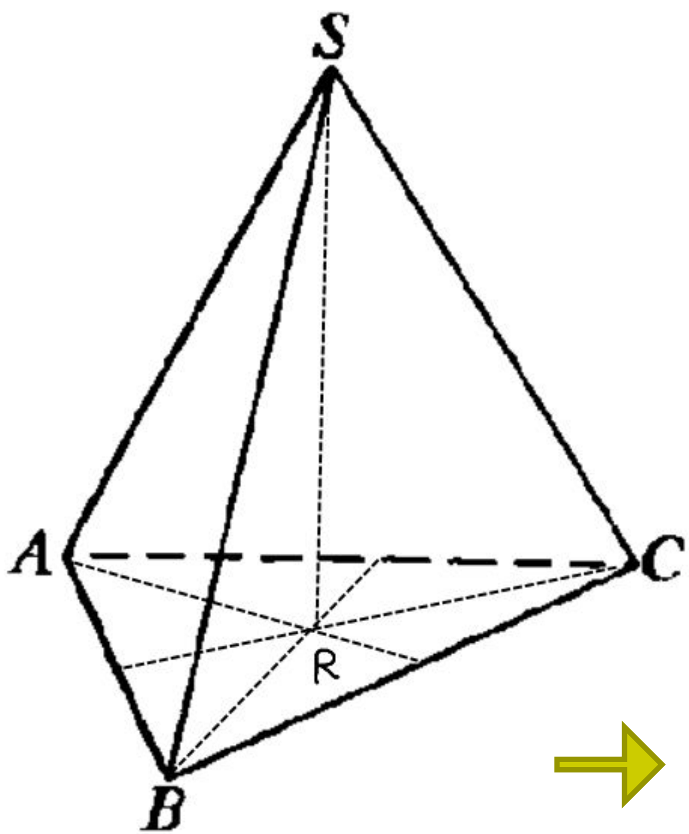
$S_{ABC} = 30$

$V_{SABC} = 210.$

Найти:

длину RS.

Решение:



Объем пирамиды вычисляем по формуле:

$V = \frac{1}{3} S_{осн} H.$

Отсюда $H = \frac{3V}{S_{осн}} = \frac{3*210}{30} = 21.$

RS = H = 21.

Ответ: 21.

Задача №3

Дано:

$ABCDA_1B_1C_1D_1$ – прямоугольный параллелепипед

$AB=4$

$AD=6$

$AA_1=5$

Найти:

отрезок BD_1

Решение:

Рассмотрим треугольник ADB (угол A=90˚).

По теореме Пифагора:

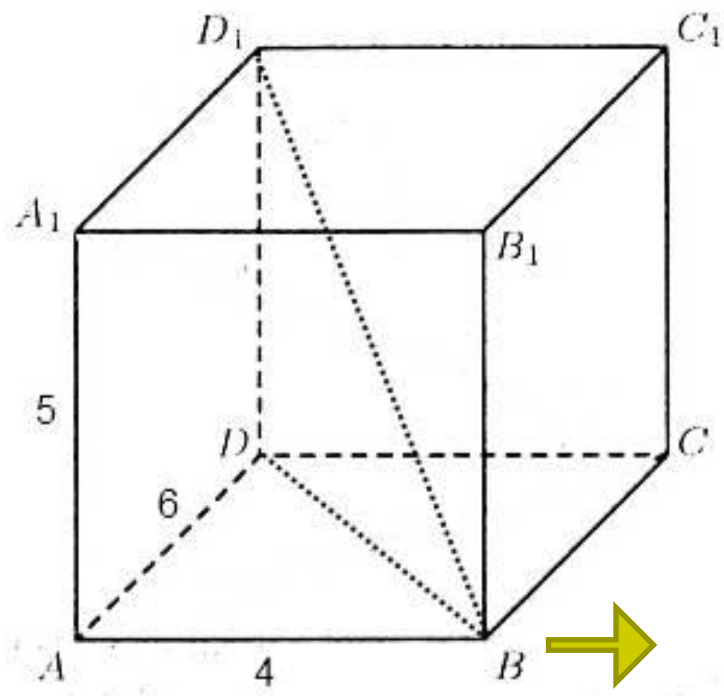
$BD^2=AB^2+AD^2$

$BD^2=4^2+6^2=16+36=52$

Рассмотрим треугольник BDD_1 (угол D=90˚).

По теореме Пифагора:

$BD_1{}^2=52+25=77.$



Ответ: 77

Задача №4

Теорема Пифагора:

квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

$$b^2=a^2+c^2$$

В правильной четырехугольной пирамиде SABCD точка O – центр основания, S – вершина. SO=20, BD=30. Найти боковое ребро SC.

Решение:

Так как SABCD – правильная пирамида, то ABCI

По свойству диагоналей квадрата OB=OD=AO=O

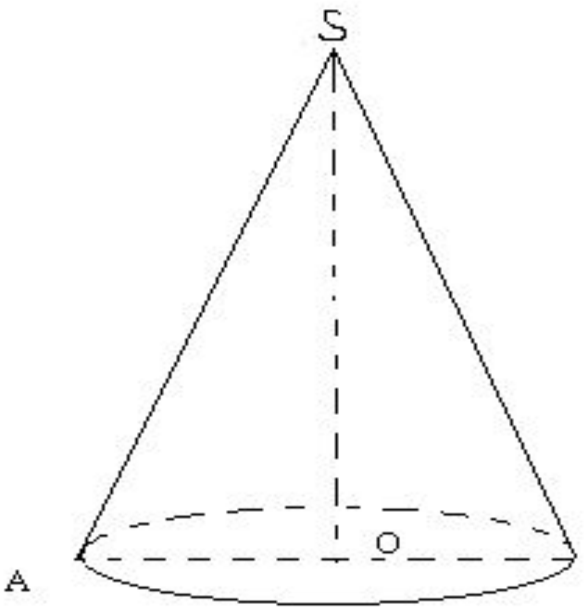
Следовательно, $CO=\frac{1}{2}BD=15$.

Из треугольника SOC (угол SOC=90°) найдем SC

По теореме Пифагора:

$SC^2=SO^2+CO^2=$

Ответ: 25.



Задача №5

Теорема Пифагора:

квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

$$b^2=a^2+c^2$$

В правильной четырехугольной пирамиде SABCD точка O – центр основания, S – вершина. SO=20, BD=30. Найти боковое ребро SC.

Решение:

Так как SABCD – правильная пирамида, то ABCD – квадрат.

По свойству диагоналей квадрата OB=OD=AO=OC.

Следовательно, $CO=\frac{1}{2}BD=15$.

Из треугольника SOC (угол SOC=90°) найдем SC:

По теореме Пифагора:

$SC^2=SO^2+CO^2=$

Ответ: 25.

Задача №6

Дано:

конус, вписанный в шар

$r_к = r_ш$

$V_{конуса} = 6$

Найти:

объем шара.

Решение:

Для конуса:

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = 6$$

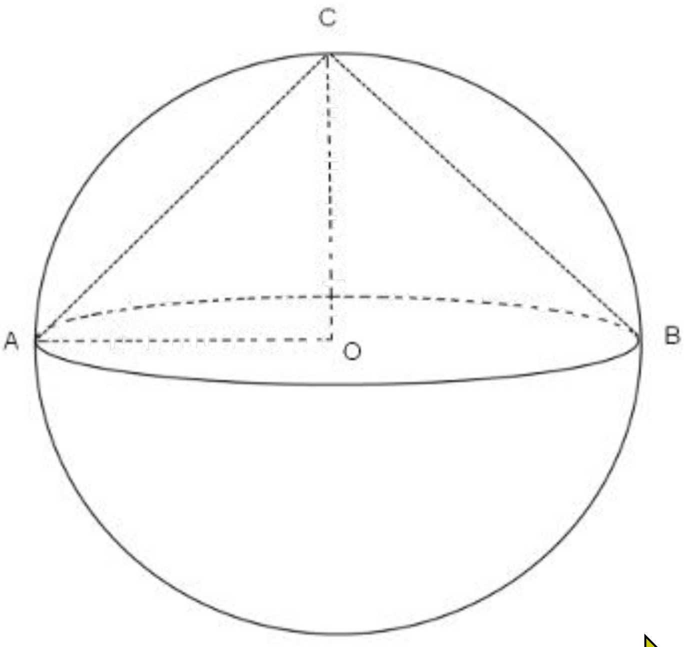
$$h = r; \quad \frac{1}{3}\pi r^3 = 6$$

$$\pi r^3 = 18$$

Для шара:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\cdot 18 = 24$$

Ответ: 24

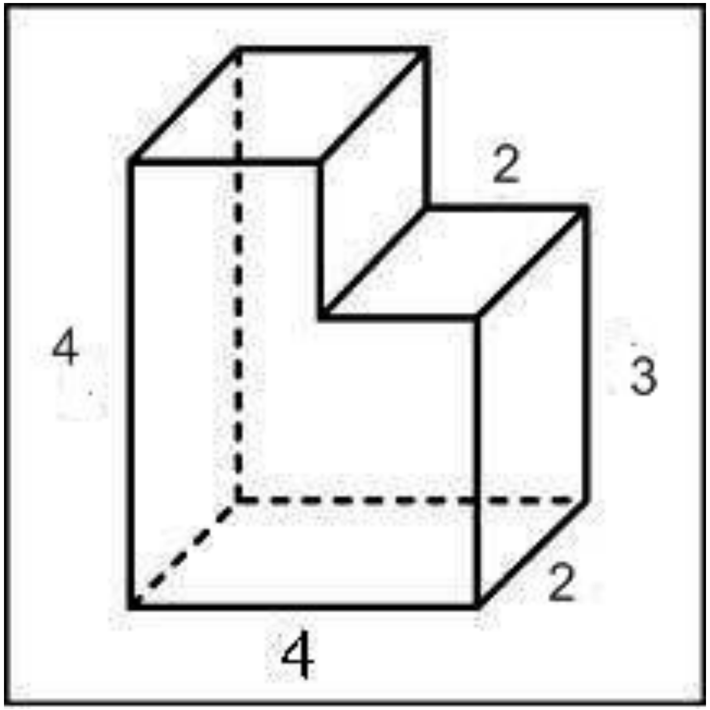


Задания B11

- Задача 1
- Задача 2

Задача 1:

Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



Решение:

V = V1 –V2

По формуле объема для прямоугольного параллелепипеда:

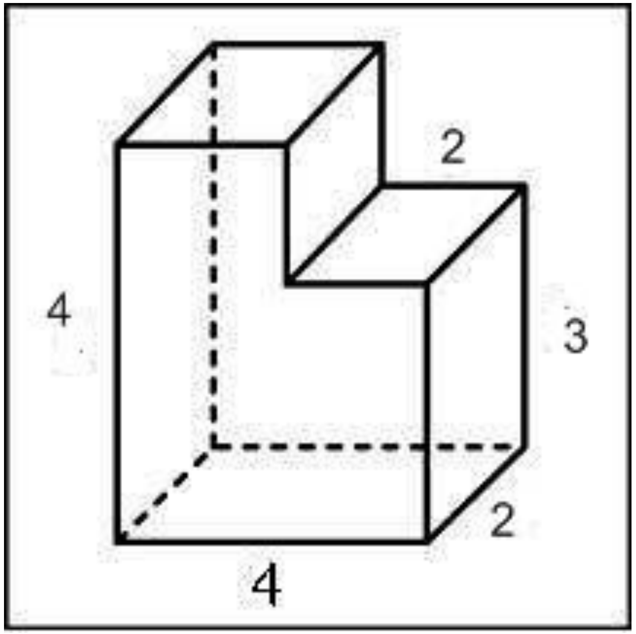
V=abc

V1 = 4·4·2=32 (м3)

V2 =2·2·1=4 (м3)

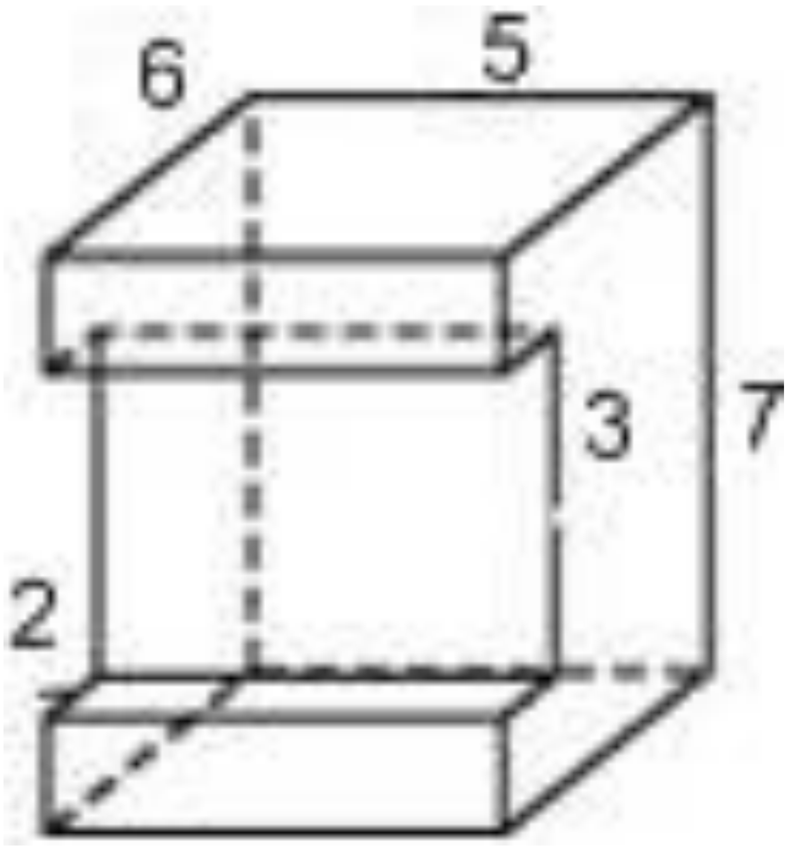
V =32-4=28 (м3)

Ответ:28.



Задача 2:

Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке(все двугранные углы прямые).



Решение:

Площадь поверхности данного многогранника равна сумме площадей параллелепипедов со сторонами 6,5,3,2,7:

S=S1 +S2 +S3 +S4+S5+ S6

S1 =2·6·5=60

S2 =7·5=35

S3 =2(6·7-2·3)=72

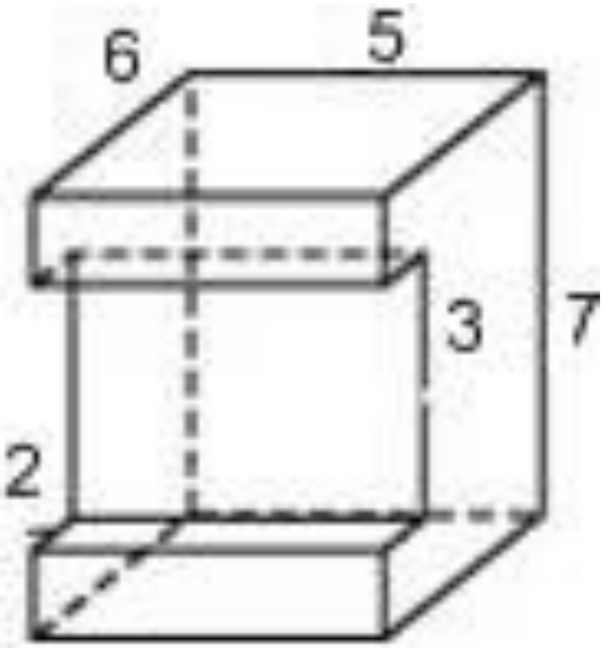
S4 =2·2·5=20

S5 =2·2·5=20

S6 =5·3=15

S=60+35+72+20+20+15=222

Ответ:222.



Задачи С2:

Ответы

B6	№1	№2	№6	№7	№8
	0,8	28	2	0,1	-1
B9	№4	№5	№6	№7	№8
	1	21	77	6	9

Ответы

B11	№1	№2	C2
	28	222	

В создании презентации принимали участие выпускники 2012 года:

Киселева Анастасия, Трубин Александр, Соловьев Вадим, Макарова Юлия, Кривда Алина, Романовская Ольга, Швецова Ирина, Абрахина Дарья.

Удачной сдачи экзаменов!