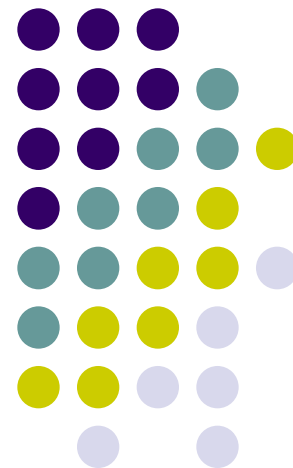


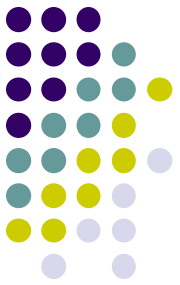
Геометрические задачи в ЕГЭ





- Сегодня многие выпускники, 11- классники реально боятся сдавать ЕГЭ по математике. А если человек боится, то, как известно, чтобы запугать его еще сильнее, никаких особых усилий прилагать не нужно. Поэтому надо научиться решать минимум заданий. Программа минимум в этом случае – научиться решать задачи уровней В1, В2, В4, В5, В7 как самые что ни на есть простые. Геометрические задачи: простые-В3,В6, сложнее-В9,В11, сложные - С2, повышенной сложности - С4.

Проверяемые требования (умения)



Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами, а именно:

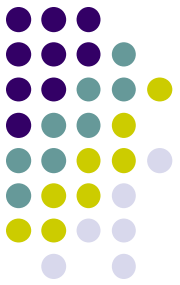
1. Решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей)
2. Решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов); использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы
3. Определять координаты точки; проводить операции над векторами, вычислять длину и координаты вектора, угол между векторами



Решение В11

Варианты задач:

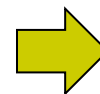
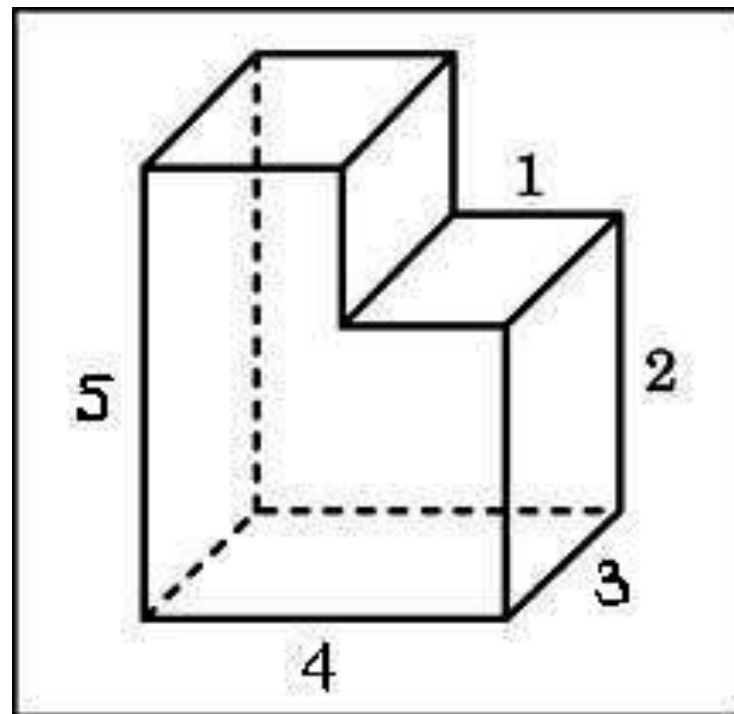
- Задача1
- Задача 2



Задание №1



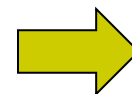
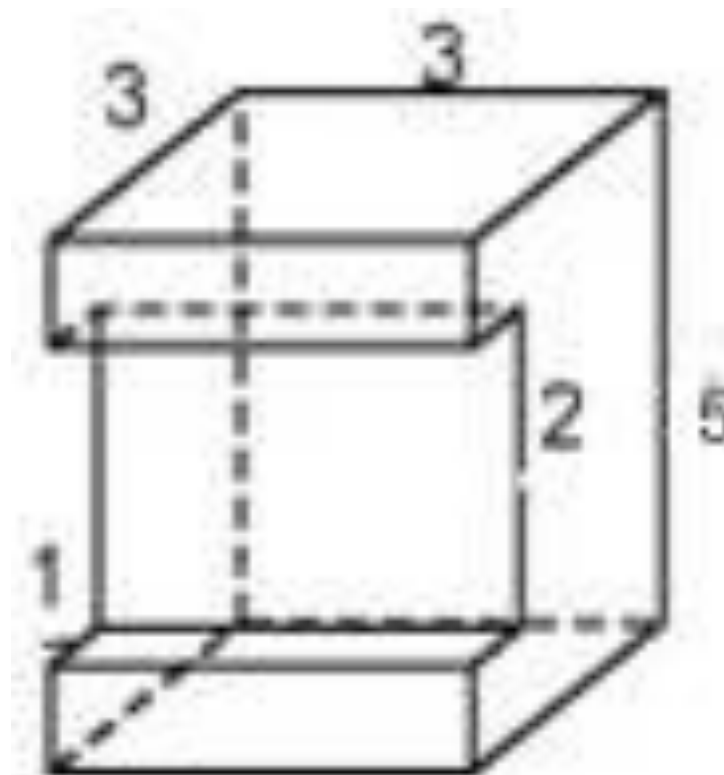
Найдите объем
многогранника,
изображенного на
рисунке (все
двугранные углы
прямые).



Задание №2



Найдите площадь
поверхности
многогранника,
изображенного
на рисунке(все
двугранные углы
прямые).



Решение:



Найдем объем большого прямоугольного параллелепипеда(V_1), в котором длина(a) равна 4, ширина(b) равна 3, а высота(c) равна 5. Затем находим объем малого прямоугольного параллелепипеда(V_2), в котором длина(a) равна 3, ширина(b) равна 1, а высота(c) равна 3(по построению $5 - 2 = 3$).

$$V = V_1 - V_2$$

По формуле объема для
прямоугольного параллелепипеда:

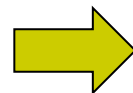
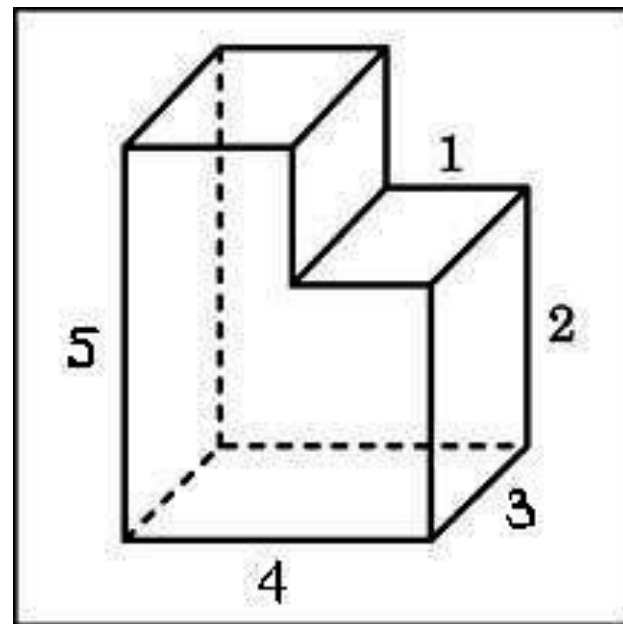
$$\mathbf{V = abc}$$

$$V_1 = 4 \cdot 3 \cdot 5 = 60 \text{ (м}^3\text{)}$$

$$V_2 = 3 \cdot 1 \cdot 3 = 9 \text{ (м}^3\text{)}$$

$$V = 60 - 9 = 51 \text{ (м}^3\text{)}$$

Ответ: 51



Решение:

Площадь поверхности данного многогранника равна сумме площадей параллелепипедов со сторонами 3,3,2,5,1:

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 + S_6$$

$$S_1 = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 18$$

$$S_2 = 3 \cdot 5 = 15$$

$$S_3 = 2(5 \cdot 3 - 2 \cdot 1) = 26$$

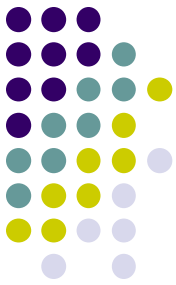
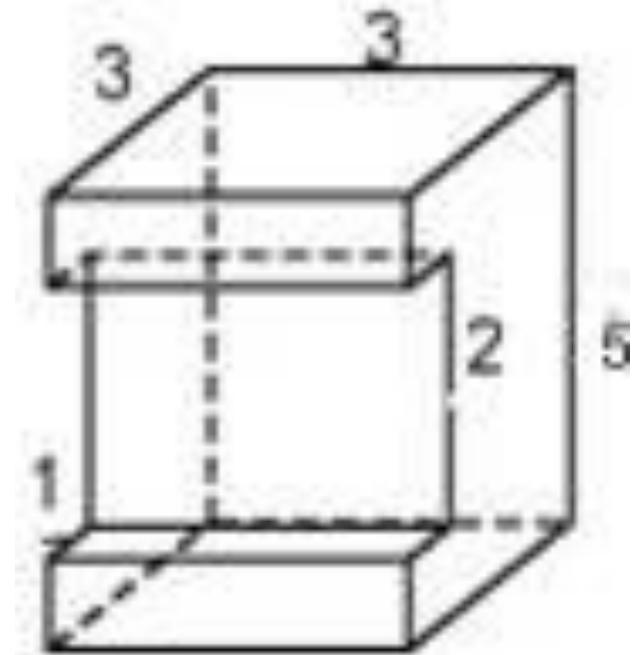
$$S_4 = 2 \cdot 1,5 \cdot 3 = 9$$

$$S_5 = 2 \cdot 1 \cdot 3 = 6$$

$$S_6 = 2 \cdot 3 = 6$$

$$S = 18 + 15 + 26 + 9 + 6 + 6 = 80$$

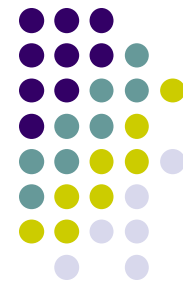
Ответ: 80.





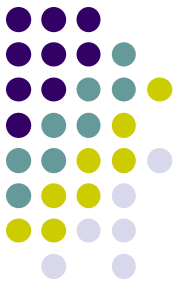
Устные упражнения

Что собой представляют задания части В3?



- Задание **В3** является геометрической задачей.
- Задача настолько может быть легкой, что с ней может справиться и второклассник, впервые познакомившийся с понятием “площадь”.

Для успешного решения задач типа В3 необходимо:



- Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами векторов.
- Решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей).
- Моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин.

Для успешного решения задач типа В3 необходимо:



- **Повторить материал по темам:**
 - Планиметрия.
 - Треугольник.
 - Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат.
 - Трапеция.
 - Окружность и круг.
 - Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора.

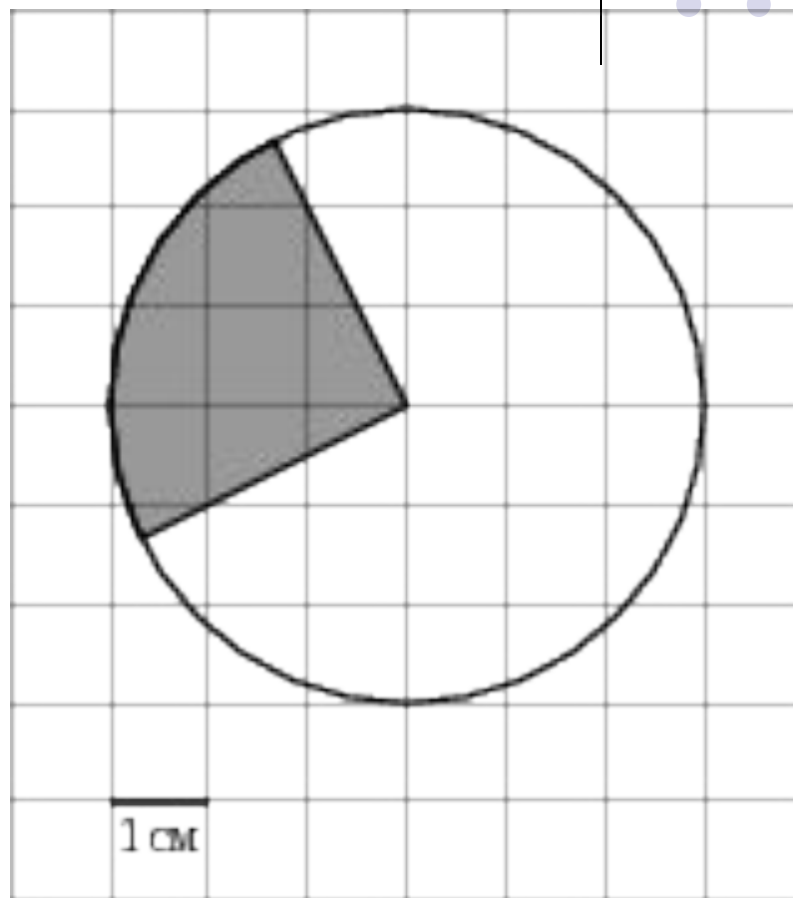
Возможные задания:



- Задание №1
- Задание №2
- Задание №3
- Задание №4
- Задание №5
- Задание №6

Задание:

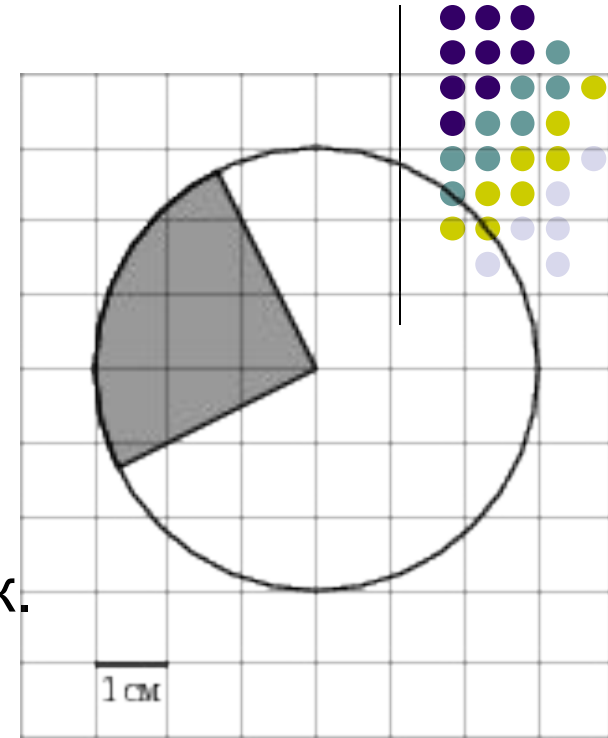
Найдите площадь
части круга S ,
изображенного на
клетчатой бумаге
с размером клетки
 $1\text{ см} \times 1\text{ см}$. В
ответ запишите
 S/π .



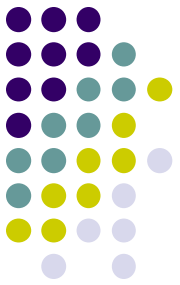
Решение:

- Площадь круга находится по формуле: $S = \pi R^2$, где R - радиус.
- В нашем случае $R = 3$ см.
- Однако на рисунке заштрихован не весь круг, а лишь его четвертинка (т.к. угол между двумя радиусами, которые ограничивают заштрихованную часть составляет 90°)
- Тогда площадь заштрихованной части $S = 0,25\pi \cdot 3^2 = 2,25 \pi$ (см²)

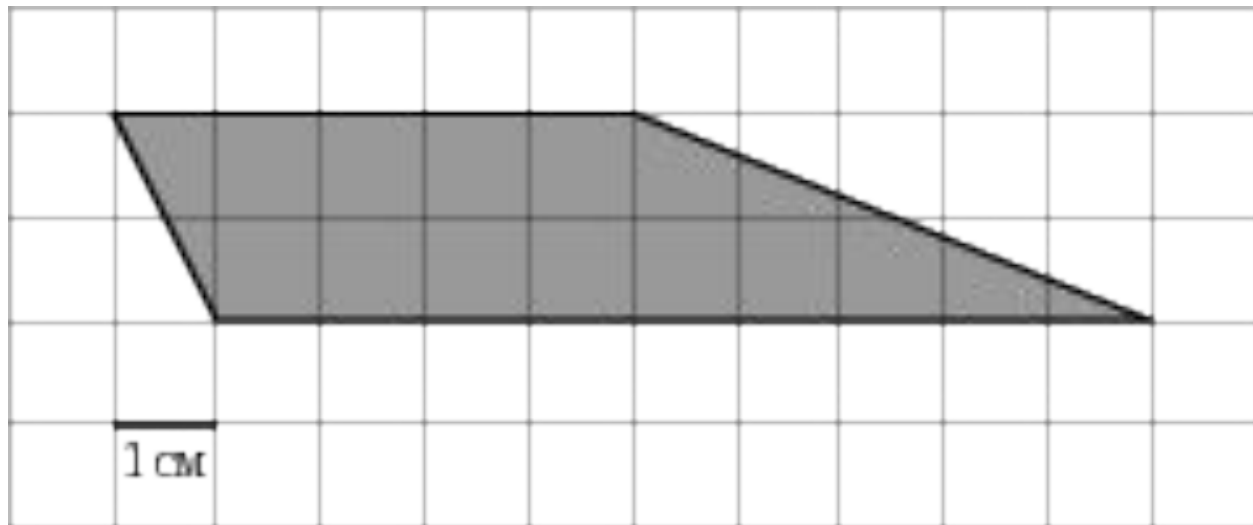
Ответ: 2,25



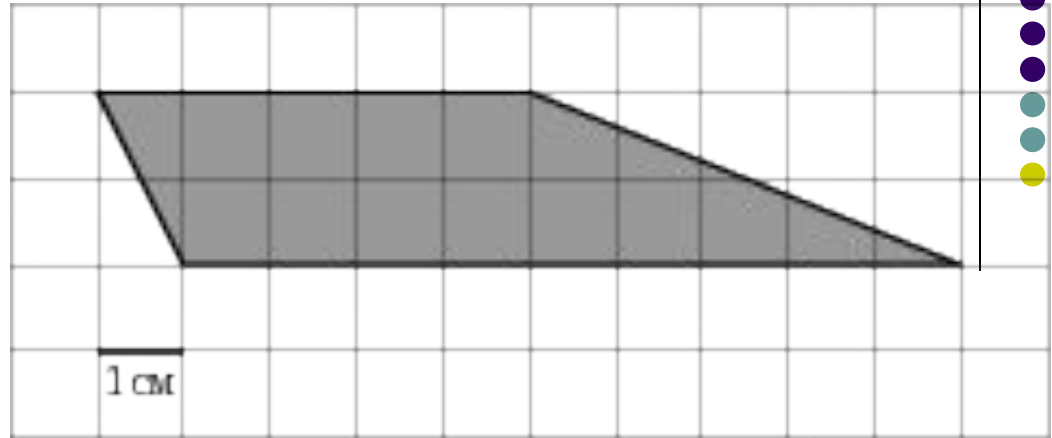
Задание:



Найдите площадь трапеции, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см x 1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Решение:



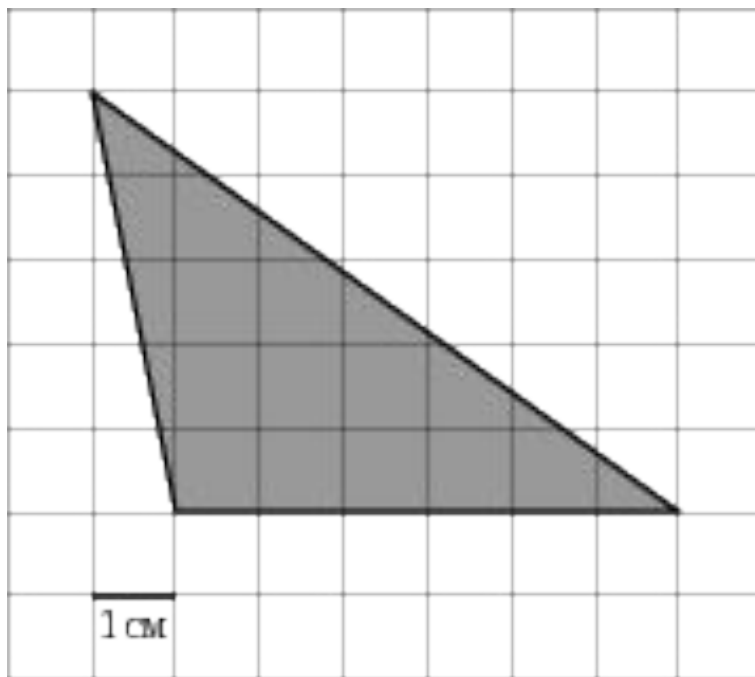
- Площадь трапеции находится по формуле:
 $S = 0,5 \cdot (a+b) \cdot h$,
- где a , b - основания трапеции; h - ее высота.
- В нашем случае $a = 9$ см; $b = 5$ см; $h = 2$ см.
- Тогда $S = 0,5 \cdot (9+5) \cdot 2 = 14$ (см²)

Ответ: 14 см²

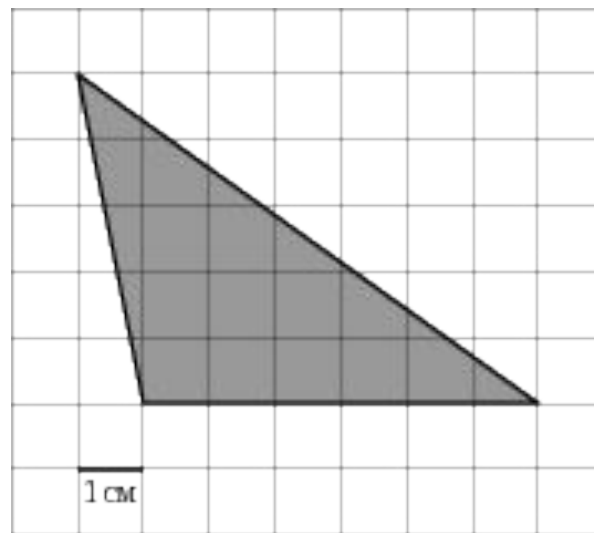


Задание:

Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см x 1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Решение:



- Площадь треугольника находится по формуле: $S = 0,5 \cdot a \cdot h$,
- где a - основание треугольника; h - его высота.
- В нашем случае $a = 6$ см; $h = 5$ см.
- Тогда $S = 0,5 \cdot 6 \cdot 5 = 15$ (см²)

Ответ: 15 см²

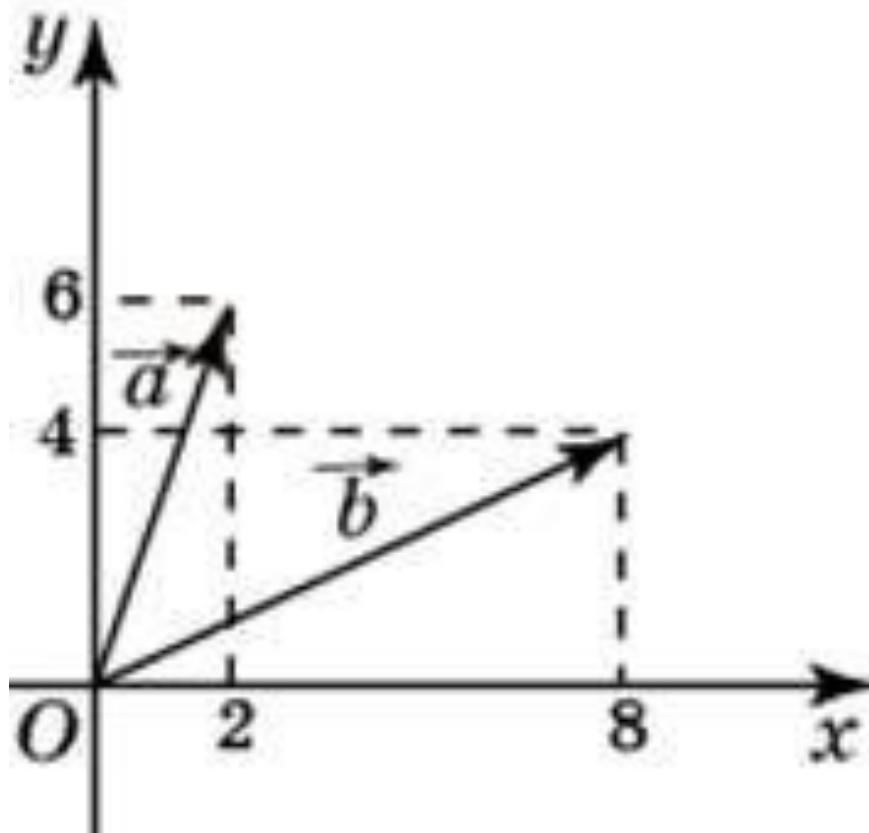


Задание:



Найдите сумму координат
вектора

$$\vec{a} + \vec{b}$$



Решение:



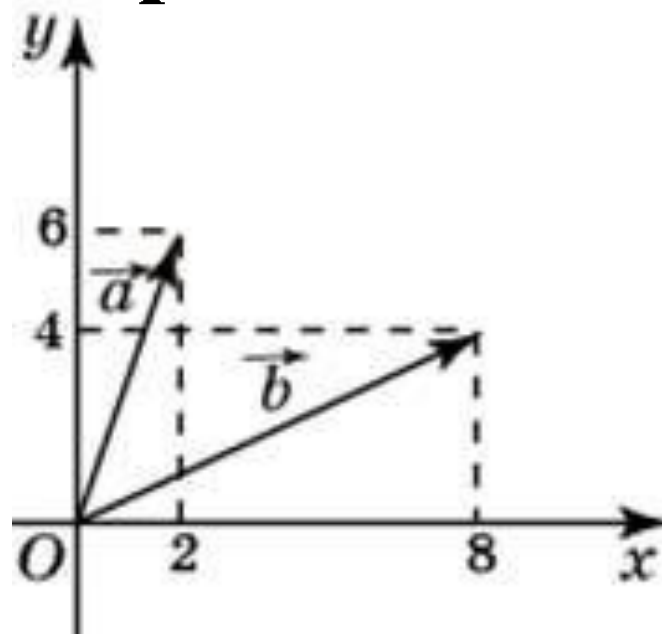
Найдем координаты векторов

$\vec{a}(2;6)$ и $\vec{b}(8;4)$

**Найдем сумму их координат
получим :**

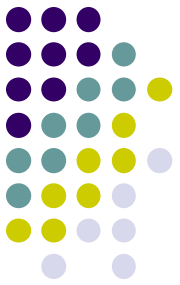
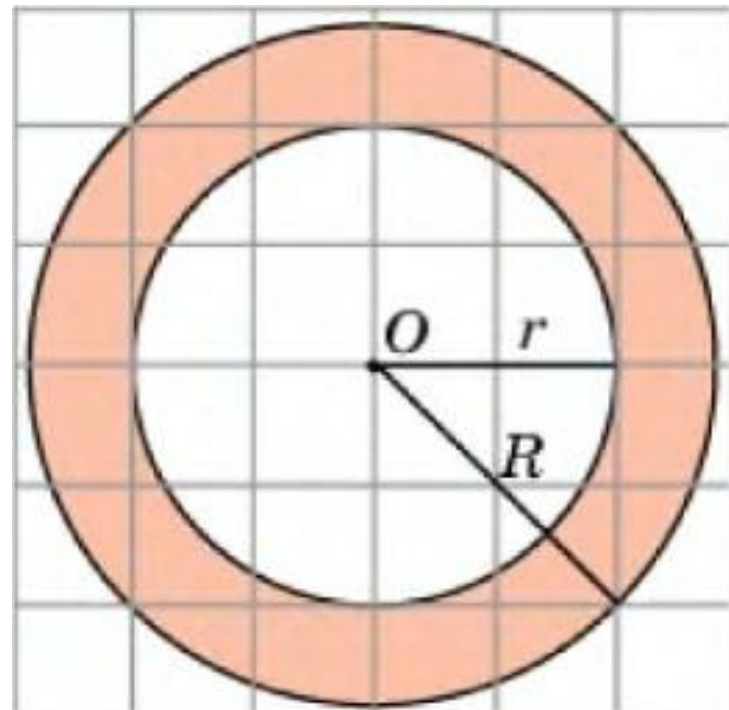
$$2+8+6+4=20$$

Ответ : 20

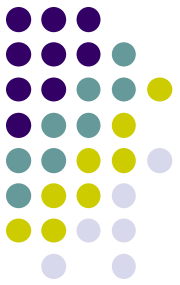


Задание:

Найдите площадь S кольца, считая стороны квадратных клеток равными 1. В ответе укажите S/π .



Решение:



- Площадь круга находится по формуле:
- $S = \pi R^2$, где R - радиус.
- Вычтем из площади большего круга, площадь меньшего

- $S = S_1 - S_2$

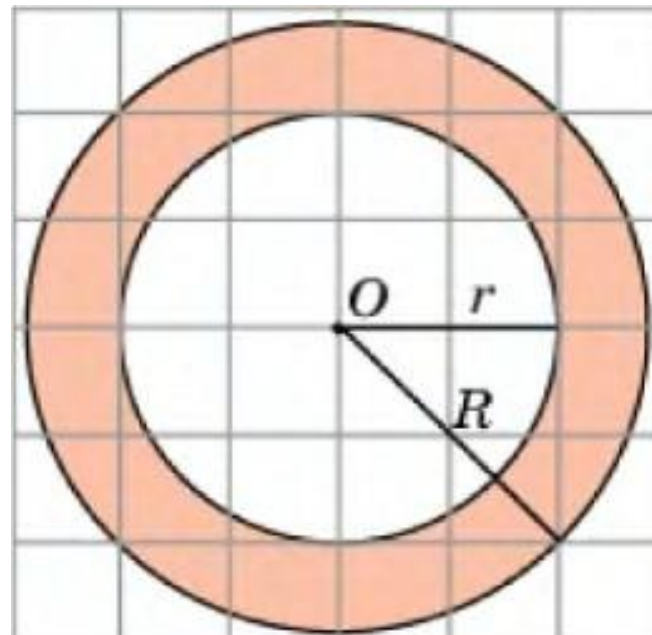
$$S_1 = (2\sqrt{2})^2 * \pi = 8\pi$$

$$S_2 = 2^2 * \pi = 4\pi$$

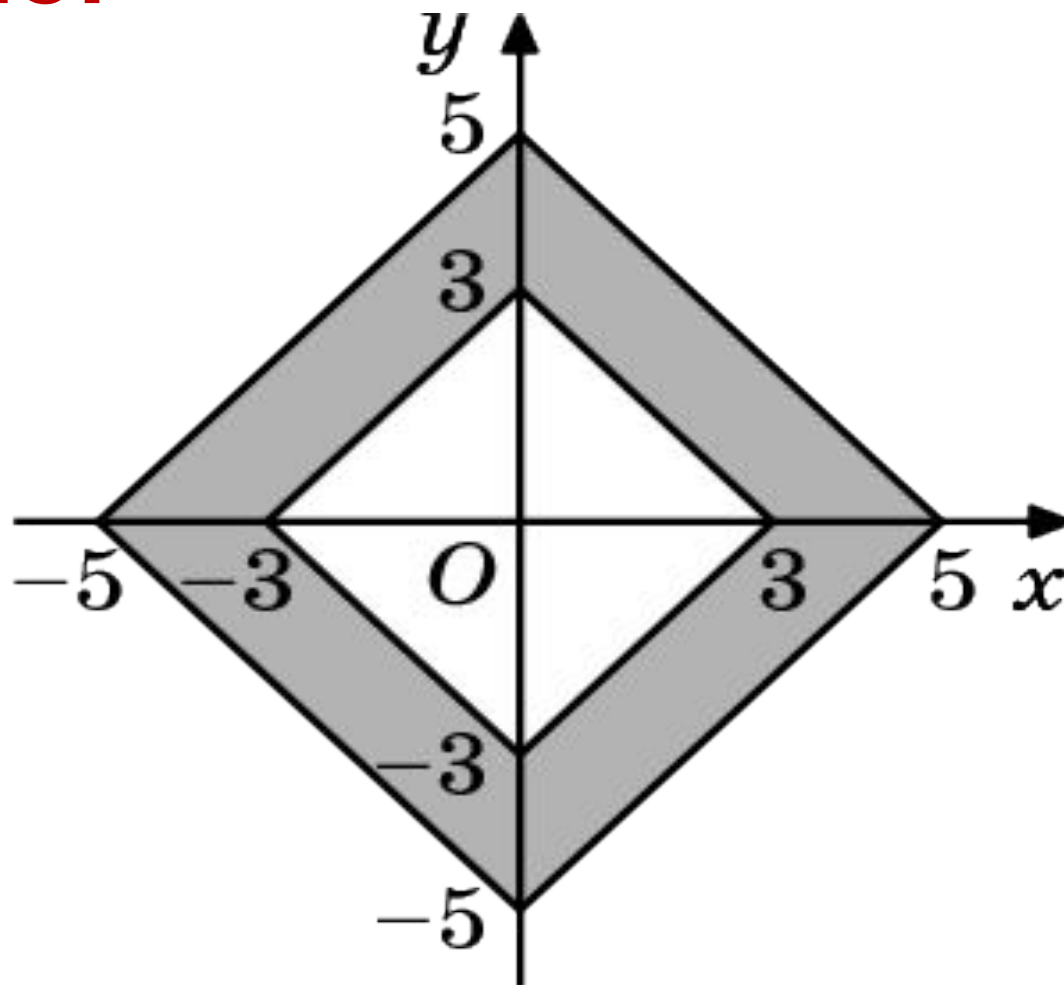
$$S_{\text{иск.}} = 8\pi - 4\pi = 4\pi$$

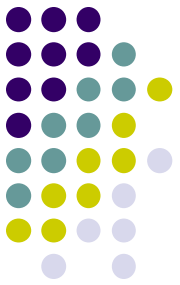
- $S/\pi = 4$

Ответ: 4 см²



Задание:

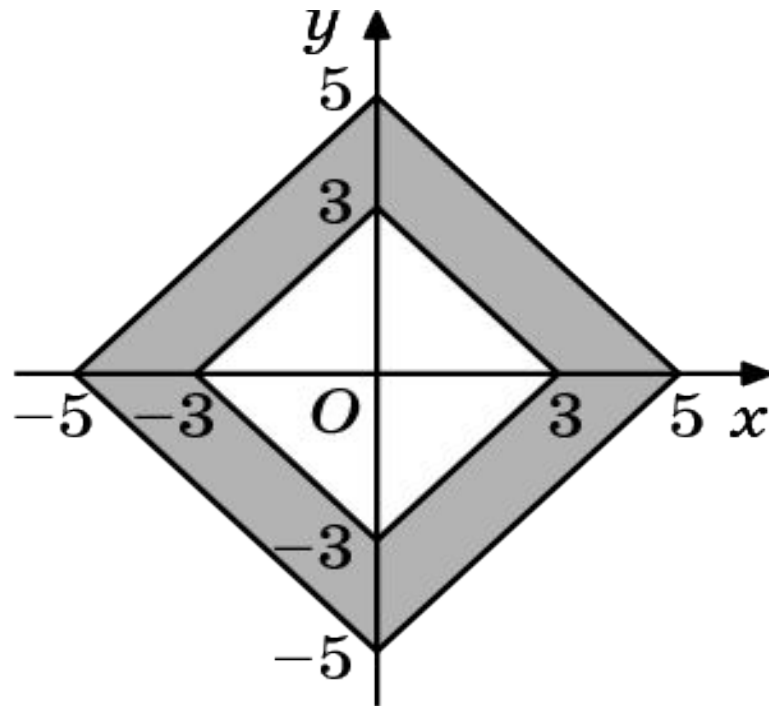


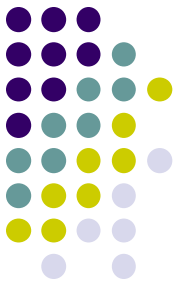


Решение:

- $S_{\text{ромба}} = (d_1 \cdot d_2) / 2$, где d_1, d_2 - диаметры
- Вычтем из площади большого ромба, площадь меньшего. Площадь ромба находим по формуле.
- $S_{\Phi} = S_2 - S_1$
- $S_1 = (6 \cdot 6) / 2 = 18$
- $S_2 = (10 \cdot 10) / 2 = 50$
- $S_{\Phi} = 50 - 18 = 32$

Ответ: 32 см^2





Работа по группам

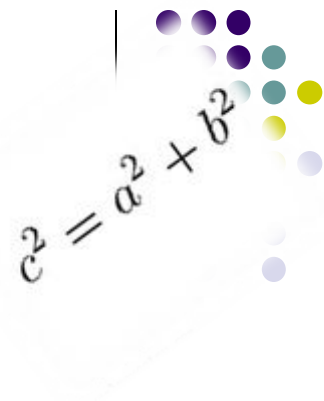
- 1,2,3 группы решают задачи B61,2,3
группы решают задачи B6, B91,2,3
группы решают задачи B6, B9, B11
- 4,5 группы решают задачи C2



Теория

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

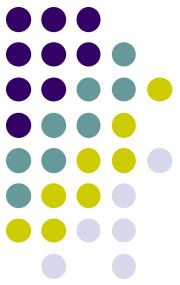
$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$



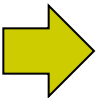
Задание В6. Основы геометрии. Чаще всего встречаются задания на решение треугольников, но знать надо все фигуры планиметрии. Необходимые знания: виды треугольников; понятия биссектрисы, медианы, высоты; тригонометрические функции и их значения; основное тригонометрическое тождество; формулы приведения; теорема Пифагора. *И помните при правильном решении ответ получается точно без корня.*

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

Типичные ошибки при решении задания В6 в ЕГЭ



- выпускник чаще всего может перепутать катет с гипотенузой;
- выпускник чаще всего не знает или неверно записывает отношение сторон при использовании тригонометрических функций;



Задания для решения



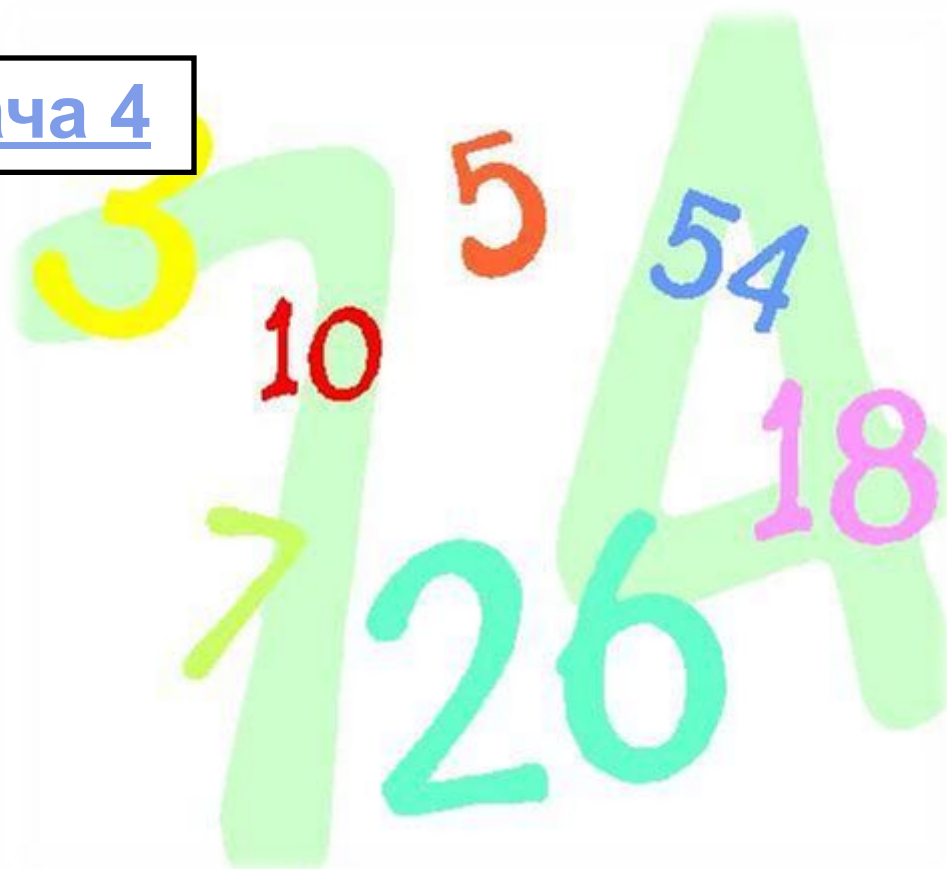
Задача 1

Задача 2

Задача 3

Задача 4

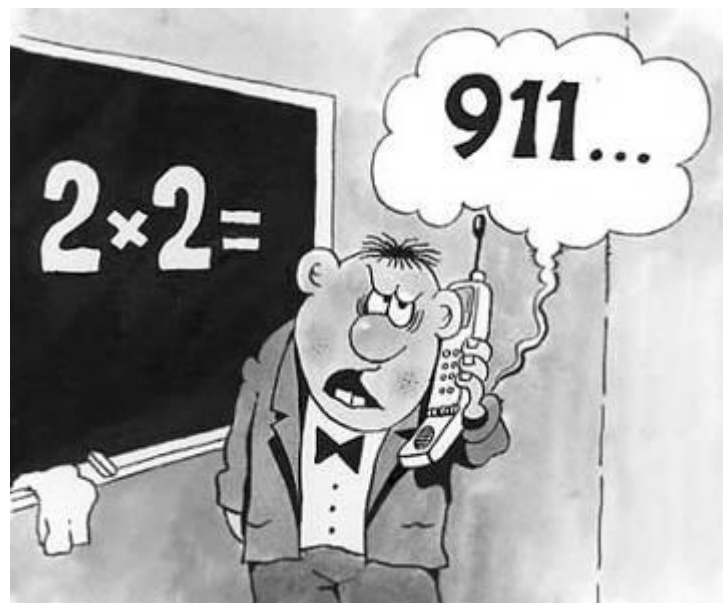
Задача 5



Задача 1



В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC боковая сторона AB равна 15, а высота, проведенная к основанию, равна 9. Найдите косинус угла A .



Решение:



Т.к $\cos \alpha = \frac{AH}{AB}$

(прилежащий катета/ гипотенузу)

Найдем AH .

По т.Пифагора из $\triangle ABH$:

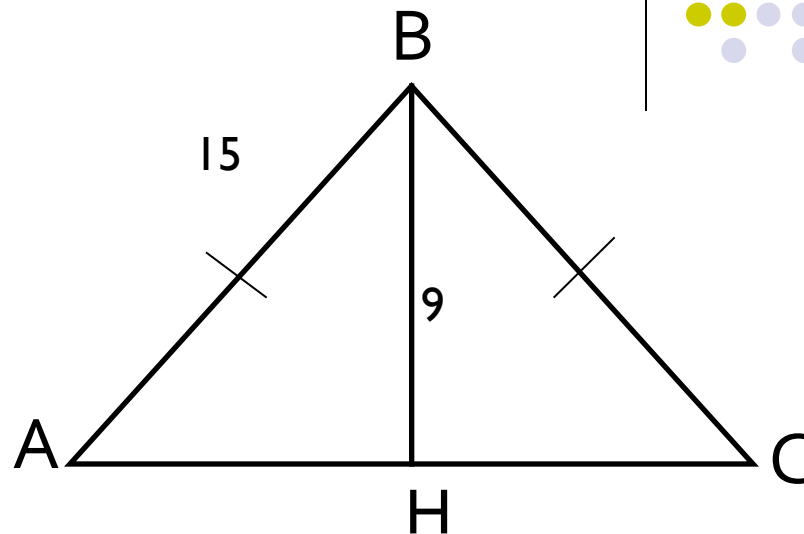
$$AH = \sqrt{AB^2 - BH^2}$$

следовательно,

$$AH = \sqrt{225 - 81} = \sqrt{144} = 12$$

$$\cos \angle A = \frac{12}{15} = 0,8$$

Ответ: 0,8



Задача 2:

В $\triangle ABC$ $\angle C$ равен 90° ,

$$\sin \angle A = \frac{11}{14}, AC = 10\sqrt{3}.$$

Найти AB .



Решение:



Нам известен прилежащий катет, следовательно, зная синус угла A можно найти его косинус.

По основному тригонометрическому тождеству:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$$

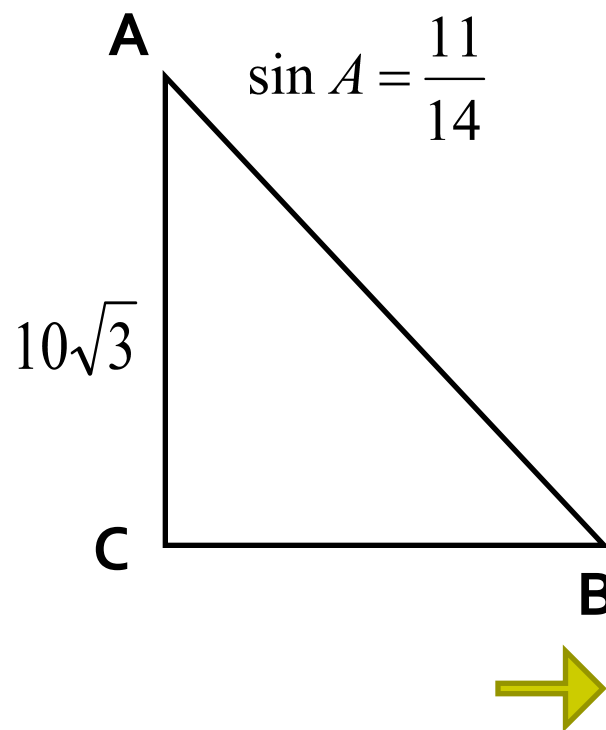
$$\cos \alpha = \sqrt{\frac{196}{196} - \frac{121}{196}} = \sqrt{\frac{75}{196}} = \frac{5\sqrt{3}}{14}$$

По определению косинуса :

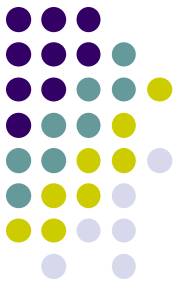
$$\cos A = \frac{AC}{AB} ; \quad AB = \frac{AC}{\cos A}$$

$$AB = \frac{10\sqrt{3}}{\frac{5\sqrt{3}}{14}} = 10\sqrt{3} \cdot \frac{14}{5\sqrt{3}} = 28$$

Ответ: 28



Задача 3:



В треугольнике ABC угол C
равен 90° , $AB = 3\sqrt{5}$, $AC = 3$.
Найдите $\operatorname{tg} \angle A$.

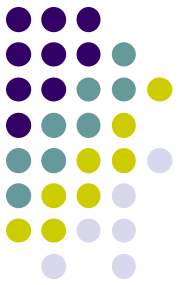
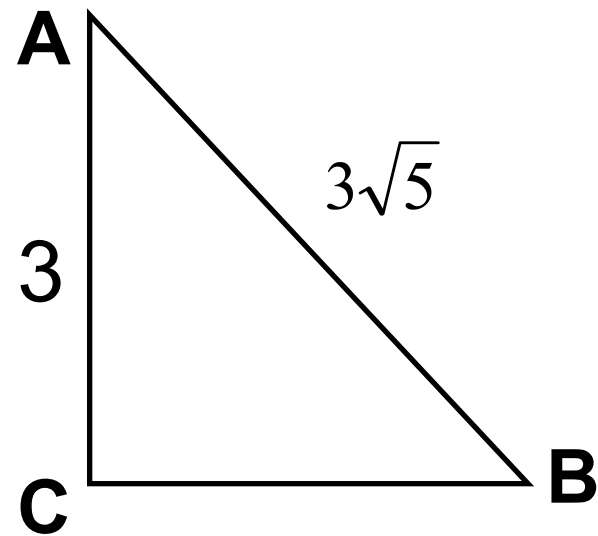
Решение:

$$\operatorname{tg} A = \frac{CB}{AC}$$

$$CB = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{9 \cdot 5 - 9} = \sqrt{36} = 6$$

$$\operatorname{tg} A = \frac{6}{3} = 2$$

Ответ: 2



Задача 4:



В треугольнике ABC угол C равен 90° ,
CH-высота, $BC=10$, $CH = 3\sqrt{11}$.
Найти $\sin \angle A$.

Решение:

$$\text{Т.к. } \sin \angle A = \frac{CB}{AB}$$

Из $\triangle HBC$ по т.Пифагора найдем HB :

$$HB = \sqrt{100 - 99} = 1$$

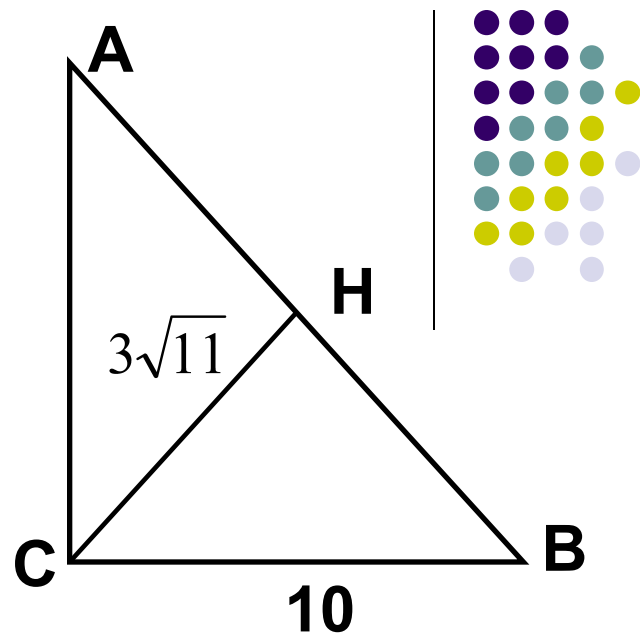
По свойству высоты CH :

$$CH^2 = HB \cdot HA$$

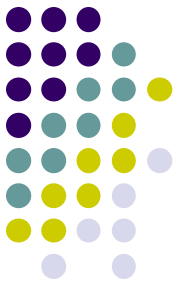
$$AH = \frac{CH^2}{HB} = 99$$

$$AB=100, \text{ следовательно } \sin \angle A = \frac{10}{100} = 0,1$$

Ответ: 0,1

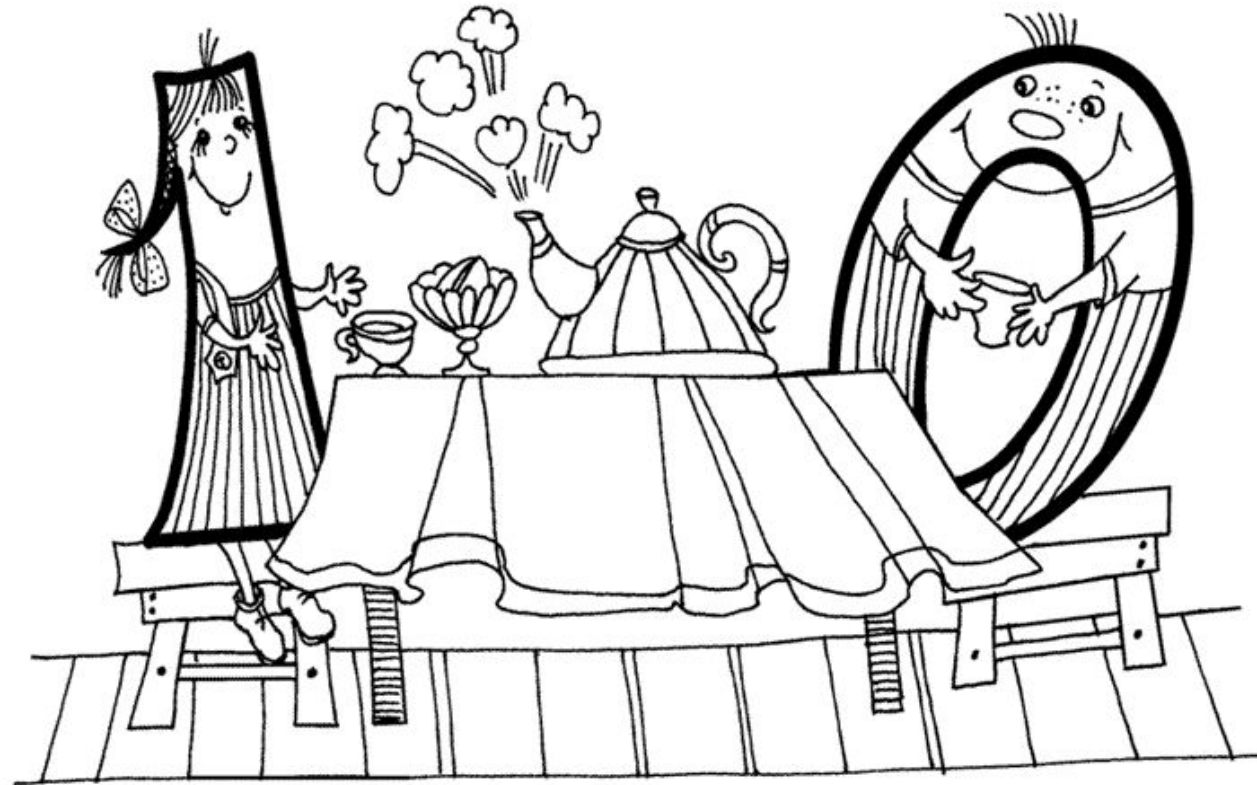


Задача 5:



В треугольнике ABC угол C равен 90° ,
 $AB = 7\sqrt{2}$, $BC = 7$.

Найдите тангенс внешнего угла при
вершине A .



Решение:

По т.Пифагора найдем AC:

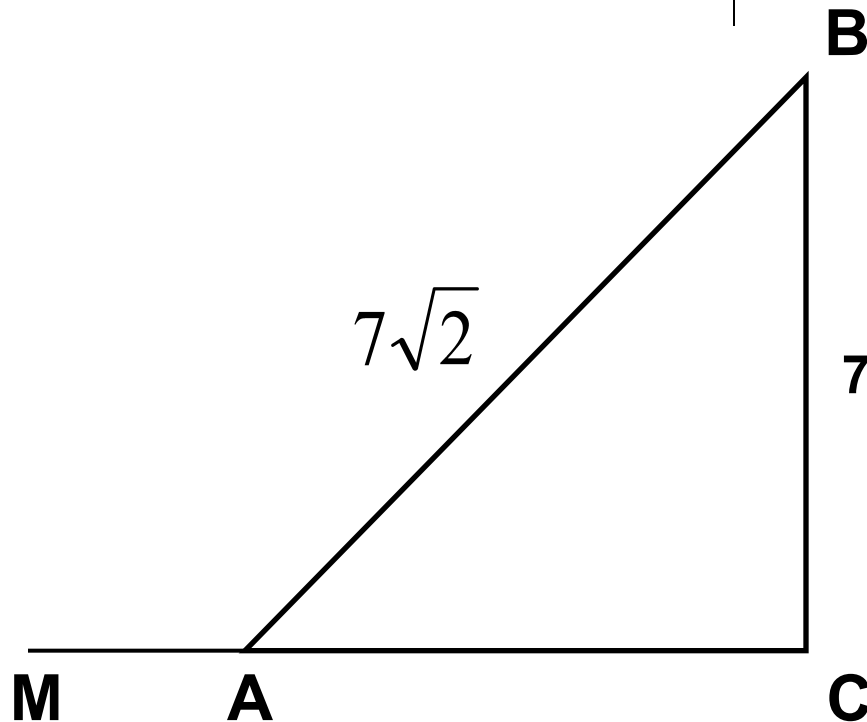
$$AC = \sqrt{49 \cdot 2 - 49} = \sqrt{49} = 7$$

Найдем $\operatorname{tg} A = \frac{BC}{AC} = 1$

Зная, что $\operatorname{tg} \angle A = -\operatorname{tg} \angle BAM$

$$\operatorname{tg} \angle BAM = -1$$

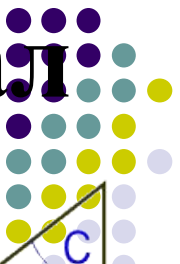
Ответ: -1





Решение задач типа В9

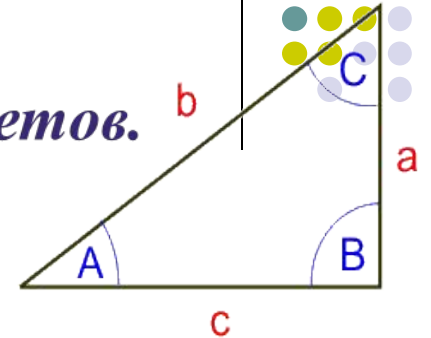
Основной справочный материал



Теорема Пифагора:

квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

$$b^2 = a^2 + c^2$$



В правильной четырехугольной пирамиде SABCD точка O – центр основания, S – вершина. SO=20, BD=30. Найти боковое ребро SC.

Решение:

Так как SABCD – правильная пирамида, то ABCD – квадрат.

По свойству диагоналей квадрата $OB=OD=AO=OC$.

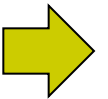
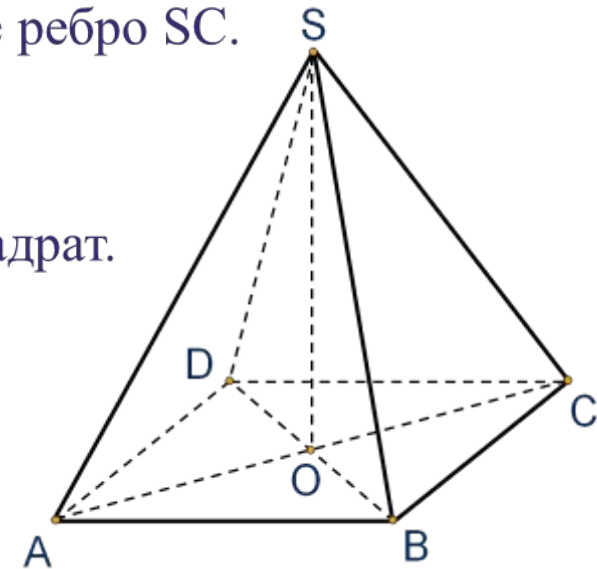
Следовательно, $CO = \frac{1}{2}BD = 15$.

Из треугольника SOC (угол $SOC=90^\circ$) найдем SC:

По теореме Пифагора:

$$SC^2 = SO^2 + CO^2 = \sqrt{20^2 + 15^2} = \sqrt{400 + 225} = \sqrt{625} = 25$$

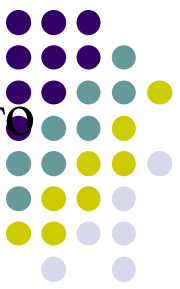
Ответ: 25.



Задача №1.

В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $D_1 B = \sqrt{26}$, $BB_1 = 3$, $A_1 D_1 = 4$. Найти длину ребра $A_1 B_1$.

[Посмотреть решение.](#)



Задача №2.

В правильной треугольной пирамиде $SABC$ медианы основания пересекаются в точке R . Площадь треугольника ABC равна 30, объем пирамиды равен 210. Найдите длину отрезка RS .

[Посмотреть решение](#)[Посмотреть решение.](#)

Задача №3.

Найдите квадрат расстояния между вершинами B и D_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, для которого $AB = 4$, $AD = 6$, $AA_1 = 5$.

[Посмотреть решение](#)[Посмотреть решение.](#)

Задача № 4.

Осевое сечение конуса- равносторонний треугольник, площадь которого равна $12\sqrt{3}$. Найти высоту конуса.

[Посмотреть решение](#)[Посмотреть решение.](#)

Задача № 5.

Дано два цилиндра. Объем первого равен 12 м^3 . Радиус основания второго в два раза меньше, чем первого, а высота в три раза больше.

Требуется найти объем второго цилиндра.

[Посмотреть решение](#)[Посмотреть решение.](#)

Задача № 6.

Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу основания шара. Объем конуса равен 6. Найдите объем шара.

[Посмотреть решение.](#)



Теорема Пифагора:

Задача №1



$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – прямоугольный параллелепипед

квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

$$D_1 B = \sqrt{26},$$

$$B B_1 = 3$$

$$A_1 D_1 = 4$$

В правильной четырехугольной пирамиде $SABC$ основания, S – вершина. $SO=20$, $BD=30$. Найти SC

Решение:

Так как $SABCD$ – правильная пирамида, то ABC –

По свойству диагоналей квадрата $OB=OD=AO=CO$

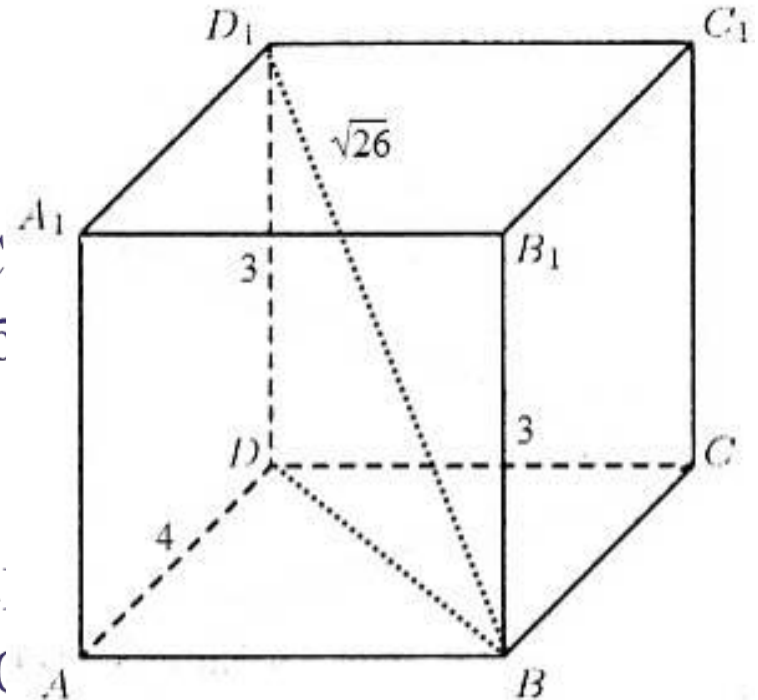
Следовательно, $CO = \frac{1}{2}BD = 15$.

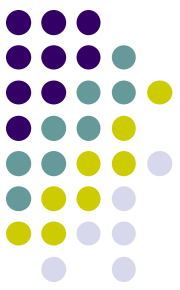
Из треугольника SOC (угол $SOC=90^\circ$) найдем SC :

По теореме Пифагора:

$$SC^2 = SO^2 + CO^2 =$$

Ответ: 25.



**Дано:**

SABC – правильная пирамида

R – точка пересечения медиан основания

$$S_{ABC} = 30$$

$$V_{SABC} = 210.$$

Найти:

длину RS.

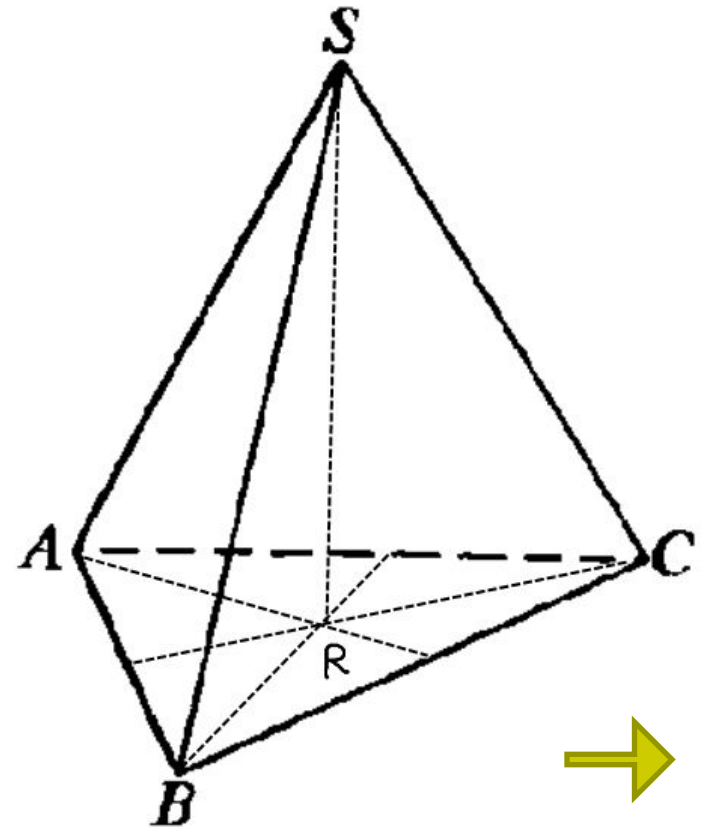
Решение:

Объем пирамиды вычисляем по формуле:

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} H.$$

$$\text{Отсюда } H = \frac{3V}{S_{\text{осн}}} = \frac{3 \cdot 210}{30} = 21.$$

$$RS = H = 21.$$

Ответ: 21.

**Дано:** $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – прямоугольный параллелепипед

$$AB=4$$

$$AD=6$$

$$AA_1=5$$

Найти:отрезок BD_1 **Решение:**Рассмотрим треугольник ADB (угол $A=90^\circ$).

По теореме Пифагора:

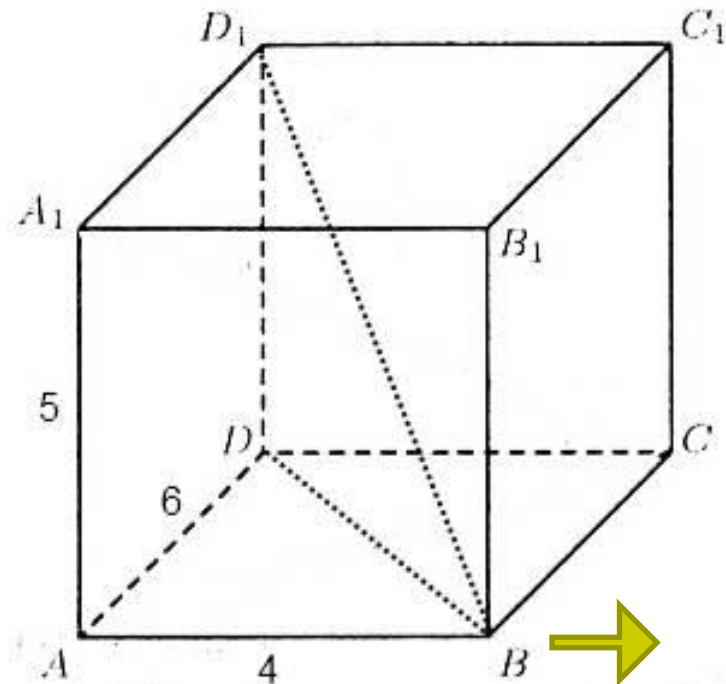
$$BD^2 = AB^2 + AD^2$$

$$BD^2 = 4^2 + 6^2 = 16 + 36 = 52$$

Рассмотрим треугольник BDD_1 (угол $D=90^\circ$).

По теореме Пифагора:

$$BD_1^2 = 52 + 25 = 77.$$

Ответ: 77

Теорема Пифагора:

Задача №4



квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

$$b^2 = a^2 + c^2$$

В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ точка O – центр основания, S – вершина. $SO=20$, $BD=30$. Найти боковое ребро SC .

Решение:

Так как $SABCD$ – правильная пирамида, то $ABCD$

По свойству диагоналей квадрата $OB=OD=AO=CO$

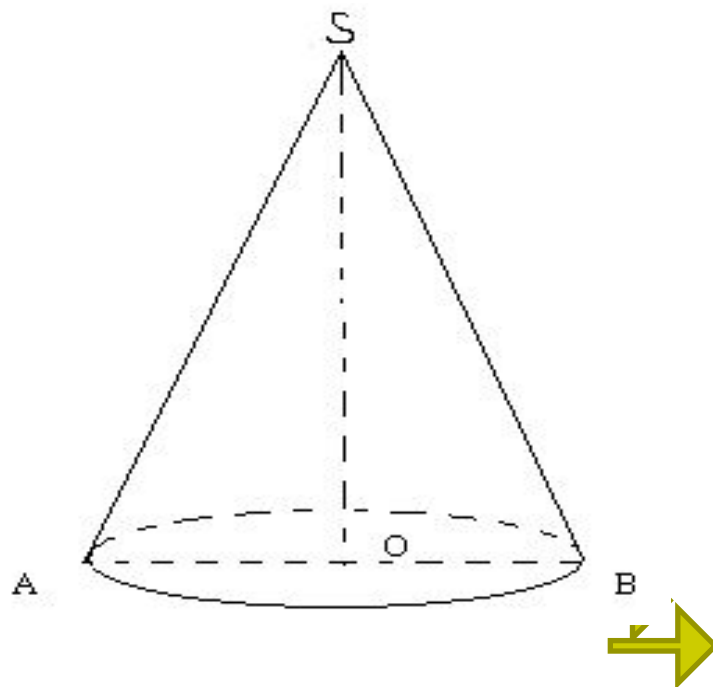
Следовательно, $CO = \frac{1}{2}BD = 15$.

Из треугольника SOC (угол $SOC=90^\circ$) найдем SC

По теореме Пифагора:

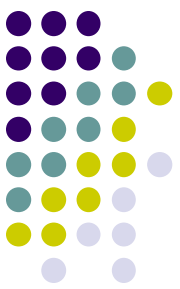
$$SC^2 = SO^2 + CO^2 =$$

Ответ: 25.



Теорема Пифагора:

Задача №5



квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

$$b^2 = a^2 + c^2$$

В правильной четырехугольной пирамиде SABCD точка O – центр основания, S – вершина. SO=20, BD=30. Найти боковое ребро SC.

Решение:

Так как SABCD – правильная пирамида, то ABCD – квадрат.

По свойству диагоналей квадрата OB=OD=AO=OC.

Следовательно, $CO = \frac{1}{2}BD = 15$.

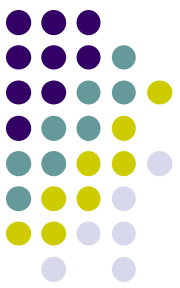
Из треугольника SOC (угол SOC=90°) найдем SC:

По теореме Пифагора:

$$SC^2 = SO^2 + CO^2 =$$

Ответ: 25.





Дано:

конус, вписанный в шар

$$r_{\text{к}} = r_{\text{ш}}$$

$$V_{\text{конуса}} = 6$$

Найти:

объем шара.

Решение:

Для конуса :

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = 6$$

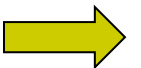
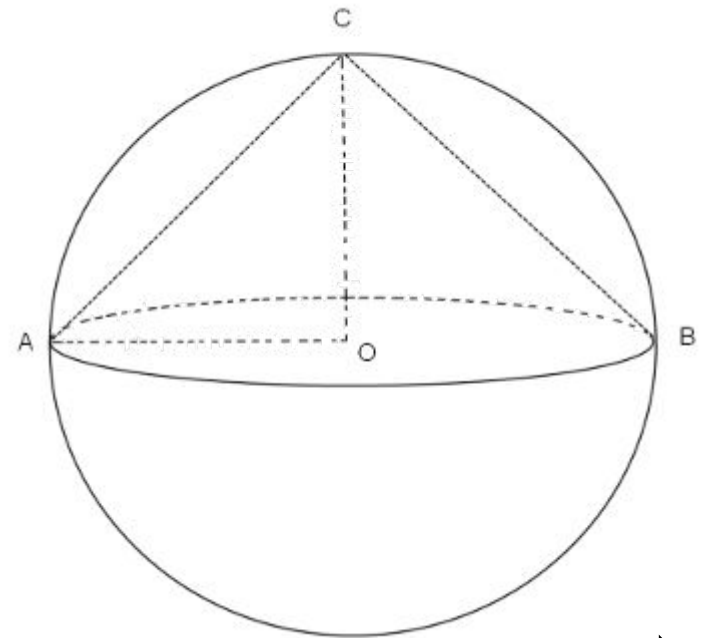
$$h = r; \quad \frac{1}{3} \pi r^3 = 6$$

$$\pi r^3 = 18$$

Для шара :

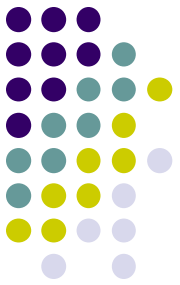
$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \cdot 18 = 24$$

Ответ : 24



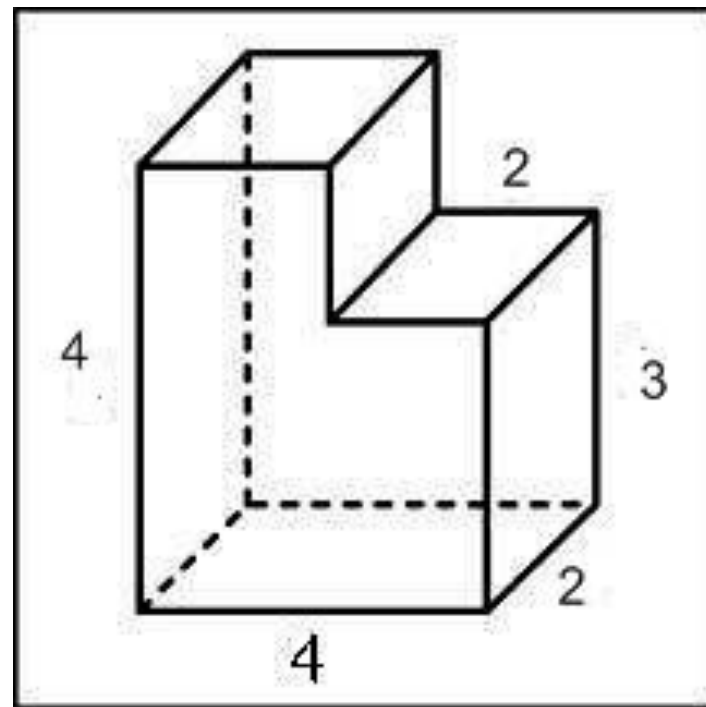
Задания В11

- Задача 1
- Задача 2



Задача 1:

Найдите объем
многогранника,
изображенного на
рисунке (все
двугранные углы
прямые).



Решение:



$$V = V1 - V2$$

По формуле объема для
прямоугольного
параллелепипеда:

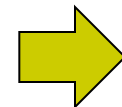
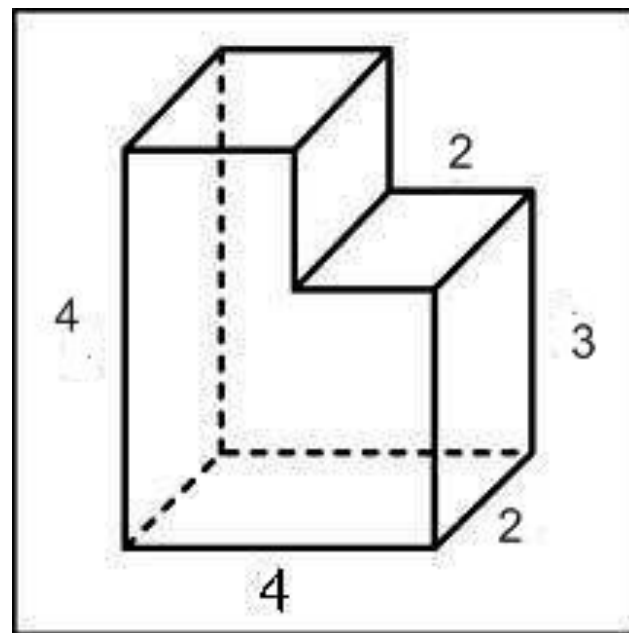
$$V=abc$$

$$V1 = 4 \cdot 4 \cdot 2 = 32 \text{ (м}^3\text{)}$$

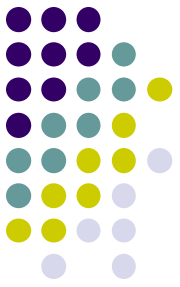
$$V2 = 2 \cdot 2 \cdot 1 = 4 \text{ (м}^3\text{)}$$

$$V = 32 - 4 = 28 \text{ (м}^3\text{)}$$

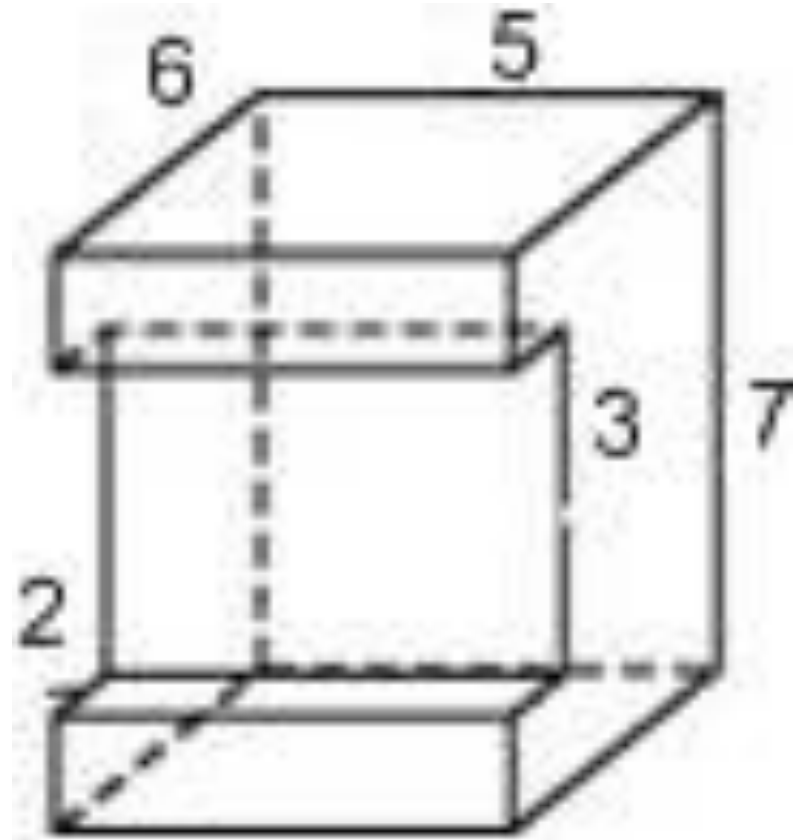
Ответ: 28.



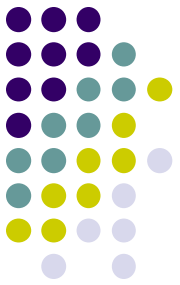
Задача 2:



**Найдите площадь
поверхности
многогранника,
изображенного
на рисунке(все
двугранные
углы прямые).**



Решение:



Площадь поверхности данного многогранника равна сумме площадей параллелепипедов со сторонами 6,5,3,2,7:

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 + S_6$$

$$S_1 = 2 \cdot 6 \cdot 5 = 60$$

$$S_2 = 7 \cdot 5 = 35$$

$$S_3 = 2(6 \cdot 7 - 2 \cdot 3) = 72$$

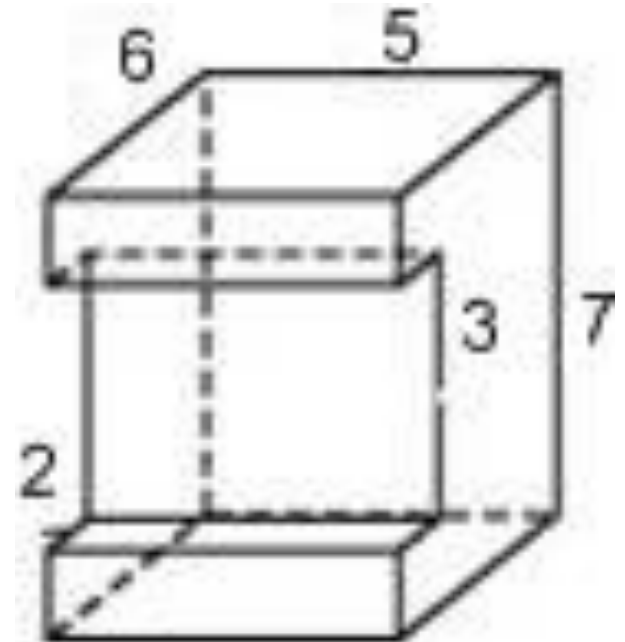
$$S_4 = 2 \cdot 2 \cdot 5 = 20$$

$$S_5 = 2 \cdot 2 \cdot 5 = 20$$

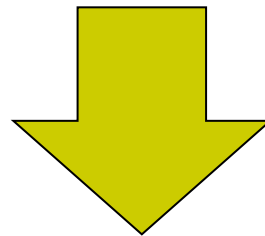
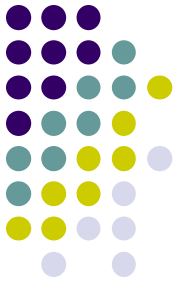
$$S_6 = 5 \cdot 3 = 15$$

$$S = 60 + 35 + 72 + 20 + 20 + 15 = 222$$

Ответ: 222.



Задачи C2:



ОТВЕТЫ



В6	№1	№2	№6	№7	№8
	0,8	28	2	0,1	-1
В9	№4	№5	№6	№7	№8
	1	21	77	6	9



Отвѣты



В11	№1	№2	С2
	28	222	



***В создании презентации принимали участие
выпускники 2012 года:***

***Киселева Анастасия, Трубин Александр, Соловьев
Вадим, Макарова Юлия, Кривда Алина,
Романовская Ольга, Швецова Ирина, Абрахина
Дарья.***

**Удачной сдачи
экзаменов!**