

Геометрия
9 класс

ВЕКТОРЫ
(Обобщающий урок)

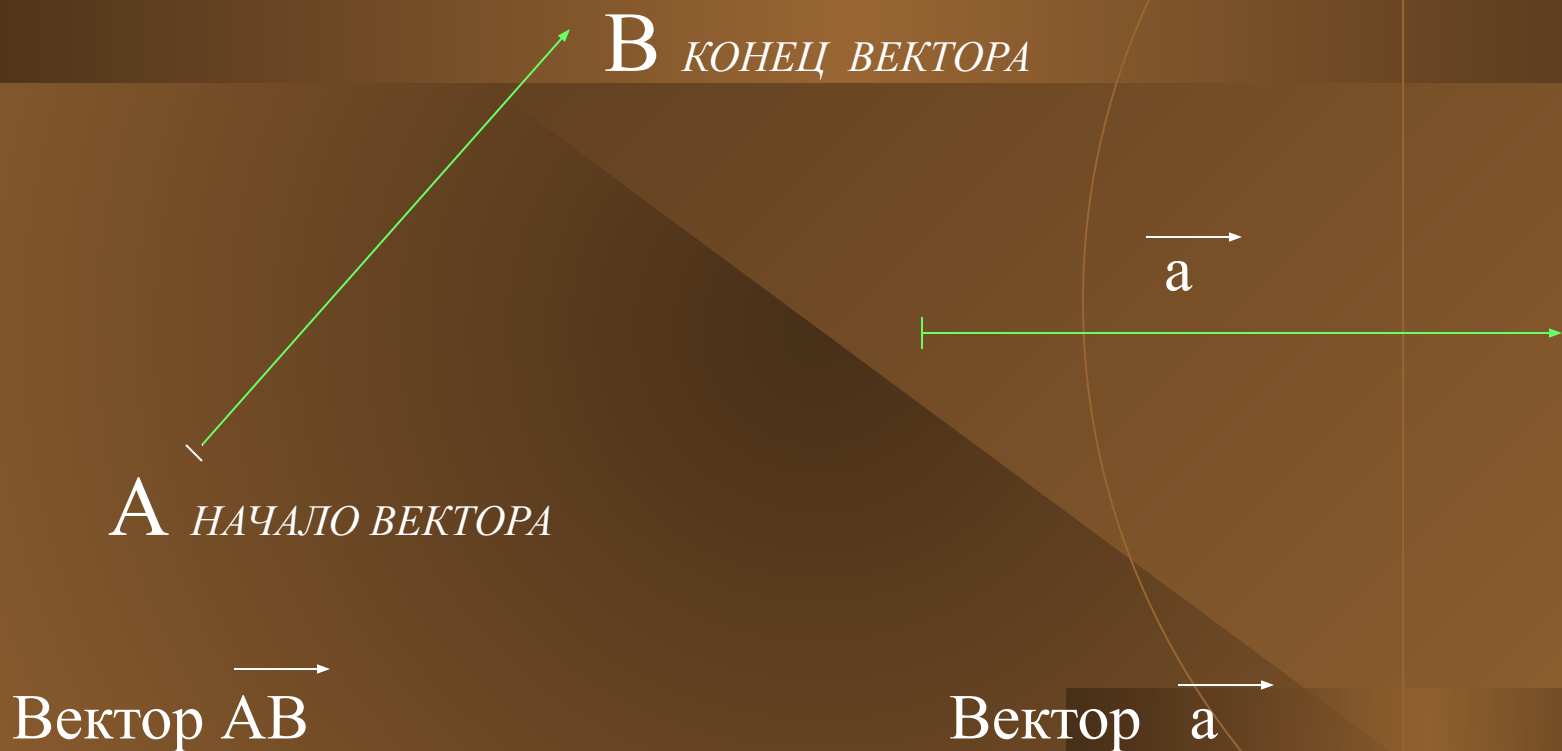
Понятие вектора

- ◆ Многие физические величины, характеризуются не только своим числовым значением, но и направлением в пространстве.
- ◆ Такие физические величины называются **ВЕКТОРАМИ**.
- ◆ Проверь себя! Какие из данных величин являются векторными: вес, сила, отрезок, ускорение, скорость, масса ?

История

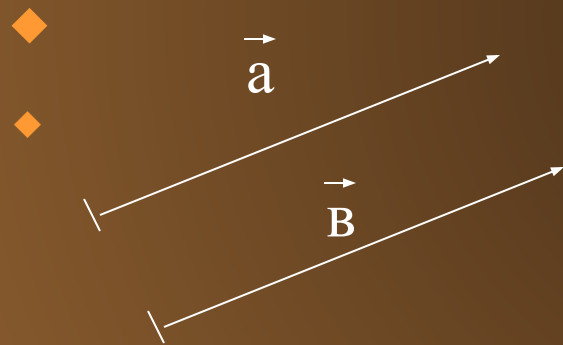
- ◆ В 19 веке параллельно с теорией систем линейных уравнений развивалась теория векторов. Направленные отрезки использовал **Жан Робер АРГАН (Argand, 1768-1822, швейцарский математик)**, ввел термин «модуль комплексного числа» (1814-1815) в работе «Опыт некоторого представления мнимых величин...», опубликованной в 1806 году. Эти отрезки Арган обозначал символами \vec{a} , \vec{b} .
- ◆ Одним из основателей теории векторов считается **Август Фердинанд Мебиус (1790-1868, немецкий математик)**, он обозначал отрезок с началом в точке A и концом в точке B символом \overrightarrow{AB} .
- ◆ Термин «вектор» ввел **Вильям Роуэн Гамильтон (1805-1865, директор астрономической обсерватории Дублинского университета и президент Ирландской Академии наук)** приблизительно в 1845 году. Он же определил скалярное и векторное произведения векторов в 1853 году. Символ $[\vec{a}, \vec{b}]$ для обозначения векторного произведения ввел немецкий математик и физик **Герман Грасман (1809-1877)**.
- ◆ В 1903 году **О.Хенричи** предложил обозначать скалярное произведение символом (\vec{a}, \vec{b}) .

◆ **ВЕКТОР** - НАПРАВЛЕННЫЙ ОТРЕЗОК.



Равенство векторов

- ◆ **ВЕКТОРЫ** называются **равными**, если они сонаправлены и их длины равны. .



$\vec{a} = \vec{b}$, если $\vec{a} \parallel \vec{b}$ и $|\vec{a}| = |\vec{b}|$.

Длина вектора

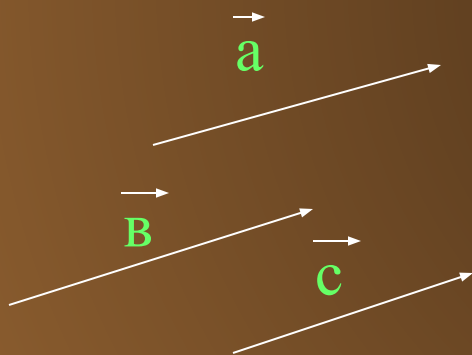
Длиной или модулем ненулевого вектора \vec{AB} называется длина отрезка AB

.Обозначается длина вектора \vec{AB} (вектора \vec{a}) так :

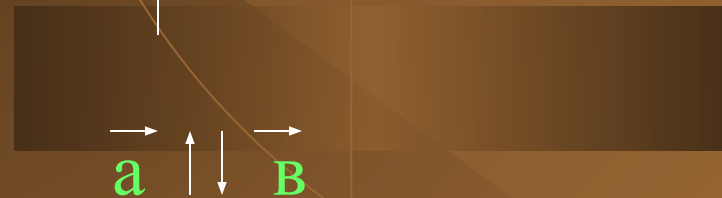
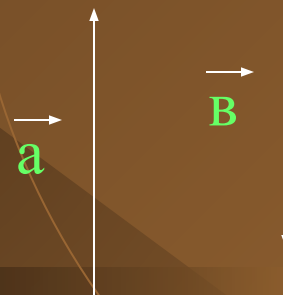
$$|\vec{AB}| \text{ (} |\vec{a}| \text{)}.$$

Длина нулевого вектора равна нулю: $|\vec{0}| = 0$

◆ **СОНАПРАВЛЕННЫЕ
ВЕКТОРЫ**

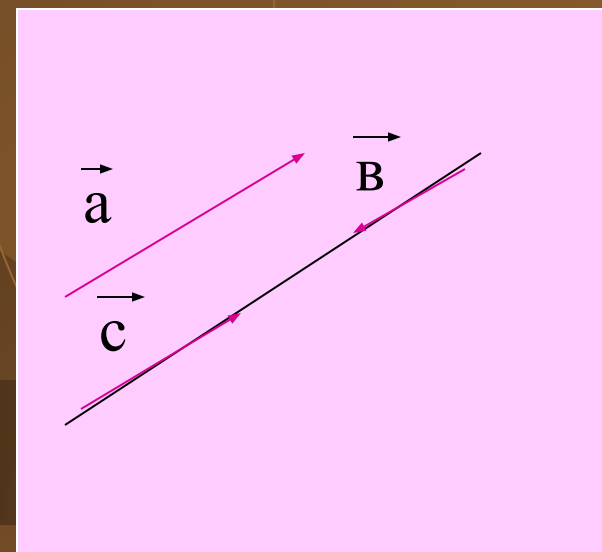


**ПРОТИВОПОЛОЖНО
НАПРАВЛЕННЫЕ
ВЕКТОРЫ**



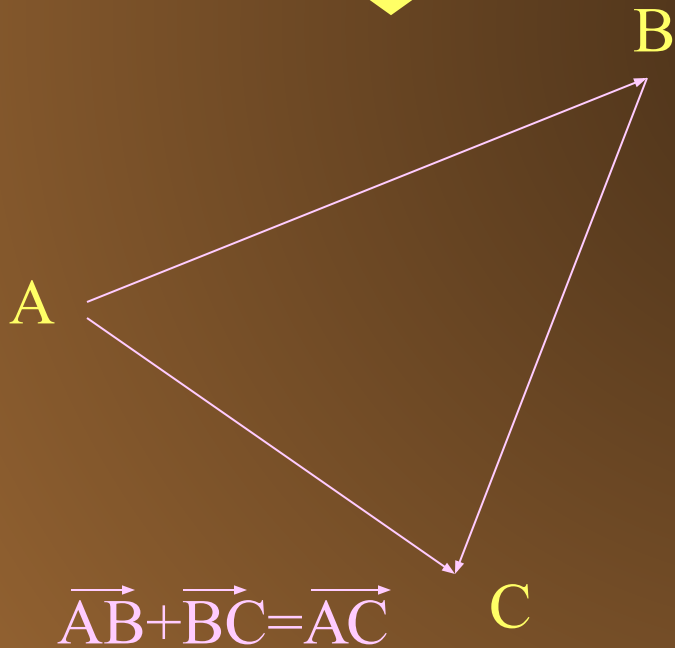
КОЛЛИНЕАРНЫЕ ВЕКТОРЫ

- ◆ Ненулевые векторы называются **коллинеарными**, если они лежат либо на одной прямой, либо на параллельных прямых.

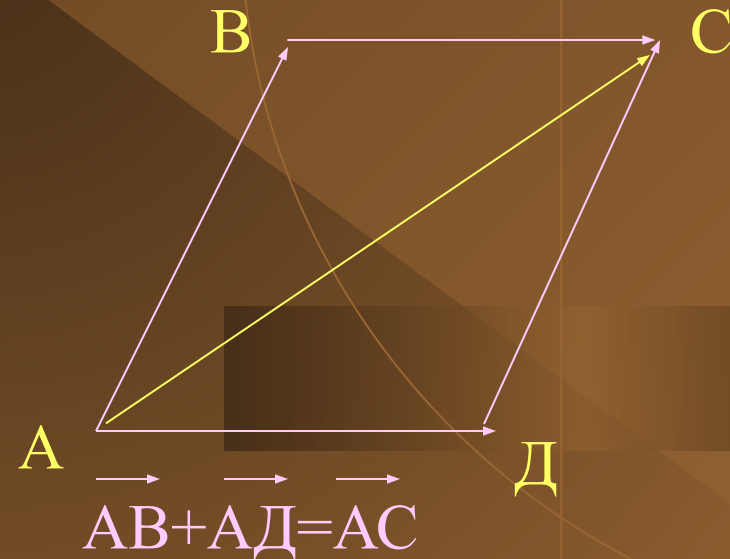


СЛОЖЕНИЕ ВЕКТОРОВ

- ◆ ПРАВИЛО ТРЕУГОЛЬНИКА



- ◆ ПРАВИЛО ПАРАЛЛЕЛОГРАММА



ЗАКОНЫ СЛОЖЕНИЯ ВЕКТОРОВ

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$$

переместительный

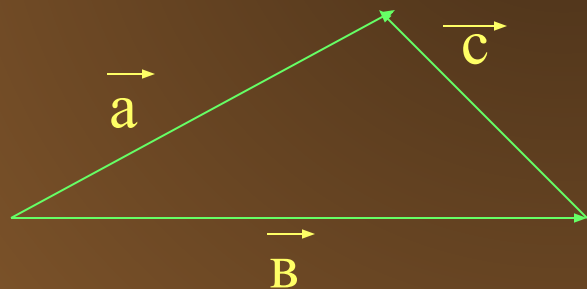
$$(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$$

сочетательный

$$\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}$$

ВЫЧИТАНИЕ ВЕКТОРОВ

- ◆ Разностью векторов \vec{a} и \vec{b} называется такой вектор, сумма которого с вектором \vec{b} равна вектору \vec{a} .



$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{c}$$

$$\vec{b} + \vec{c} = \vec{a}$$

ЗАКРЕПЛЕНИЕ ИЗУЧЕННОГО

ЗАДАНИЯ (устно)

1). Укажите на рисунке 1:

- а) сонаправленные векторы
- б) противоположно направленные векторы

в) равные векторы

2). Укажите на рисунке 2:

а) пары коллинеарных векторов

б) векторы, длины которых равны (трапеция равнобедренная)

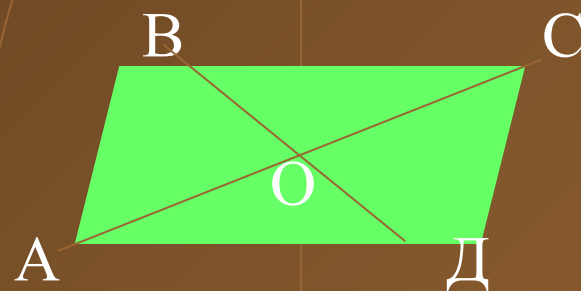


Рис. 1

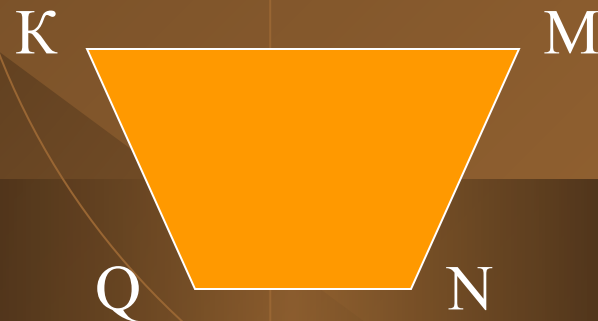


Рис. 2

3). На рис. 3 изображён треугольник MNL
Найти:

♦ а) $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NL}$

♦ б) $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{ML}$

♦ в) $\overrightarrow{ML} - \overrightarrow{MN}$

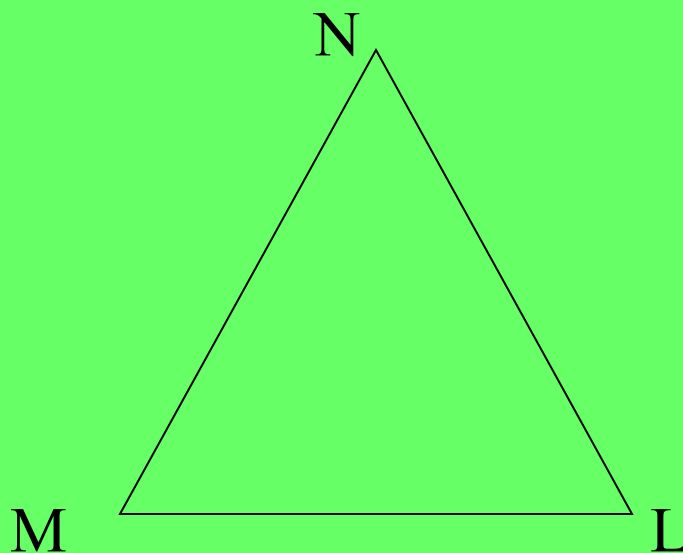


Рис.3

4). На рис.4 изображён параллелограмм MNKE. Найти:

♦ $\vec{MN} + \vec{ME}$

♦ $\vec{ME} + \vec{EK}$

♦ $\vec{KN} + \vec{KE}$

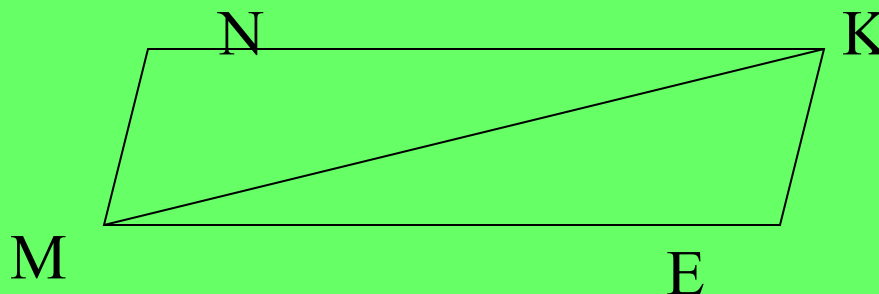
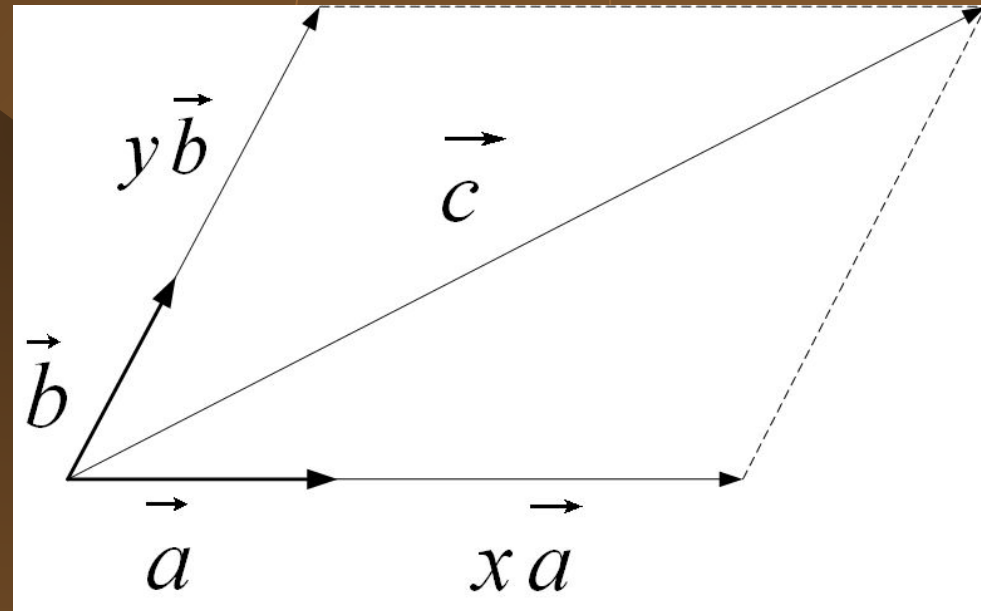


Рис.4

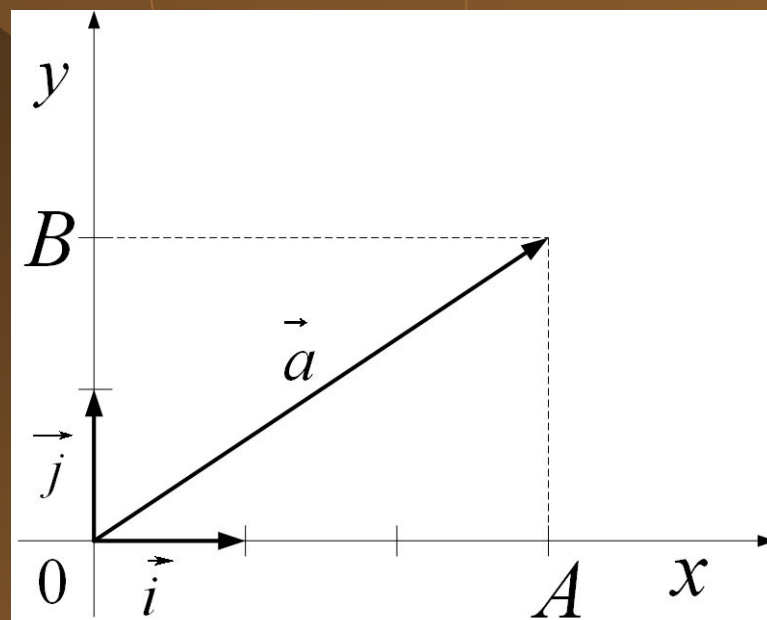
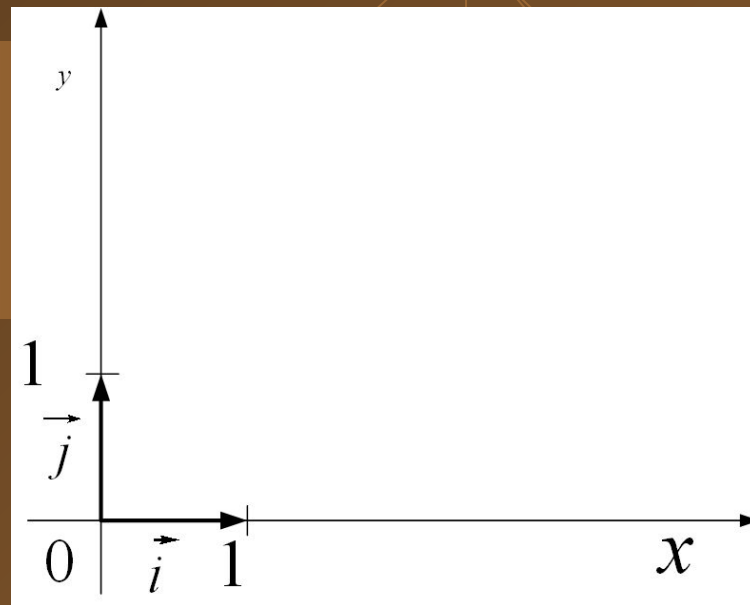
Разложение вектора на плоскости по двум неколлинеарным векторам

- ◆ Если векторы \vec{a} и \vec{b} коллинеарны и $\vec{a} \neq 0$, то существует такое число k , что $\vec{b} = k \vec{a}$.
- ◆ Любой вектор можно разложить по двум данным неколлинеарным векторам, причем коэффициенты разложения определяются единственным образом.
- ◆ $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, где x и y коэффициенты разложения.



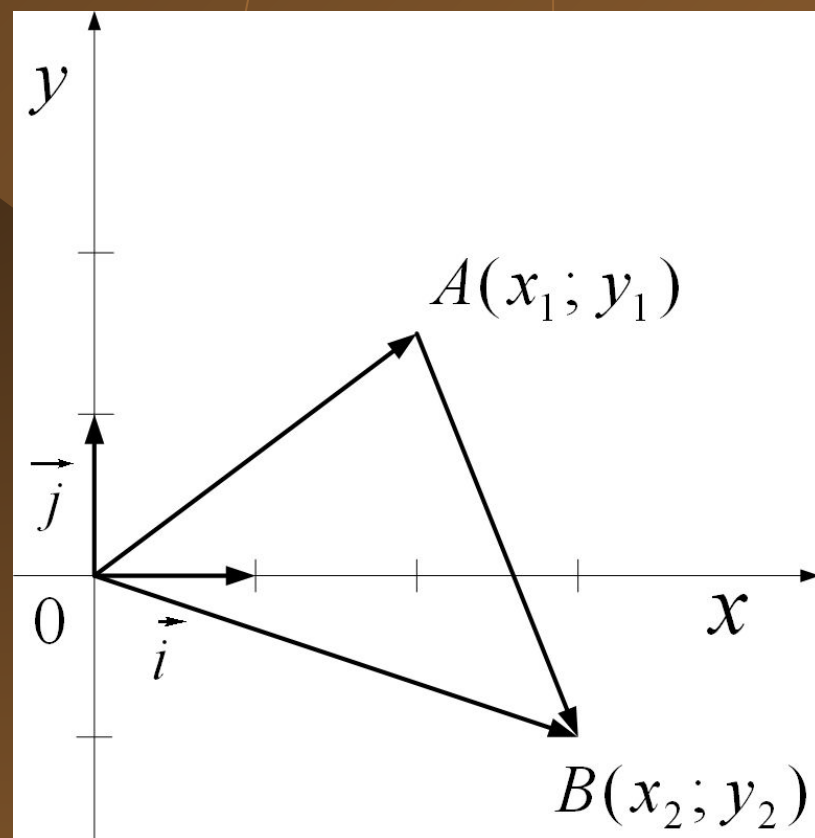
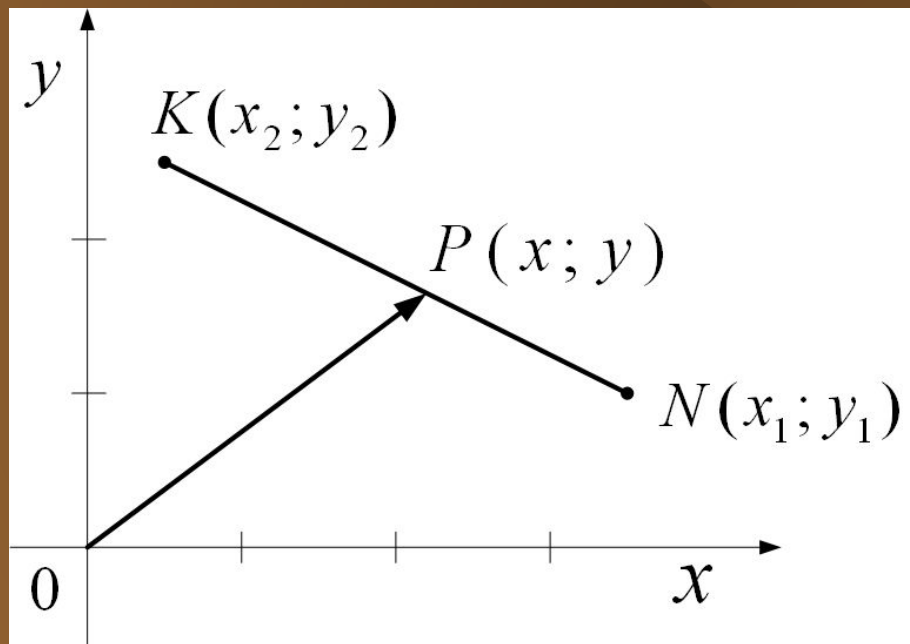
Координаты вектора

- ◆ Разложение вектора по координатным векторам. Координатные векторы направлены вдоль осей координат. Длины этих векторов равны 1
Обозначения: $\vec{i}(1;0)$, $\vec{j}(0;1)$
Любой вектор \vec{a} можно разложить единственным образом по координатным векторам: $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j}$
 $\vec{a}\{x;y\}$ – координаты вектора \vec{a}



Простейшие задачи в координатах:

- ◆ 1. Координаты середины отрезка
- ◆ 2. Вычисление длины вектора по его координатам.
- ◆ 3. Расстояние между двумя точками.



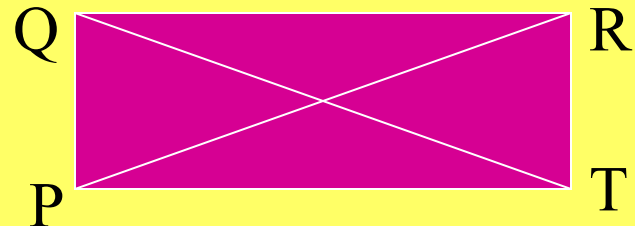
ПРОВЕРЬ СЕБЯ!

1). Верно ли утверждение:

- ◆ а) Если $\vec{a} = \vec{b}$, то $\vec{a} \parallel \vec{b}$
- ◆ б) Если $\vec{a} = \vec{b}$, то \vec{a} и \vec{b} коллинеарны
- ◆ в) Если $\vec{a} = \vec{b}$, то $\vec{a} \perp \vec{b}$
- ◆ г) Если $\vec{a} \parallel \vec{b}$, то $\vec{a} = \vec{b}$

2). Дан прямоугольник PQRT. Найти:

- ◆ а) $\vec{PQ} + \vec{QR}$
- ◆ б) $\vec{PT} - \vec{PQ}$
- ◆ в) $\vec{RT} + \vec{RQ}$



ПРОВЕРЬ СЕБЯ!

3) Найдите вектор x из условия:

$$\vec{EF} - \vec{LM} - \vec{EL} + \vec{x} = \vec{MK}$$

4) Выпишите координаты вектора \vec{c} , если его разложение по координатным векторам имеет вид $\vec{c} = -6\vec{i} + 2\vec{j}$

5) Дано $\vec{a}\{-2;4\}$, $\vec{d}\{3;-1\}$. Найдите координаты вектора $\vec{k} = 2\vec{a} - \vec{d}$

6) \vec{OA} - радиус-вектор точки A , $\vec{OA}\{-5;4\}$. Какие координаты имеет точка A ?

7) Найти координаты вектора \vec{RT} ? Если $R(-1;5)$, $T(6;2)$.

8) Найдите длину вектора $\vec{s}\{3;4\}$

ПРАВИЛЬНЫЕ

ОТВЕТЫ

- | | | | |
|----------|-----------------------------|---------------------------------|----------------------------------|
| 1. а) да | 2. а) \overrightarrow{PR} | 3. FK | 6. A(-6;4) |
| б) да | б) \overrightarrow{QT} | 4. $\overrightarrow{c}\{-6;2\}$ | 7. $\overrightarrow{RT}\{7;-3\}$ |
| в) нет | в) \overrightarrow{RP} | 5. $\overrightarrow{k}\{-7;9\}$ | 8. $ \overrightarrow{s} =5$ |
| г) нет | | | |

ОЦЕНИ СЕБЯ!

Число верных ответов	оценка
-------------------------	--------

11	5
----	---

9-10	4
------	---

8	3
---	---

7	3
---	---