

Геометрия  
9 класс

**ВЕКТОРЫ**  
(Обобщающий урок)

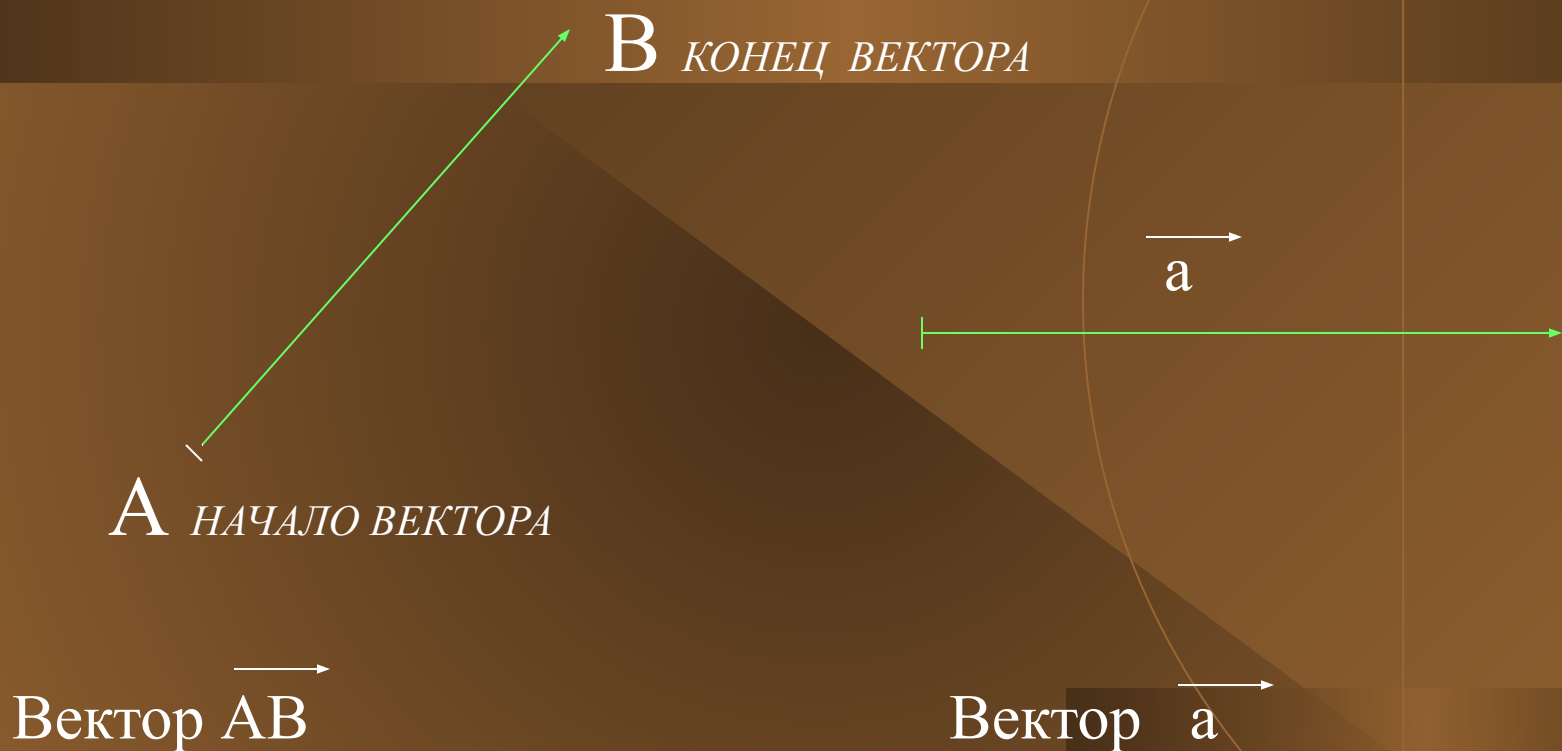
# Понятие вектора

- ◆ Многие физические величины, характеризуются не только своим числовым значением, но и направлением в пространстве.
- ◆ Такие физические величины называются **ВЕКТОРАМИ**.
- ◆ Проверь себя! Какие из данных величин являются векторными: вес, сила, отрезок, ускорение, скорость, масса ?

# История

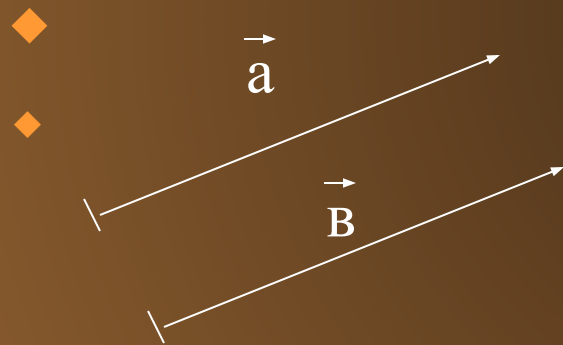
- ◆ В 19 веке параллельно с теорией систем линейных уравнений развивалась теория векторов. Направленные отрезки использовал **Жан Робер АРГАН (Argand, 1768-1822, швейцарский математик)**, ввел термин «модуль комплексного числа» (1814-1815) в работе «Опыт некоторого представления мнимых величин...», опубликованной в 1806 году. Эти отрезки Арган обозначал символами  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ .
- ◆ Одним из основателей теории векторов считается **Август Фердинанд Мебиус (1790-1868, немецкий математик)**, он обозначал отрезок с началом в точке  $A$  и концом в точке  $B$  символом  $\overrightarrow{AB}$ .
- ◆ Термин «вектор» ввел **Вильям Роуэн Гамильтон (1805-1865, директор астрономической обсерватории Дублинского университета и президент Ирландской Академии наук)** приблизительно в 1845 году. Он же определил скалярное и векторное произведения векторов в 1853 году. Символ  $[\vec{a}, \vec{b}]$  для обозначения векторного произведения ввел немецкий математик и физик **Герман Грасман (1809-1877)**.
- ◆ В 1903 году **О.Хенричи** предложил обозначать скалярное произведение символом  $(\vec{a}, \vec{b})$ .

◆ **ВЕКТОР** - НАПРАВЛЕННЫЙ ОТРЕЗОК.



# Равенство векторов

- ◆ **ВЕКТОРЫ** называются **равными**, если они сонаправлены и их длины равны. .



$\vec{a} = \vec{b}$ , если  $\vec{a} \parallel \vec{b}$  и  $|\vec{a}| = |\vec{b}|$  .

# Длина вектора

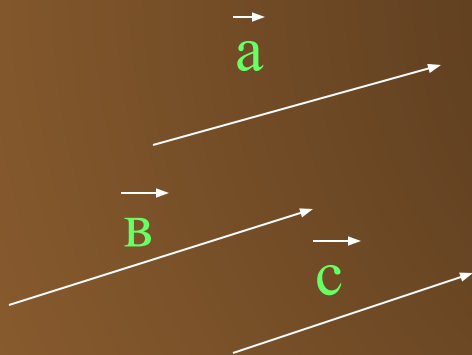
Длиной или модулем ненулевого вектора  $\vec{AB}$  называется длина отрезка  $AB$

.Обозначается длина вектора  $\vec{AB}$  (вектора  $\vec{a}$ ) так :

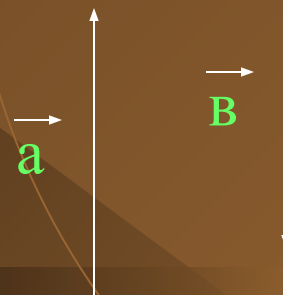
$$|\vec{AB}| \text{ (} |\vec{a}| \text{)}.$$

Длина нулевого вектора равна нулю:  $|\vec{0}| = 0$

◆ **СОНАПРАВЛЕННЫЕ  
ВЕКТОРЫ**

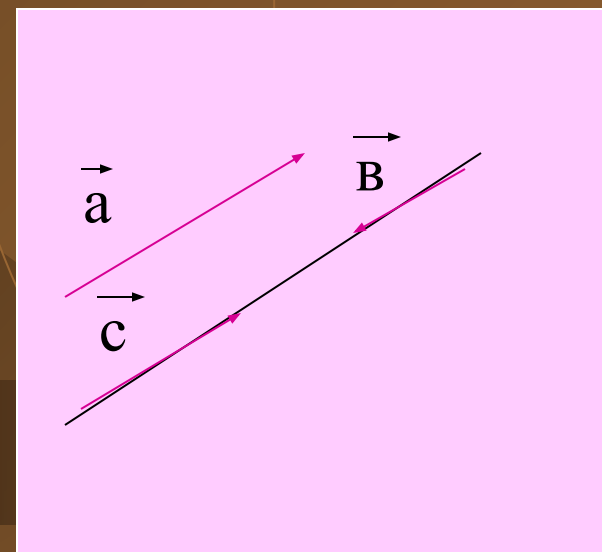


**ПРОТИВОПОЛОЖНО  
НАПРАВЛЕННЫЕ  
ВЕКТОРЫ**



# КОЛЛИНЕАРНЫЕ ВЕКТОРЫ

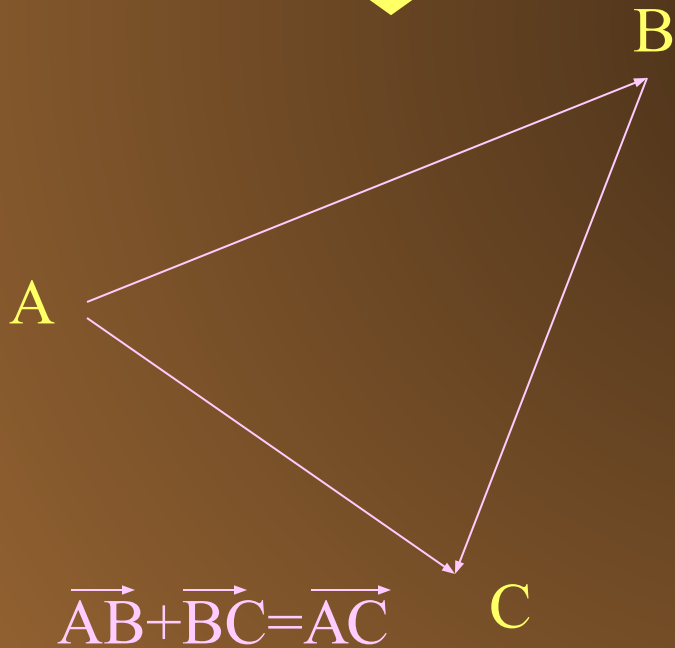
- ◆ Ненулевые векторы называются **коллинеарными**, если они лежат либо на одной прямой, либо на параллельных прямых.



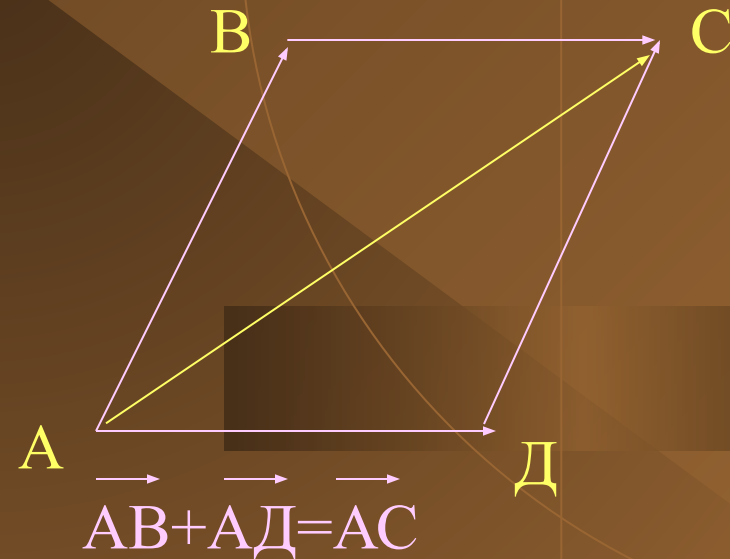


# СЛОЖЕНИЕ ВЕКТОРОВ

- ◆ ПРАВИЛО ТРЕУГОЛЬНИКА



- ◆ ПРАВИЛО ПАРАЛЛЕЛОГРАММА



# ЗАКОНЫ СЛОЖЕНИЯ ВЕКТОРОВ

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$$

переместительный

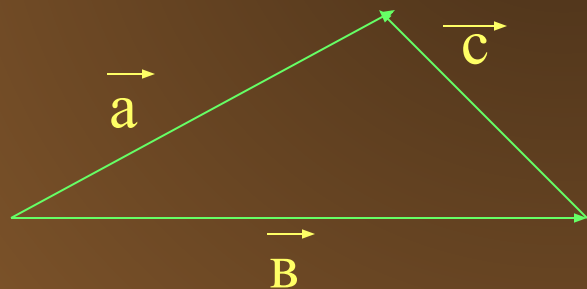
$$(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$$

сочетательный

$$\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}$$

# ВЫЧИТАНИЕ ВЕКТОРОВ

- ◆ Разностью векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  называется такой вектор, сумма которого с вектором  $\vec{b}$  равна вектору  $\vec{a}$ .



$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{c}$$

$$\vec{b} + \vec{c} = \vec{a}$$

# ЗАКРЕПЛЕНИЕ ИЗУЧЕННОГО

## ЗАДАНИЯ (устно)

1). Укажите на рисунке 1:

- а) сонаправленные векторы
- б) противоположно направленные векторы

в) равные векторы

2). Укажите на рисунке 2:

а) пары коллинеарных векторов

б) векторы, длины которых равны (трапеция равнобедренная)

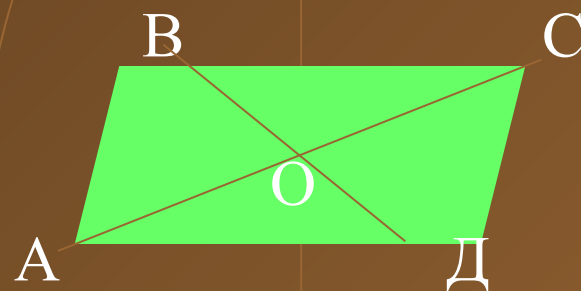


Рис. 1

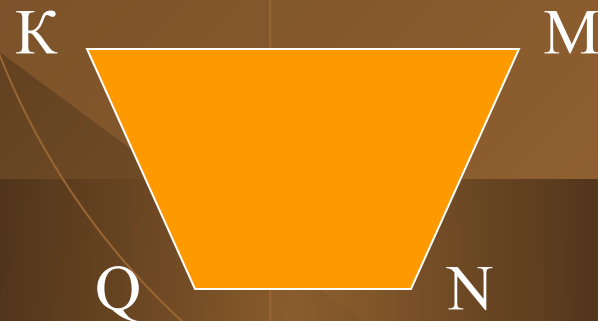


Рис. 2

3). На рис. 3 изображён треугольник MNL  
Найти:

♦ а)  $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NL}$

♦ б)  $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{ML}$

♦ в)  $\overrightarrow{ML} - \overrightarrow{MN}$

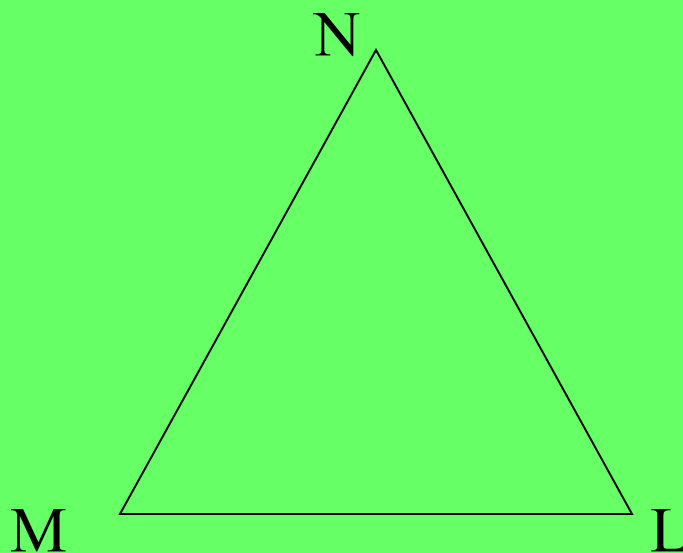


Рис.3

4). На рис.4 изображён параллелограмм MNKE. Найти:

♦  $\vec{MN} + \vec{ME}$

♦  $\vec{ME} + \vec{EK}$

♦  $\vec{KN} + \vec{KE}$

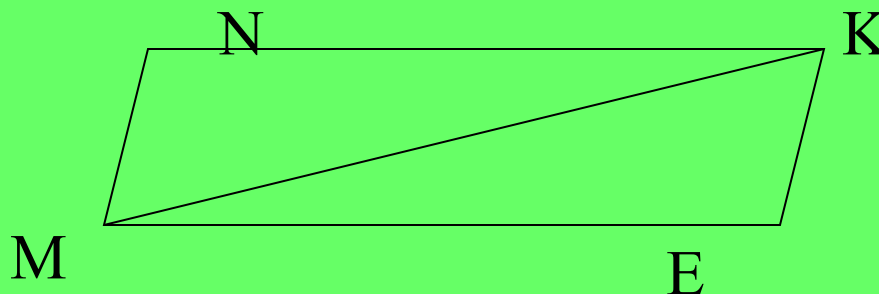
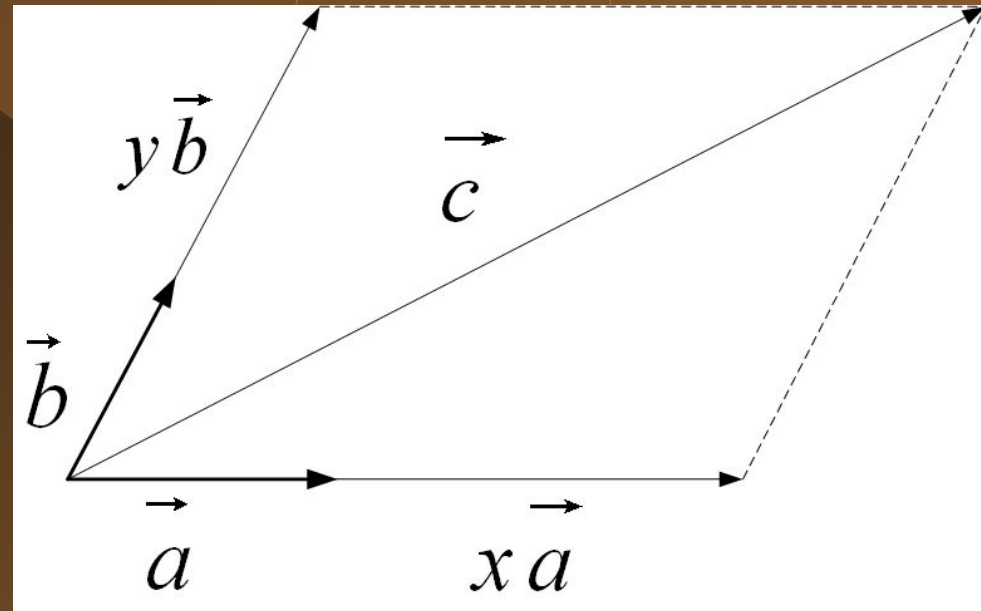


Рис.4

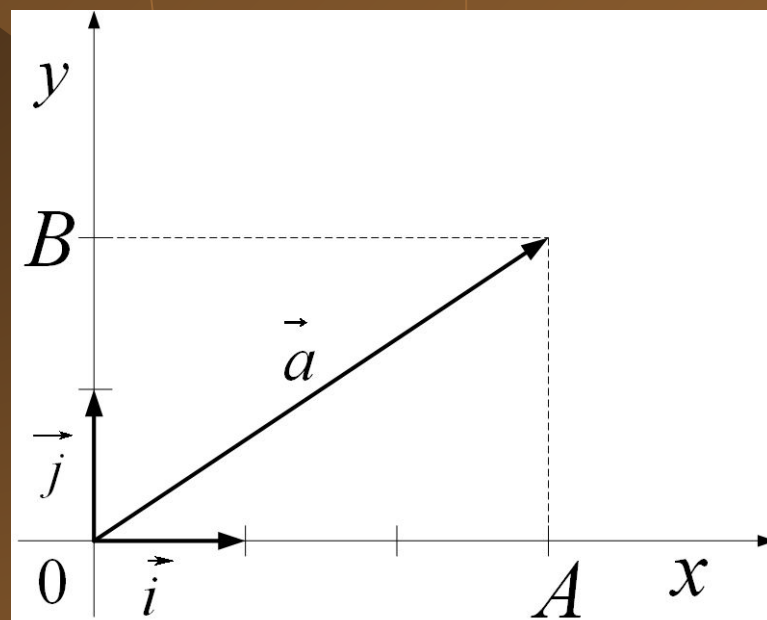
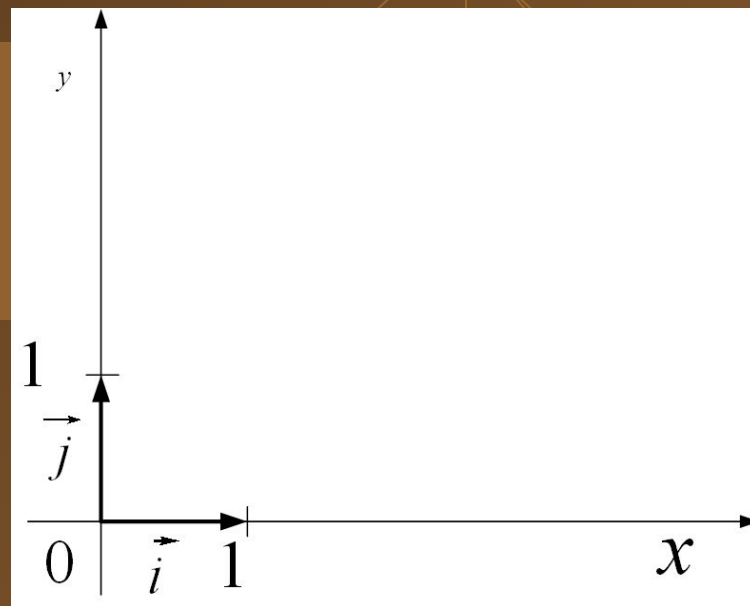
# Разложение вектора на плоскости по двум неколлинеарным векторам

- ◆ Если векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  коллинеарны и  $\vec{a} \neq 0$ , то существует такое число  $k$ , что  $\vec{b} = k \vec{a}$ .
- ◆ Любой вектор можно разложить по двум данным неколлинеарным векторам, причем коэффициенты разложения определяются единственным образом.
- ◆  $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$ , где  $x$  и  $y$  коэффициенты разложения.



# Координаты вектора

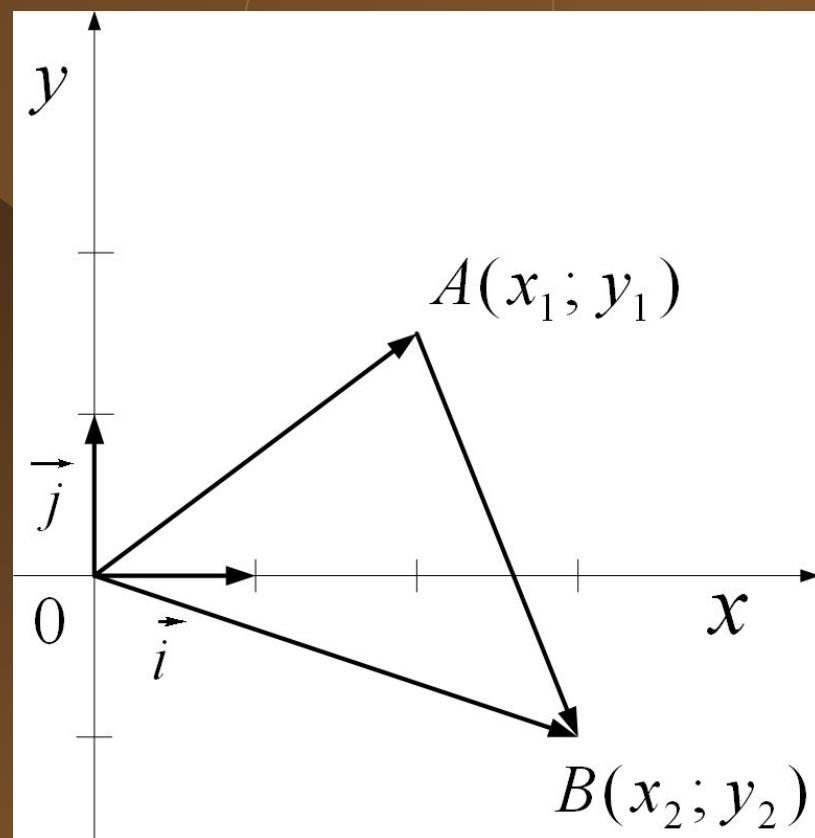
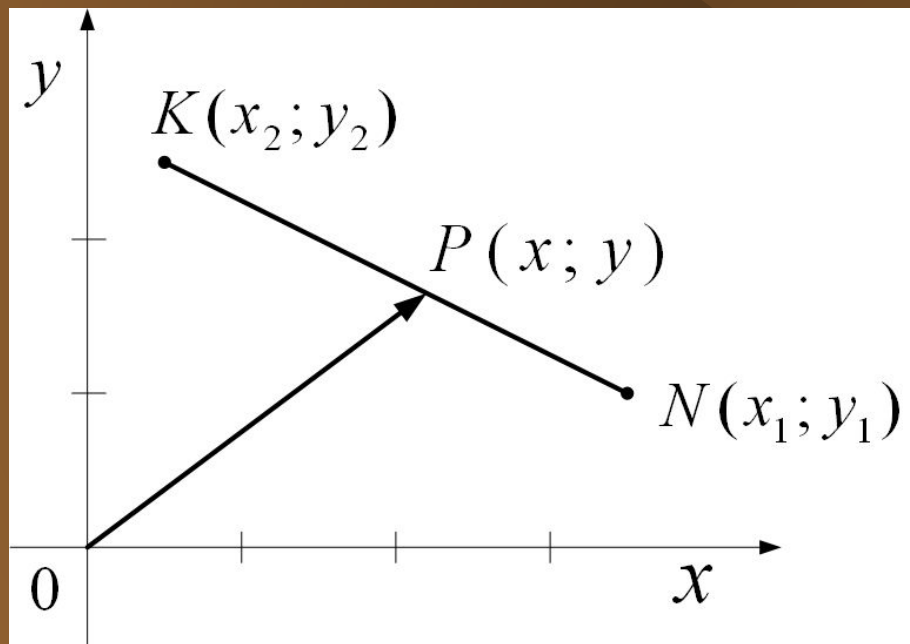
- ◆ Разложение вектора по координатным векторам. Координатные векторы направлены вдоль осей координат. Длины этих векторов равны 1  
Обозначения:  $\vec{i}(1;0)$ ,  $\vec{j}(0;1)$   
Любой вектор  $\vec{a}$  можно разложить единственным образом по координатным векторам:  $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j}$   
 $\vec{a}\{x;y\}$  – координаты вектора  $\vec{a}$





# Простейшие задачи в координатах:

- ◆ 1. Координаты середины отрезка
- ◆ 2. Вычисление длины вектора по его координатам.
- ◆ 3. Расстояние между двумя точками.



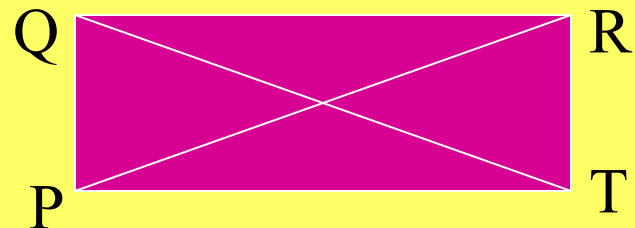
# ПРОВЕРЬ СЕБЯ!

## 1). Верно ли утверждение:

- ◆ а) Если  $\vec{a} = \vec{b}$ , то  $\vec{a} \parallel \vec{b}$
- ◆ б) Если  $\vec{a} = \vec{b}$ , то  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  коллинеарны
- ◆ в) Если  $\vec{a} = \vec{b}$ , то  $\vec{a} \perp \vec{b}$
- ◆ г) Если  $\vec{a} \parallel \vec{b}$ , то  $\vec{a} = \vec{b}$

## 2). Дан прямоугольник PQRT. Найти:

- ◆ а)  $\vec{PQ} + \vec{QR}$
- ◆ б)  $\vec{PT} - \vec{PQ}$
- ◆ в)  $\vec{RT} + \vec{RQ}$



# ПРОВЕРЬ СЕБЯ!

3) Найдите вектор  $x$  из условия:

$$\vec{EF} - \vec{LM} - \vec{EL} + \vec{x} = \vec{MK}$$

4) Выпишите координаты вектора  $\vec{c}$ , если его разложение по координатным векторам имеет вид  $\vec{c} = -6\vec{i} + 2\vec{j}$

5) Дано  $\vec{a}\{-2;4\}$ ,  $\vec{d}\{3;-1\}$ . Найдите координаты вектора  $\vec{k} = 2\vec{a} - \vec{d}$

6)  $\vec{OA}$  - радиус-вектор точки  $A$ ,  $\vec{OA}\{-5;4\}$ . Какие координаты имеет точка  $A$ ?

7) Найти координаты вектора  $\vec{RT}$ ? Если  $R(-1;5)$ ,  $T(6;2)$ .

8) Найдите длину вектора  $\vec{s}\{3;4\}$

# ПРАВИЛЬНЫЕ

# ОТВЕТЫ

- |          |                             |                                 |                                  |
|----------|-----------------------------|---------------------------------|----------------------------------|
| 1. а) да | 2. а) $\overrightarrow{PR}$ | 3. FK                           | 6. A(-6;4)                       |
| б) да    | б) $\overrightarrow{QT}$    | 4. $\overrightarrow{c}\{-6;2\}$ | 7. $\overrightarrow{RT}\{7;-3\}$ |
| в) нет   | в) $\overrightarrow{RP}$    | 5. $\overrightarrow{k}\{-7;9\}$ | 8. $ \overrightarrow{s} =5$      |
| г) нет   |                             |                                 |                                  |

# ОЦЕНИ СЕБЯ!

Число верных ответов	оценка
-------------------------	--------

11

5

9-10

4

8

3

7

3