

ГЕОМЕТРИЯ ПЧЕЛИНЫХ СОТ



ЦЕЛЬ ПРОЕКТА:

- Рассмотреть связь между математикой и окружающей жизнью
- Установить зависимость между стороной правильного многоугольника и его площадью и периметром.

ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОУГОЛЬНИКИ В ПРИРОДЕ



- Правильные многоугольники встречаются в природе. Один из примеров – пчелиные соты, которые представляют собой многоугольник покрытый правильными шестиугольниками. На этих шестиугольниках пчёлы выращивают из воска ячейки. В них пчёлы и откладывают мёд, а за тем снова покрывают сплошным прямоугольником из воска.

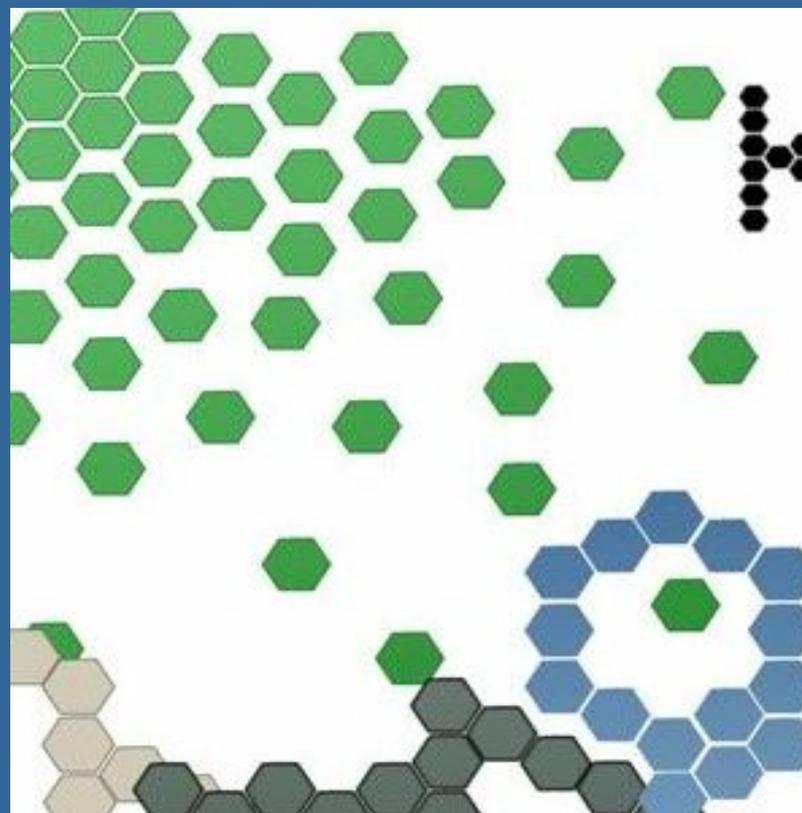
«Далее этой ступени совершенства в архитектуре естественный отбор не мог вести, потому что соты пчёл абсолютно совершенны с точки зрения экономии труда и воска»

Ч. Дарвин



Задача №1

Пчелиные соты представляют собой прямоугольник, покрытый правильными шестиугольниками. Найти какими ещё правильными многоугольниками можно покрыть плоскость.



Метод уравнений

- *Предположим, что плоскость покрыта правильными n -треугольниками, причём каждая вершина является общей для X таких многоугольников, α – внутренний угол правильного многоугольника, равный*
- *$\alpha = 180^\circ(n-2) : n$, тогда $180^\circ(n-2)x : n = 360^\circ$*
- *Учитывая, что X – целое, получаем $n = 3, 4, 6$.*
- *Итак, плоскость можно покрыть треугольниками, квадратами и правильными шестиугольниками.*

Метод перебора.

- *$n=3$. Три угла, плотно составленные, составляют 180° , шесть углов - 360° . Плоскость покрыта без просветов.*
- *$n=4$. Четыре внутренних угла вместе дают 360° , плоскость покрыта без просветов.*
- *$n=5$. Внутренний угол правильного многоугольника равен 108° , остаётся просвет в 36° . Плоскость без просветов не покрывается.*
- *$n=6$. Внутренний угол правильного шестиугольника равен 120° , три шестиугольника, составленные вместе, образуют 360° . Плоскость покрывается без просветов.*
- *Метод перебора можно продолжать и дальше, итогом будет служить вывод, чтобы без просветов плоскость можно покрыть лишь правильными треугольниками, квадратами, правильными шестиугольниками.*

«Странные общественные привычки и геометрические дарования пчёл не могли не привлечь внимания и не вызвать восхищения людей, наблюдавших их жизнь и использовавших плоды их деятельности»

Г. Вейль

- **Задача №2**
- ***Почему пчёлы выбрали именно шестиугольник?***



Решение

- *Для ответа на этот вопрос нужно сравнить периметры разных многоугольников, имеющих одинаковую площадь. Пусть даны правильный треугольник, квадрат и правильный шестиугольник. У какого из этих многоугольников наименьший периметр?*
- *Пусть S - площадь каждой из названных фигур, сторона соответствующего правильного n -угольника.*
- *Для сравнения периметров запишем их соотношение*
$$P_3 : P_4 : P_6 = 1 : 0,877 : 0,816$$
- *Мы видим, что из трёх правильных многоугольников с одинаковой площадью наименьший периметр имеет правильный шестиугольник. Стало быть, мудрые пчёлы, экономят воск и время для построения сот.*

Некоторые итоги

- *На этом математические секреты пчёл не заканчиваются. Интересно и дальше исследовать строение пчелиных сот. Расчётливые пчёлы заполняют пространство так, что не остаётся просветов, экономя при этом 2% воска. Как не согласиться с мнением Пчелы из сказки «Тысяча и одна ночь»: «Мой дом построен по законам самой строгой архитектуры. Сам Евклид мог бы поучиться, познавая геометрию моих сот». Так с помощью геометрии мы прикоснулись к тайне математических шедевров из воска, ещё раз убедившись во всесторонней эффективности математики.*