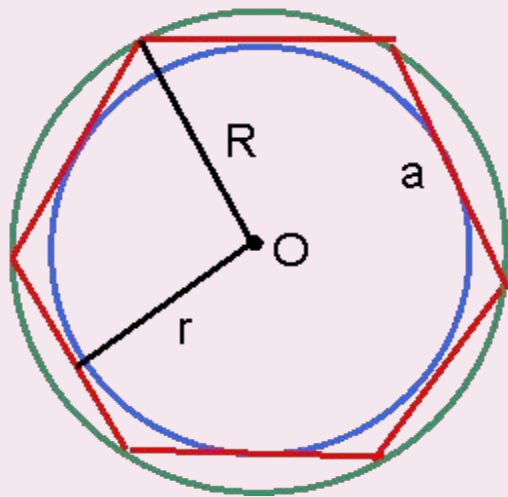


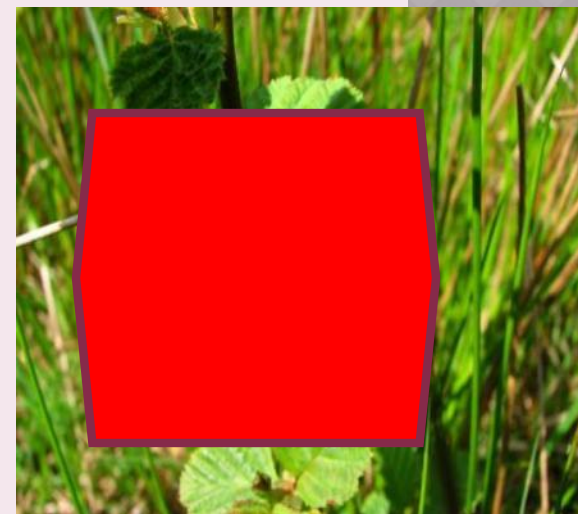
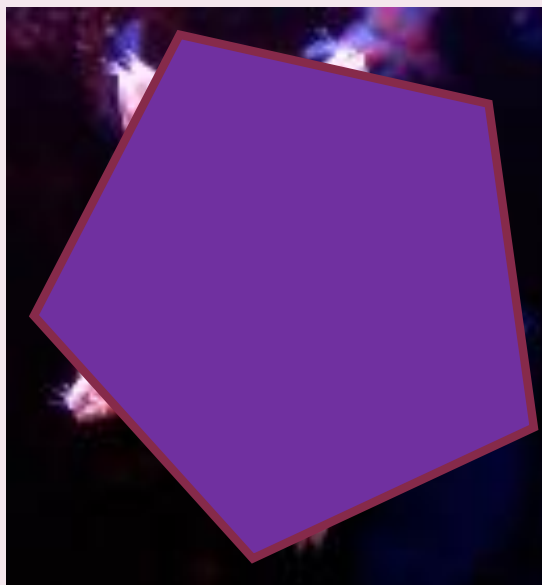
ЭТИ УДИВИТЕЛЬНЫЕ ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОУГОЛЬНИКИ



Автор:

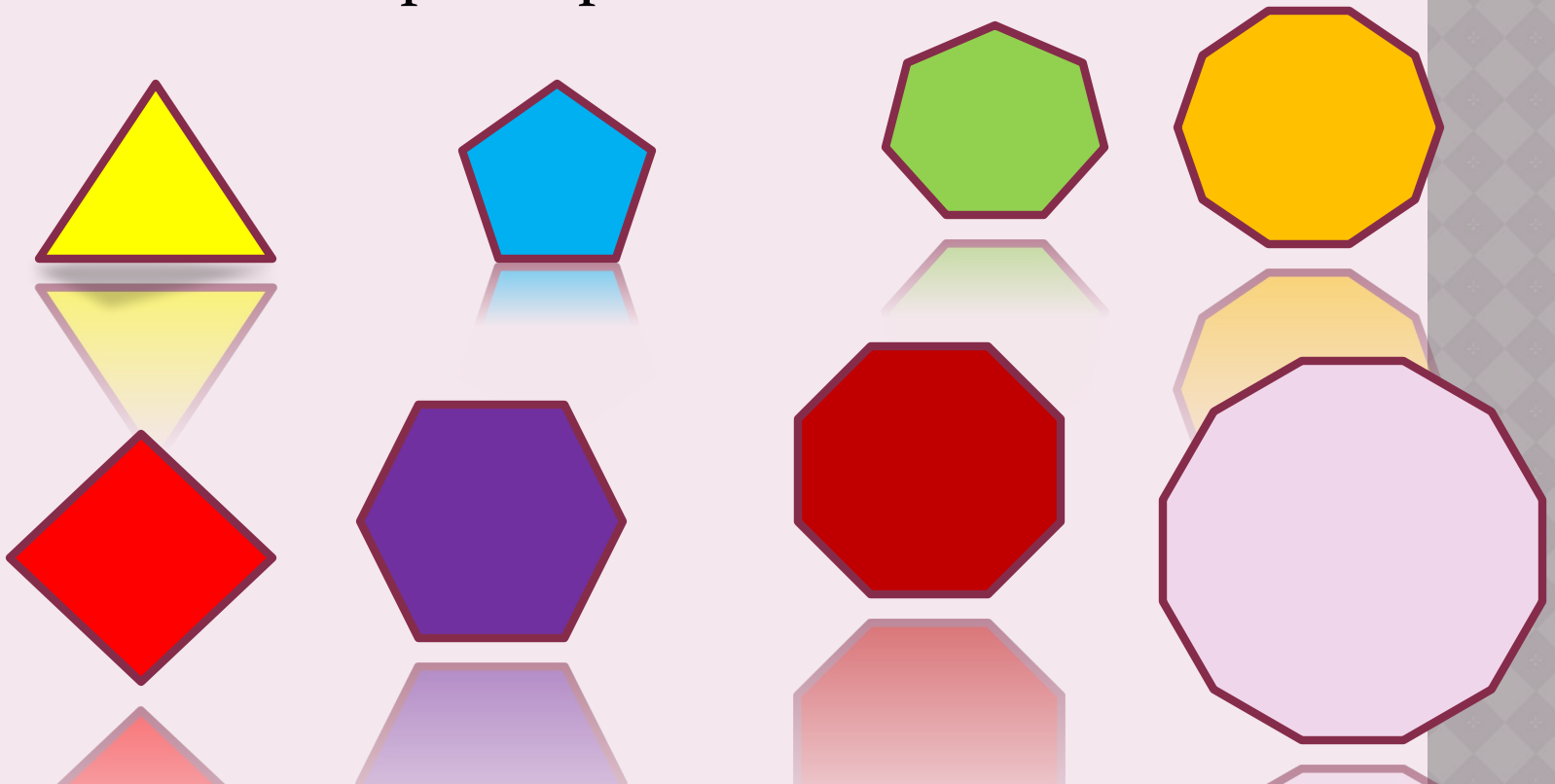
*Зорина Елена Борисовна,
Учитель математики ГБОУ №246
Санкт-Петербург*

ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОУГОЛЬНИКИ-ОДНА ИЗ ЛЮБИМЫХ ФОРМ В ПРИРОДЕ



ПОНЯТИЕ ПРАВИЛЬНОГО МНОГОУГОЛЬНИКА

- Выпуклый многоугольник называется **правильным**, если у него все углы равны и все стороны равны



- Каково бы ни было число n , больше двух, существует правильный n -угольник.
- Возьмем какую-нибудь окружность с центром в точке O и разделим её на n равных дуг. Для этого проведем радиусы OA_1, OA_2, \dots, OA_n этой окружности так, чтобы угол $A_1OA_2 = \text{угол } A_2OA_3 = \dots = \text{угол } A_{n-1}OA_n = \text{угол } A_nOA_1 = 360^\circ/n$ (на рисунке $n=8$).
- Если теперь провести отрезки $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_{n-1}A_n, A_nA_1$, то получим n -угольник $A_1A_2\dots A_n$. Треугольники $A_1OA_2, A_2OA_3, \dots, A_nOA_1$ равны друг другу (**ДОКАЖИТЕ!**),
- поэтому $A_1A_2 = A_2A_3 = \dots = A_{n-1}A_n = A_nA_1$. Отсюда следует, что $A_1A_2\dots A_n$ - правильный n -угольник.

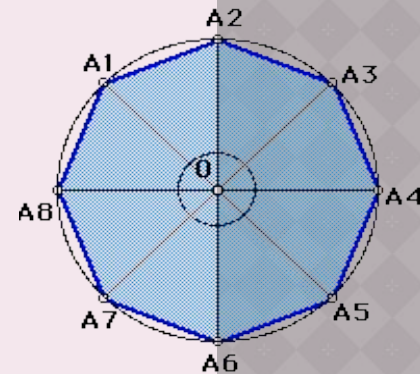
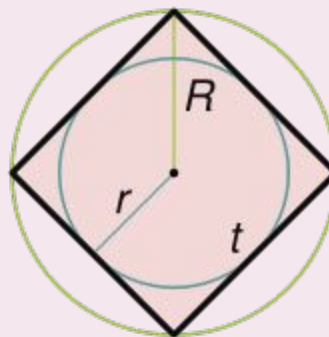
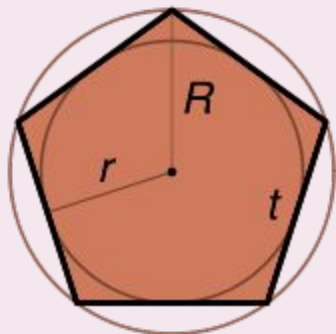
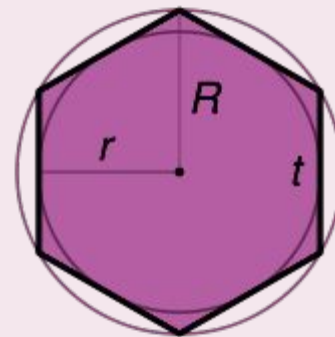
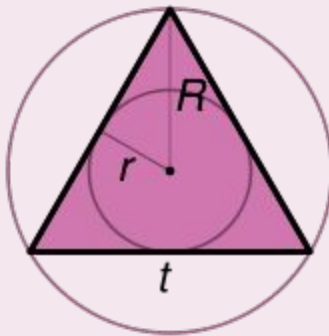
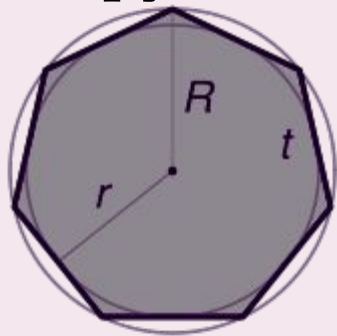


рис. 5

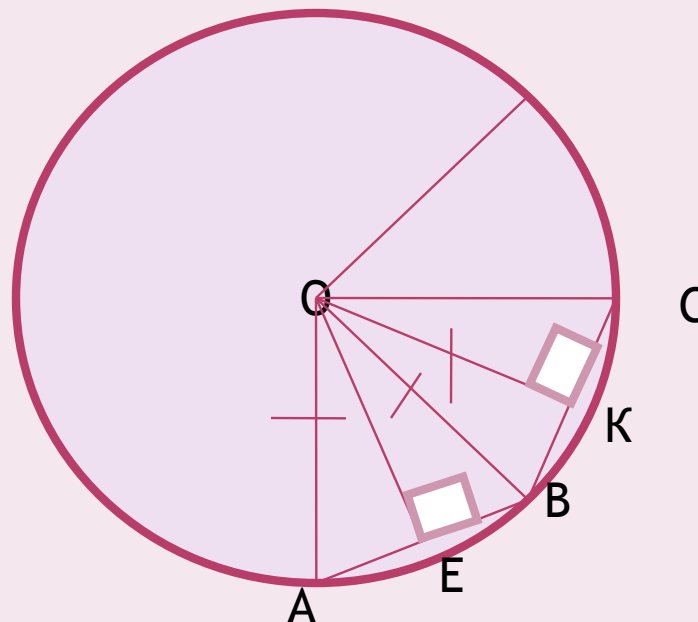
ОСНОВНОЕ СВОЙСТВО ПРАВИЛЬНЫХ МНОГОУГОЛЬНИКОВ

- Правильный многоугольник является **вписанным** в окружность и **описанным** около окружности, причем центры этих окружностей **совпадают**.



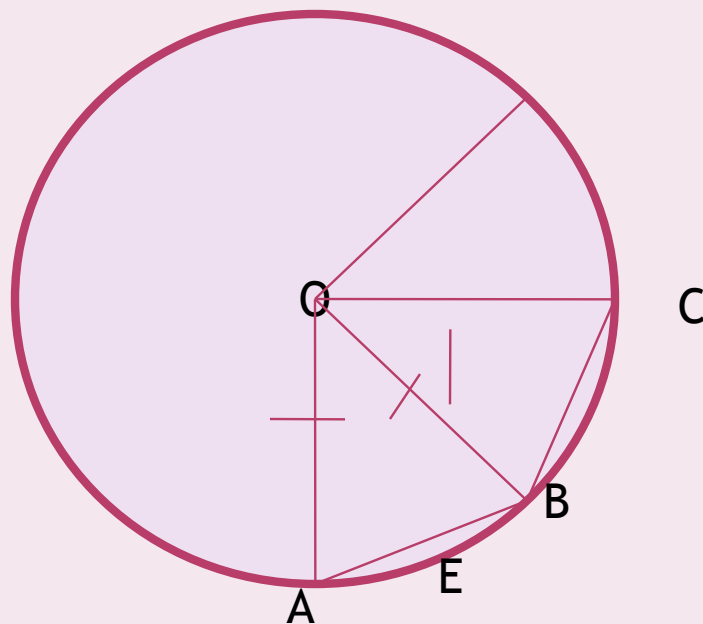
О ЦЕНТРЕ ПРАВИЛЬНОГО МНОГОУГОЛЬНИКА

- В каждом правильном многоугольнике есть точка, **равноудаленная** от всех его вершин и всех его сторон- **центр**.
- **ДОКАЖИТЕ!**



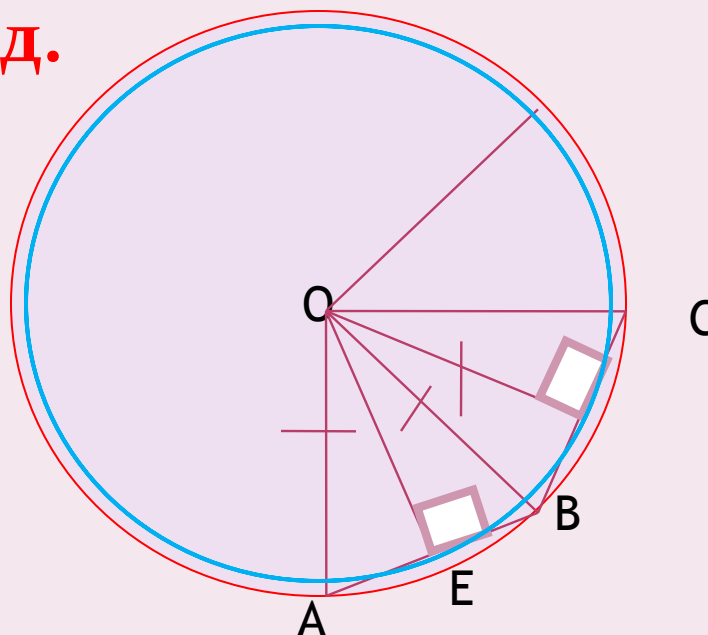
ОКОЛО ЛЮБОГО ПРАВИЛЬНОГО МНОГОУГОЛЬНИКА МОЖНО ОПИСАТЬ ОКРУЖНОСТЬ, ПРИТОМ ТОЛЬКО ОДНУ

- Пусть AO , BO , CO – биссектрисы углов правильного многоугольника
- Рассмотрите треугольники AOB , BOC ,...
- **ДОКАЖИТЕ, что $AO = BO = CO = \dots$ СДЕЛАЙТЕ ВЫВОД.**



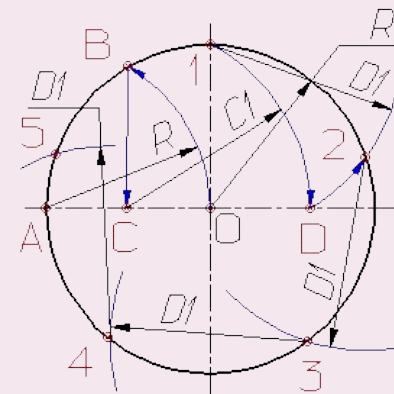
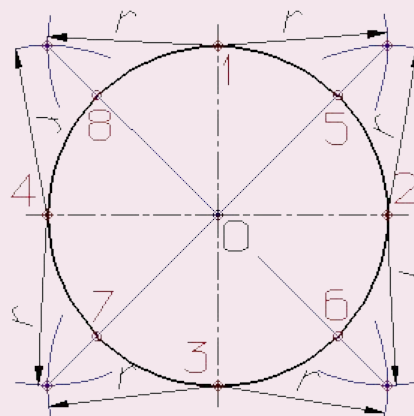
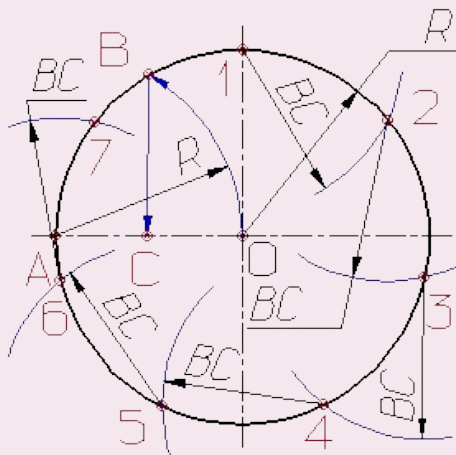
**В ЛЮБОЙ ПРАВИЛЬНЫЙ
МНОГОУГОЛЬНИК МОЖНО ВПИСАТЬ
ОКРУЖНОСТЬ, ПРИТОМ ТОЛЬКО ОДНУ**

- Пусть $ABC\dots$ -правильный многоугольник, O - центр описанной окружности.
- Высоты треугольников AOB , BOC ,... равны между собой. **ДОКАЖИТЕ!**
- **Сделайте вывод.**



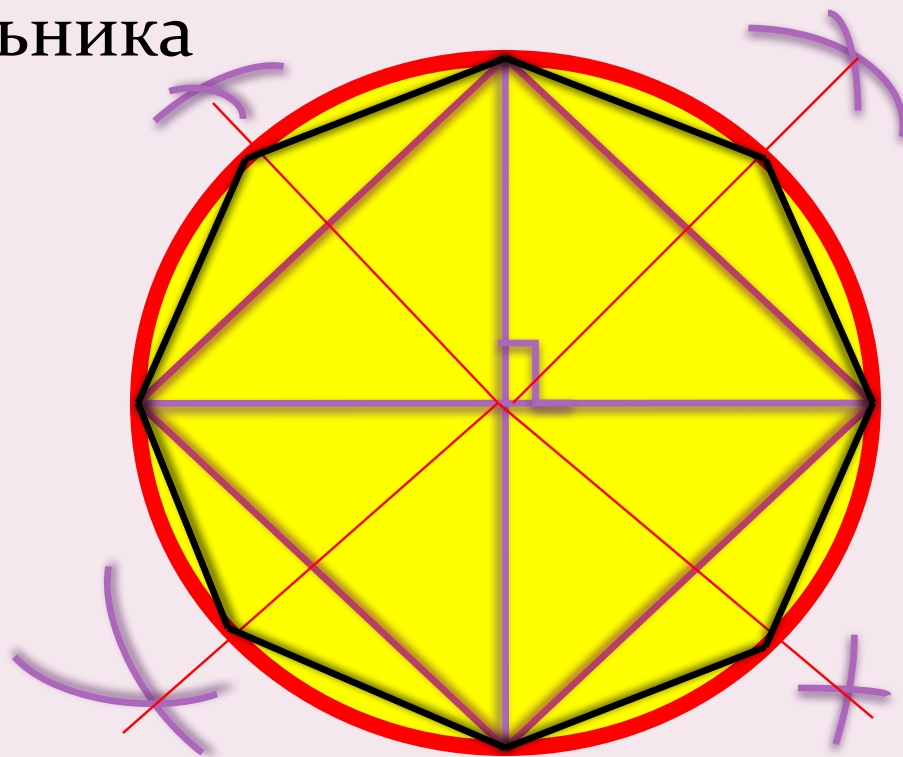
ПОСТРОЕНИЕ ПРАВИЛЬНЫХ МНОГОУГОЛЬНИКОВ- ЭТО ДЕЛЕНИЕ ОКРУЖНОСТИ НА РАВНЫЕ ЧАСТИ

Классическая геометрия признает только
построения при помощи циркуля и линейки

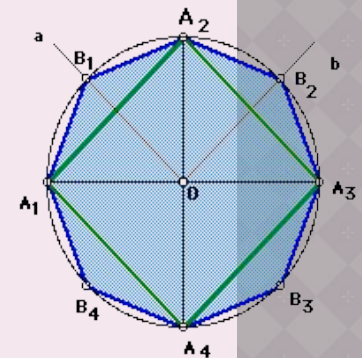


ПОСТРОЕНИЕ ЦИРКУЛЕМ И ЛИНЕЙКОЙ

- Простейшее построение правильного четырехугольника
- Построение правильного восьмиугольника

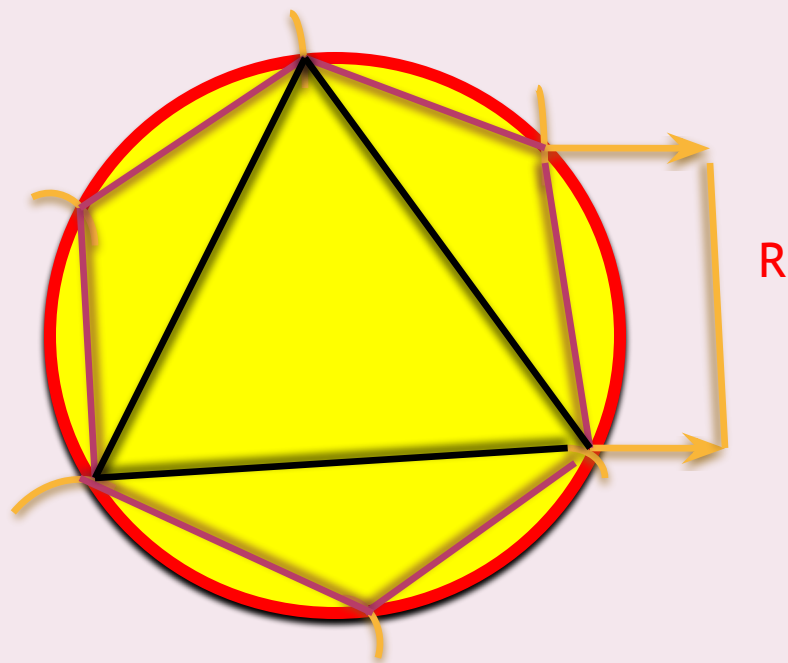


ЕСЛИ ПОСТРОЕН КАКОЙ-НИБУДЬ ПРАВИЛЬНЫЙ N-УГОЛЬНИК, ТО С ПОМОЩЬЮ ЦИРКУЛЯ И ЛИНЕЙКИ МОЖНО ПОСТРОИТЬ ПРАВИЛЬНЫЙ $2N$ -УГОЛЬНИК, $4N$ -УГОЛЬНИК И, ВООБЩЕ, $(2^k * N)$ -УГОЛЬНИК, ГДЕ k - ЛЮБОЕ НАТУРАЛЬНОЕ ЧИСЛО.



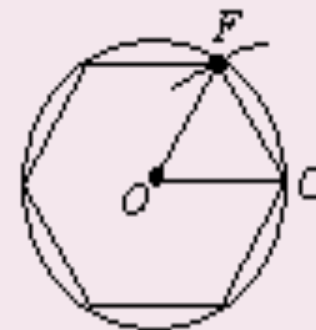
ПОСТРОЕНИЕ ЦИРКУЛЕМ И ЛИНЕЙКОЙ $N/2$ -УГОЛЬНИКА

- Построение правильного шестиугольника
- Построение правильного треугольника



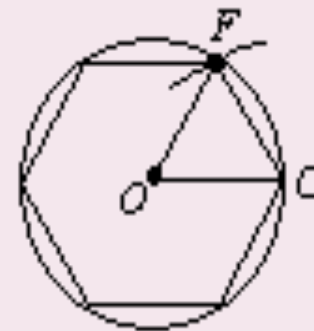
ОБОСНУЙТЕ ШАГИ ПОСТРОЕНИЯ ПРАВИЛЬНОГО 6- УГОЛЬНИКА

Шаги	Обоснование
1. Из точки O проводим любой радиус OC .	
2. Из точки C как из центра радиусом OC опишем дугу, пересекающую окружность в точке F .	
3. Проведем OF и CF .	
4. Треугольник OCF равносторонний.	
5. Углы в треугольнике OCF равны.	
6. Следовательно, угол COF равен $\frac{1}{3}$ развернутого угла, или $\frac{1}{6}$ двух развернутых углов.	
7. Следовательно, дуга CF составляет $\frac{1}{6}$ полной окружности.	
8. Следовательно, хорда CF является стороной правильного шестиугольника.	



ОБОСНОВАНИЕ ПОСТРОЕНИЯ ПРАВИЛЬНОГО 6-УГОЛЬНИКА

Шаги	Обоснование
1. Из точки O проводим любой радиус OC .	Две точки определяют прямую.
2. Из точки C как из центра радиусом OC опишем дугу, пересекающую окружность в точке F .	Построение.
3. Проведем OF и CF .	Две точки определяют прямую.
4. Треугольник OCF равносторонний.	По построению.
5. Углы в треугольнике OCF равны.	По доказанной ранее теореме.
6. Следовательно, угол COF равен $\frac{1}{3}$ развернутого угла, или $\frac{1}{6}$ двух развернутых углов.	Сумма углов треугольника равна развернутому углу.
7. Следовательно, дуга CF составляет $\frac{1}{6}$ полной окружности.	Центральный угол измеряется стягивающей его дугой.
8. Следовательно, хорда CF является стороной правильного шестиугольника.	В одной и той же окружности равные дуги имеют равные хорды.



**Правильные
многоугольники –
воплощение красоты и
изящества. Они
заслуживают
пристального внимания
и изучения.**

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ИСТОЧНИКИ

- 1) Учебник «Геометрия 8-9», автор Александров А.Д. и др., Москва «Просвещение», 1991 год.
- Учебник "Геометрия 7-9", автор Атанасян Л.С. и др., Москва "Просвещение", 2003 год.
- 2) Геометрия . Дополнительные главы к школьному учебнику 9 класса, авторы Атанасян Л.С. и др., Москва, "Просвещение", 1997 год.
- 3) Математика. Энциклопедия для детей, Москва, "Аванта +", 1998 год.
- ru.wikipedia.org/wiki/
- schools.techno.ru/sch758/geometr/prav.htm
- www.mccme.ru/free-books/prasolov/planim/gl6s6.htm
- www.exponenta.ru/educat/class/test/showitem/?item=120
- www.9151394.ru/projects/math/livegeom/o3_2001/4/4.htm