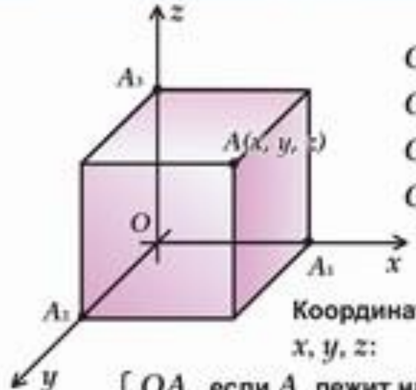
Таблицы геометрия

11 класс

Содержание

ГЕОМЕТРИЯ 11 класс

КООРДИНАТЫ ТОЧКИ И КООРДИНАТЫ ВЕКТОРА В ПРОСТРАНСТВЕ



O – начало координат

Ox – ось абсцисс

Oy – ось ординат

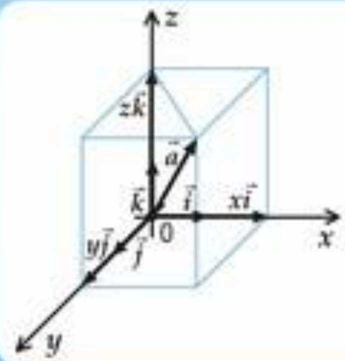
Oz – ось аппликат

Координаты точки A – это тройка чисел x, y, z:

$$x = \begin{cases} OA_1, \text{ если } A_1 \text{ лежит на положительной полуоси } Ox, \\ 0, \text{ если } A_1 = O \\ -OA_1, \text{ если } A_1 \text{ лежит на отрицательной полуоси } Ox \end{cases}$$

$$y = \begin{cases} OA_2, \text{ если } A_2 \text{ лежит на положительной полуоси } Oy, \\ 0, \text{ если } A_2 = O \\ -OA_2, \text{ если } A_2 \text{ лежит на отрицательной полуоси } Oy \end{cases}$$

$$z = \begin{cases} OA_3, \text{ если } A_3 \text{ лежит на положительной полуоси } Oz, \\ 0, \text{ если } A_3 = O \\ -OA_3, \text{ если } A_3 \text{ лежит на отрицательной полуоси } Oz \end{cases}$$



$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – векторы единичной длины.

Для произвольного вектора $\vec{a}$ существует разложение $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

x, y, z – координаты вектора $\vec{a}$: $\vec{a}\{x, y, z\}$

СКАЛЯРНОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ ВЕКТОРОВ В ПРОСТРАНСТВЕ

Скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ – это число, равное произведению их длин на косинус угла между ними:

$\vec{a}\vec{b} = |\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos(\widehat{\vec{a}, \vec{b}})$; **если** $\vec{a} = \vec{b}$, **то** $\vec{a}\cdot\vec{b} = \vec{a}^2$. $\vec{a}^2$ **– скалярный квадрат.**

Если $\vec{a}\{x_1, y_1, z_1\}$; $\vec{b}\{x_2, y_2, z_2\}$,

то $\vec{a}\vec{b} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$

$$\cos(\widehat{\vec{a}, \vec{b}}) = \frac{x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}\sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

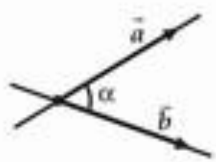
Свойства скалярного произведения:

1) $\vec{a}^2 \geq 0$, $\vec{a}^2 = 0 \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{0}$

2) $\vec{a}\vec{b} = \vec{b}\vec{a}$

3) $(\vec{a} + \vec{b})\,\vec{c} = \vec{a}\vec{c} + \vec{b}\vec{c}$

4) $k(\vec{a}\vec{b}) = (k\vec{a})\vec{b}$



Косинус угла между двумя прямыми с направляющими векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$:

$$\cos\alpha = \frac{\vec{a}\vec{b}}{|\vec{a}|\,|\vec{b}|}$$

спектр

ДВИЖЕНИЕ

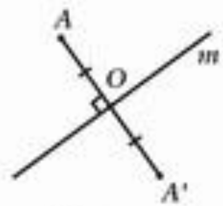
Движение пространства – это такое отображение пространства на себя, при котором сохраняются расстояния между точками.

Примеры движения пространства:

1) Центральная симметрия

$A \to A'$, $OA = OA'$

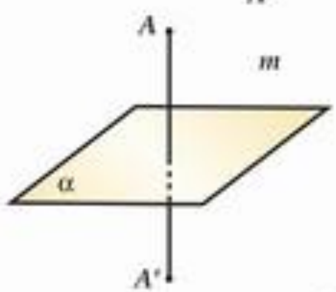
O – центр симметрии



2) Осевая симметрия

m – ось симметрии

$A \to A'$, $OA = OA'$, $AA' \perp m$

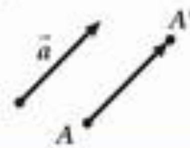


3) Зеркальная симметрия

α – плоскость симметрии

$A \to A'$, $OA = OA'$, $AA' \perp \alpha$

4) Параллельный перенос на вектор $\vec{a}$

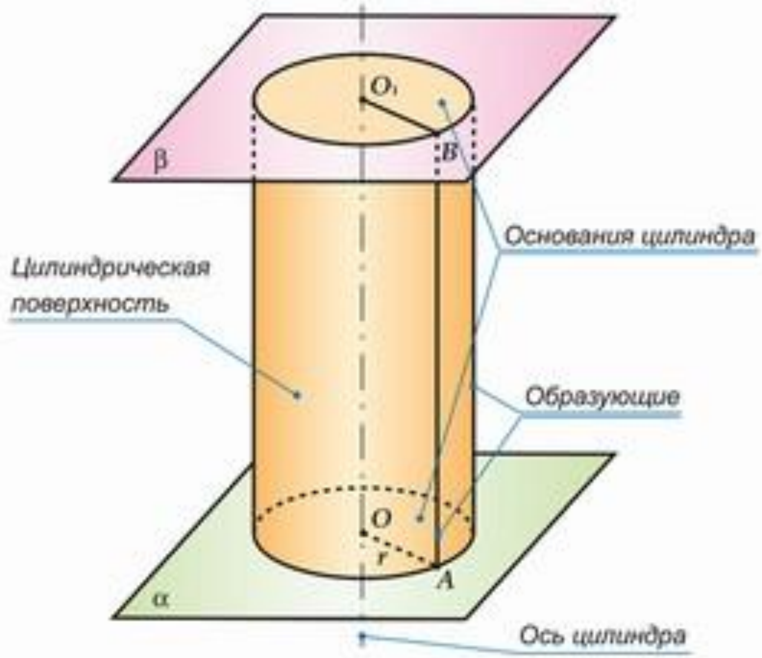


$A \to A'$, $\overline{AA'} = \vec{a}$

спектр

ЦИЛИНДР

Цилиндр – это тело, ограниченное цилиндрической поверхностью и двумя кругами, называемыми основаниями цилиндра. Цилиндр изображен на рисунке.



Площадь боковой поверхности цилиндра:

$S_{бок} = 2\pi rh$ ($h = OO_1$ – высота цилиндра)

Площадь полной поверхности цилиндра:

$S_{пол} = 2\pi r(r + h)$

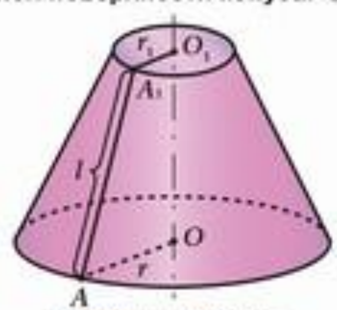
КОНУС

Конус – это тело, ограниченное конической поверхностью и кругом. Конус изображен на рисунке.

Площадь боковой поверхности конуса:

$S_{бок} = \pi r l$, где l – длина образующей

Площадь полной поверхности конуса: $S_{пол} = \pi r(r + l)$



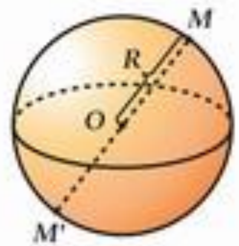
Усеченный конус

Площадь боковой поверхности усеченного конуса:

$S_{бок} = \pi(r + r_1)l$

СФЕРА И ШАР

Сфера – это поверхность, которая состоит из всех точек пространства, равноудаленных от данной точки, называемой центром сферы.



Расстояние от точек сферы до центра сферы называется радиусом сферы R.

Отрезок, соединяющий две точки сферы и проходящий через центр сферы, называется диаметром сферы. Диаметр сферы равен $2R$.

OM – радиус сферы

MM' – диаметр сферы

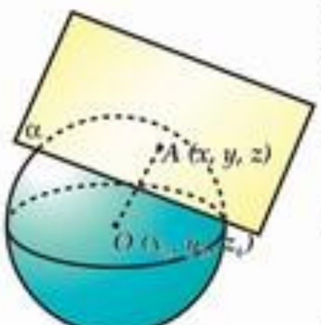
$MM' = 2R$.

M лежит на сфере, если $OM = R$

M лежит вне сферы, если $OM > R$

M лежит внутри сферы, если $OM < R$.

Шар – это тело, ограниченное сферой.



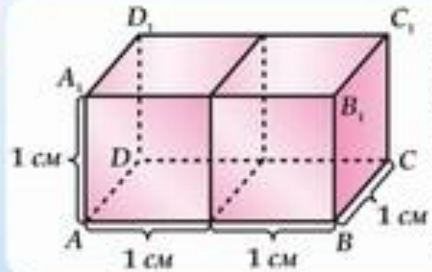
В прямоугольной системе координат уравнение сферы с центром в точке $O\ (x_0,\ y_0,\ z_0)$ и радиусом R имеет следующий вид:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$$

α – касательная плоскость к сфере

A – точка касания сферы и плоскости α: $OA \perp \alpha$

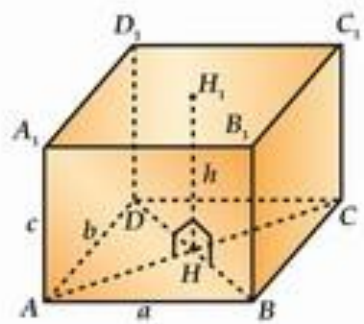
ОБЪЕМ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА



Единица измерения объемов – кубический сантиметр ($см^3$)

Кубический сантиметр – куб с ребром 1 $см$

Объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равен 2 $см^3$

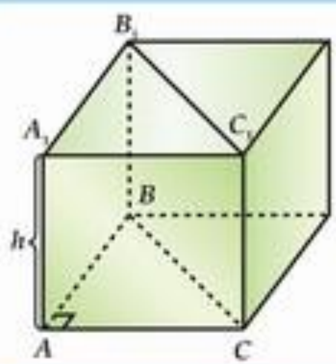


Объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению трех измерений этого параллелепипеда:

$$V = abc$$

Объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению площади основания этого параллелепипеда на его высоту:

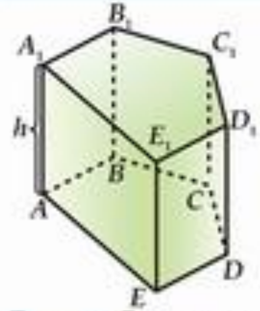
$$V = S_{осн} \cdot h$$



Объем прямой призмы, в основании которой лежит прямоугольный треугольник, равен произведению площади этого треугольника на высоту призмы:

$$V_{ABCA_1B_1C_1} = S_{\triangle ABC} \cdot h$$

ОБЪЕМ ПРЯМОЙ ПРИЗМЫ И ЦИЛИНДРА



Объем прямой призмы равен произведению площади основания этой призмы на ее высоту:

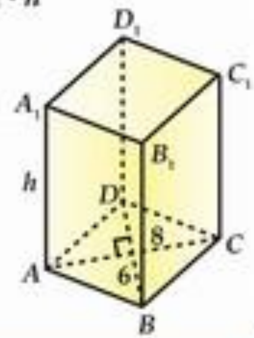
$$V_{ABCDEA_1B_1C_1D_1E_1} = S_{ABCDE} \cdot h$$

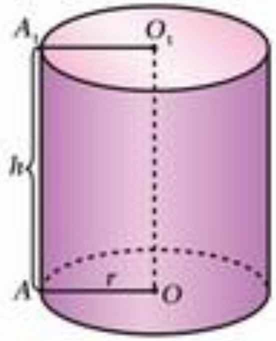
Пример: **В основании прямой призмы - ромб с диагоналями 6 $см$ и 8 $см$. Высота призмы равна 10 $см$.**

Найти: Объем призмы

Решение: $S_{осн} = \dfrac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 = 24$

$V_{ABCDA_1B_1C_1D_1} = S_{осн} \cdot h = 24 \cdot 10 = 240\ (см^3)$





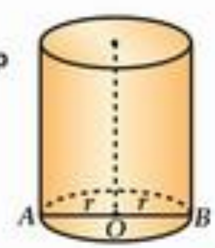
Объем цилиндра равен произведению площади основания цилиндра на высоту:

$$V_{цил} = S \cdot h = \pi r^2 h$$

Пример: **Найти объем цилиндра, если диаметр его основания равен 12 $см$, а высота 6 см.**

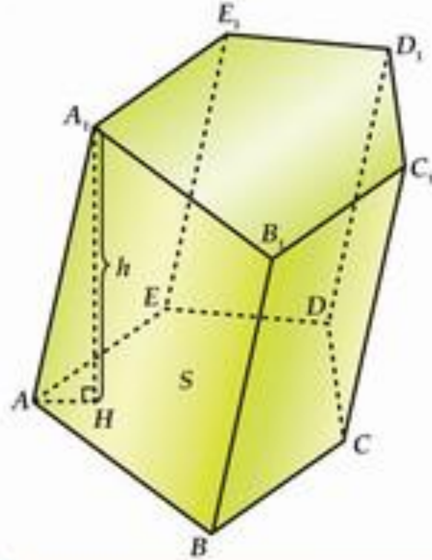
Решение: $V_{цил} = \pi r^2 h = \pi \cdot \left(\dfrac{d}{2}\right)^2 \cdot h =$

$= \pi \cdot \dfrac{d^2}{4} \cdot h = \pi \cdot \dfrac{144}{4} \cdot 6 = 216\pi\ (см^3)$



спектр

ОБЪЕМ НАКЛОННОЙ ПРИЗМЫ



Объем наклонной призмы равен произведению площади основания этой призмы на ее высоту:

$V = S \cdot h$

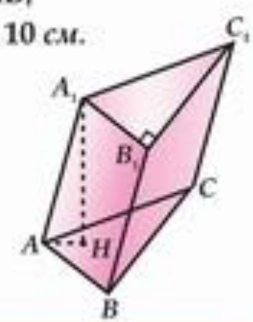
Пример: Найти объем наклонной призмы, в основании которой лежит прямоугольный треугольник с гипотенузой AC, равной 10 $см$, катетом AB, равным 6 $см$, и высота A_1H которой равна 10 $см$.

Решение: Пусть $AB = 6$ $см$.

Тогда $BC = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} =$
$= 8$ $(см)$ по теореме Пифагора.

Тогда : $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 = 24$ $(см^2)$

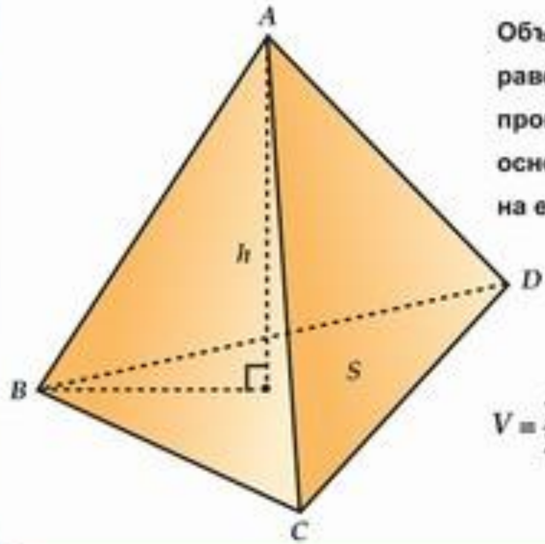
$V_{ABCA_1B_1C_1} = S \cdot h = 24 \cdot 10 = 240$ $(см^3)$



спектр

ГЕОМЕТРИЯ
11 класс

ОБЪЕМ ПИРАМИДЫ



Объем пирамиды равен одной трети произведения площади основания пирамиды на ее высоту:

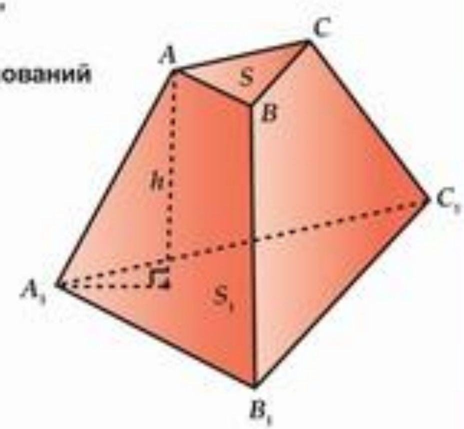
$$V = \frac{1}{3} S_{осн} \cdot h$$

Объем усеченной пирамиды равен:

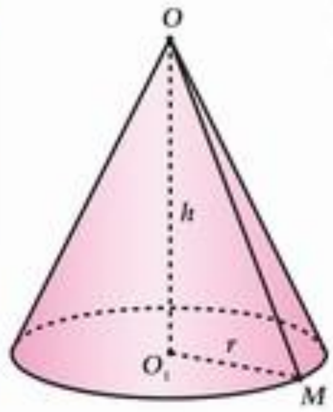
$$V = \frac{1}{3}(S + \sqrt{SS_1} + S_1) \cdot h,$$

где S и S_1 – площади оснований пирамиды,

h – высота пирамиды



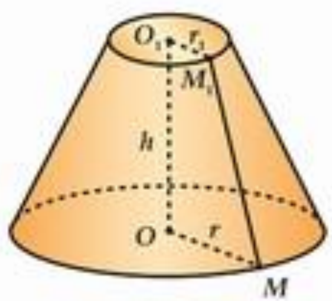
ОБЪЕМ КОНУСА



Объем конуса равен одной трети произведения площади основания конуса на его высоту:

$$V = \frac{1}{3} S \cdot h = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

(r – радиус основания конуса,
h – высота цилиндра)



Объем усеченного конуса равен:

$$V = \frac{1}{3} (S + \sqrt{SS_1} + S_1) \cdot h =$$

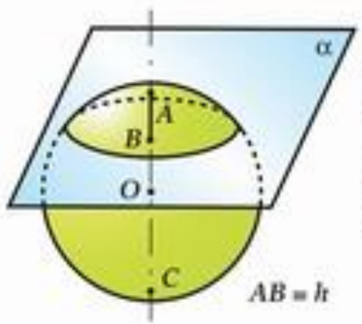
$$= \frac{1}{3} \pi (r^2 + rr_1 + r_1^2) \cdot h,$$

где r и r_1 – радиусы оснований усеченного конуса, а h – высота усеченного конуса

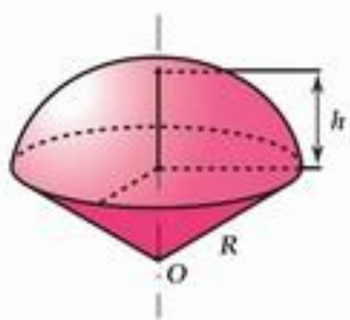
ОБЪЕМ ШАРА И ПЛОЩАДЬ СФЕРЫ

Объем шара радиуса R равен $\frac{4}{3}\pi R^3$.

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$



Объем шарового сегмента равен
$V = \pi h^2 (R - \frac{h}{3})$,
где h – высота шарового сегмента,
R – радиус шара



Объем шарового сектора равен
$V = \frac{2}{3}\pi R^2 h$, R – радиус шара,
h – высота шарового сегмента

Площадь сферы равна $4\pi R^2$,
где R – радиус сферы