

Тема:
История теоремы Пифагора.

Цели:

1. Расширить свои знания по истории математики.
2. Узнать больше информации, легенд, мифов о Пифагоре и его теореме.
3. Ознакомиться с другими способами доказательства теоремы Пифагора.
4. Рассмотреть применение теоремы Пифагора при решении задач из различных разделов геометрии.

План:

1. Введение
2. Биография Пифагора.
3. Пифагор и теория чисел.
4. Из истории теоремы Пифагора.
5. Способы доказательства теоремы Пифагора.
6. Решение задач.
7. Стихи о Пифагоре.
8. Ученические Шаржи.
9. Заключение.
10. Использованная литература.

Введение.

Теорема Пифагора издавна широко применялась в разных областях науки, техники и практической жизни.

О ней писали в своих произведениях римский архитектор и инженер Витрувий, греческий писатель-моралист Плутарх, греческий учёный III в. Диоген Лаэртский, математик V в. Прокл и многие другие. Легенда о том, что в честь своего открытия Пифагор принёс в жертву быка или, как рассказывают другие, сто быков, послужила поводом для юмора в рассказах писателей и в стихах поэтов.

Поэт Генрих Гейне (1797-1856), известный своими антирелигиозными взглядами и язвительными насмешками над суевериями, в одном из своих произведений высмеивает «учение» о переселении душ следующим образом:

«Кто знает! Кто знает! Душа Пифагора поселилась, быть может, бедняку - кандидата, не сумевшего доказать теоремы Пифагора и поэтому провалившегося на экзамене, тогда как в его экзаменаторах обитают души тех самых быков, которых некогда Пифагор принес в жертву бессмертным богам, обрадованный открытием своей теоремы». История Пифагоровой теоремы начинается задолго до Пифагора. На протяжении веков были даны многочисленные разные доказательства теоремы Пифагора.

Из истории теоремы Пифагора.

Исторический обзор начнем с *древнего Китая*. Здесь особое внимание привлекает математическая книга Чу-пей. В этом сочинении так говорится о пифагоровом треугольнике со сторонами 3, 4 и 5: *"Если прямой угол разложить на составные части, то линия, соединяющая концы его сторон, будет 5, когда основание есть 3, а высота 4"*. В этой же книге предложен рисунок, который совпадает с одним из чертежей индусской геометрии Басхары.

- Кантор (крупнейший немецкий историк математики) считает, что равенство $3^2 + 4^2 = 5^2$ было известно уже египтянам еще около 2300 г. до н. э., во времена царя Аменемхета I (согласно папирусу 6619 Берлинского музея). По мнению Кантора гарпедонапты, или "натягиватели веревок", строили прямые углы при помощи прямоугольных треугольников со сторонами 3, 4 и 5. Очень легко можно воспроизвести их способ построения. Возьмем веревку длиной в 12 м. и привяжем к ней по цветной полоске на расстоянии 3 м. от одного конца и 4 метра от другого. Прямой угол окажется заключенным между сторонами длиной в 3 и 4 метра. Гарпедонаптам можно было бы возразить, что их способ построения становится излишним, если воспользоваться, например, деревянным угольником, применяемым всеми плотниками. И действительно, известны египетские рисунки, на которых встречается такой инструмент, например рисунки, изображающие столярную мастерскую.

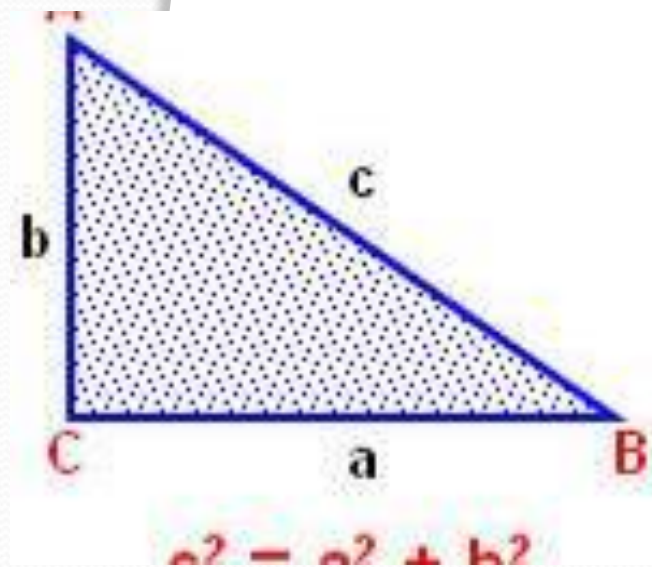
- Несколько больше известно о теореме Пифагора у вавилонян. В одном тексте, относимом ко времени Хаммураби, т. е. к 2000 г. до н. э., приводится приближенное вычисление гипотенузы прямоугольного треугольника. Отсюда можно сделать вывод, что в Двуречье умели производить вычисления с прямоугольными треугольниками, по крайней мере в некоторых случаях. Основываясь, с одной стороны, на сегодняшнем уровне знаний о египетской и вавилонской математике, а с другой - на критическом изучении греческих источников, Ван-дер-Варден (голландский математик) сделал следующий вывод: *"Заслугой первых греческих математиков, таких как Фалес, Пифагор и пифагорейцы, является не открытие математики, но ее систематизация и обоснование. В их руках вычислительные рецепты, основанные на смутных представлениях, превратились в точную науку."* Геометрия у индусов, как и у египтян и вавилонян, была тесно связана с культом. Весьма вероятно, что теорема о квадрате гипотенузы была известна в Индии уже около 18 века до н. э.

● В первом русском переводе евклидовых "Начал", сделанном Ф. И. Петрушевским, теорема Пифагора изложена так: *"В прямоугольных треугольниках квадрат из стороны, противоположной прямому углу, равен сумме квадратов из сторон, содержащих прямой угол"*. В настоящее время известно, что эта теорема не была открыта Пифагором. Однако одни полагают, что Пифагор первым дал ее полноценное доказательство, а другие отказывают ему и в этой заслуге. Некоторые приписывают Пифагору доказательство, которое Евклид приводит в первой книге своих "Начал". С другой стороны, Прокл утверждает, что доказательство в "Началах" принадлежит самому Евклиду. Как мы видим, история математики почти не сохранила достоверных данных о жизни Пифагора и его математической деятельности. Зато легенда сообщает, даже ближайшие обстоятельства, сопровождавшие открытие теоремы. Рассказывают, что в честь этого открытия Пифагор принес в жертву 100 быков.

- Долгое время считали, что до Пифагора эта теорема не была известна и названа ее потому «теоремой Пифагора». Это название сохранилось поныне. Однако в настоящее время установлено, что эта важнейшая теорема встречается в вавилонских текстах, написанных за 1200 лет до Пифагора.
- О том, что треугольник со сторонами 3, 4 и 5 есть прямоугольник, знали за 2000 лет до н.э. египтяне, которые, вероятно пользовались этим отношением для построения прямых углов при сооружении зданий. В Китае предложение о квадрате гипотенузы было известно, по крайней мере, за 500 лет до Пифагора. Эта теорема была известна и в Древней , Индии; об этом свидетельствуют следующие предложения, содержащиеся в «Сутрах».

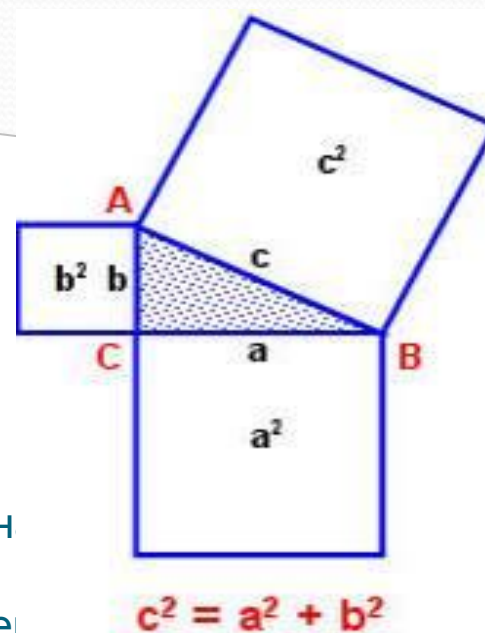


Пифагор сделал много важных открытий, но наибольшую славу учёному принесла доказанная им теорема, которая сейчас носит его имя. Действительно, это шуточная формулировка теоремы. В современных учебниках теорема сформулирована так: "В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов".
— Как записать теорему Пифагора для прямоугольного треугольника ABC с катетами a , b и гипотенузой c .



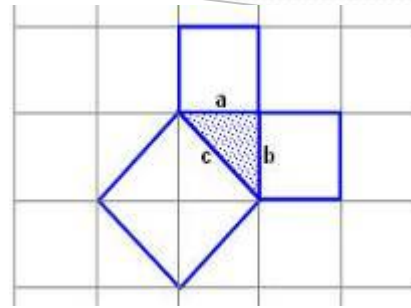
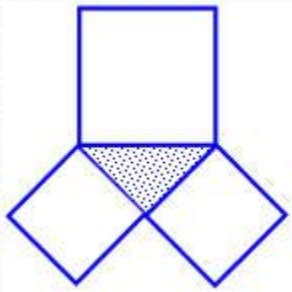
Предполагают, что во времена Пифагора теорема звучала по-другому: "Площадь квадрата, построенного на гипотенузе прямоугольного треугольника, равна сумме площадей квадратов, построенных на его катетах". Действительно, c^2 – площадь квадрата, построенного на гипотенузе, a^2 и b^2 – площади квадратов, построенных на катетах.

Вероятно, факт, изложенный в теореме Пифагора, был установлен для равнобедренных прямоугольных треугольников. Квадрат, построенный на гипотенузе, содержит четыре треугольника. А на каждом катете построен квадрат, содержащий два треугольника. Из рисунка 9 видно, что площадь квадрата, построенного на гипотенузе равна сумме площадей квадратов, построенных на катетах.

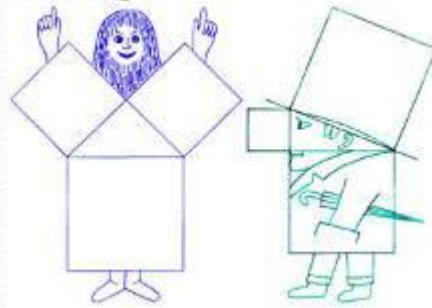


Ученические шаржи.

Смотрите, а вот и "Пифагоровы штаны во все стороны равны"



Такие стишки придумывали учащиеся средних веков при изучении теоремы; рисовали шаржи.



Задачи по теме « Теорема Пифагора».

Задача №1

Решение

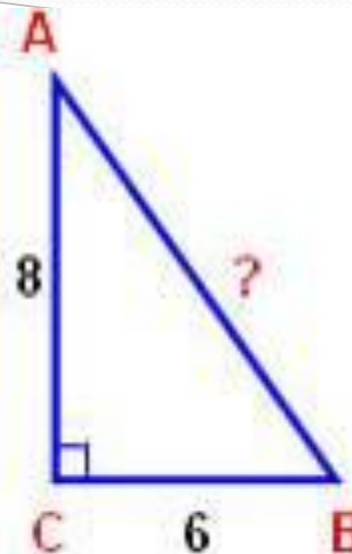
ΔABC – прямоугольный с гипотенузой AB ,
по теореме Пифагора: $AB^2 = AC^2 + BC^2$,
 $AB^2 = 8^2 + 6^2$, $AB^2 = 64 + 36$,
 $AB^2 = 100$, $AB = 10$.

Ответ:

$$AB = 10$$

Замечание. Из курса алгебры известно, что уравнение $AB^2 = 100$ имеет два корня: $AB = \pm 10$. А 10 не удовлетворяет условию задачи, так как длина стороны треугольника всегда положительна. Значит, $AB = 10$.

Давайте договоримся, что в дальнейшем, при решении уравнений в подобных задачах, будем ограничиваться только положительными корнями, и каждый раз не будем пояснять, почему отрицательные корни отбрасываются.



Стихи о Пифагоре.

Немецкий писатель-романист А. Шамиссо, который в начале XIX в. Участвовал в кругосветном путешествии на русском корабле «Рюрик», написал следующие стихи:

Пребудет вечной истина, как скоро
Её познает слабый человек!
И ныне теорема Пифагора
Верна, как и его далёкий век.
Обильно было жертвоприношение
Богам от Пифагора. Сто быков
Он отдал на закланье и сожженье
За света луч, пришедший с облаков.
Поэтому всегда с тех самых пор,
Чуть истина рождается на свет,
Быки ревут, её почуя, вслед.
Они не в силах свету помешать,
А могут лишь, закрыв глаза, дрожать
От страха, что вселил в них Пифагор

В III- IV вв. до н. э. появилась компиляция высказываний Пифагора, известная под названием «Священное слово», из которой позднее возникли так называемые «Золотые стихи».

Заключительный отрывок из «Золотых стихов» в переводе И. Петер:

Ты же будь твёрдым: божественный род присутствует в смертных,
Им, возвещая, священная всё открывает природа.

Если не чуждо это тебе, ты наказы исполнишь,
Душу свою исцелишь и от множества бедствий избавишь.

Яства, сказал я, оставь те, что я указал в очищеньях.

И в избавленье души ко всему подходи с размышленьем.

И руководствуйся подлинным знанием — лучшим возничим.

Если ты, тело покинув, в свободный эфир вознесёшься,

Станешь нетленным, и вечным, и смерти не знающим богом.

Способ доказательства теоремы Пифагора.

Т е о р е м а. В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

Д а н о: $\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$.

Д о к а з а т ь: $AB^2 = AC^2 + BC^2$.

Д о к а з а т е л ь с т в о

Проведём высоту CD из вершины прямого угла C .

Косинусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение прилежащего катета к гипотенузе, поэтому в $\triangle ACD$ $\cos A = AD / AC$, а в $\triangle ABC$ $\cos A = AC / AB$.

Так как равны левые части этих равенств, то равны и правые, следовательно, $AD / AC = AC / AB$.

Отсюда, по свойству пропорции, получаем: $AC^2 = AD \cdot AB$.(1)

Аналогично, в $\triangle BCD$ $\cos B = BD / BC$, а в $\triangle ABC$ $\cos B = BC / AB$.

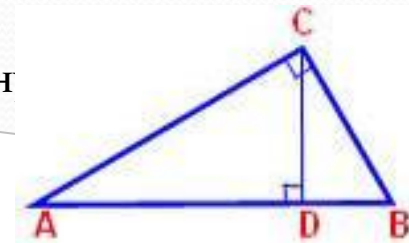
Так как равны левые части этих равенств, то равны и правые, следовательно, $BD / BC = BC / AB$.

Отсюда, по свойству пропорции, получаем: $BC^2 = BD \cdot AB$.(2)

Сложим почленно равенства (1) и (2), и вынесем общий множитель за скобки: $AC^2 + BC^2 = AD \cdot AB + BD \cdot AB = AB \cdot (AD + BD)$.

Так как $AD + BD = AB$, то $AC^2 + BC^2 = AB \cdot AB = AB^2$.

Получили, что $AB^2 = AC^2 + BC^2$.

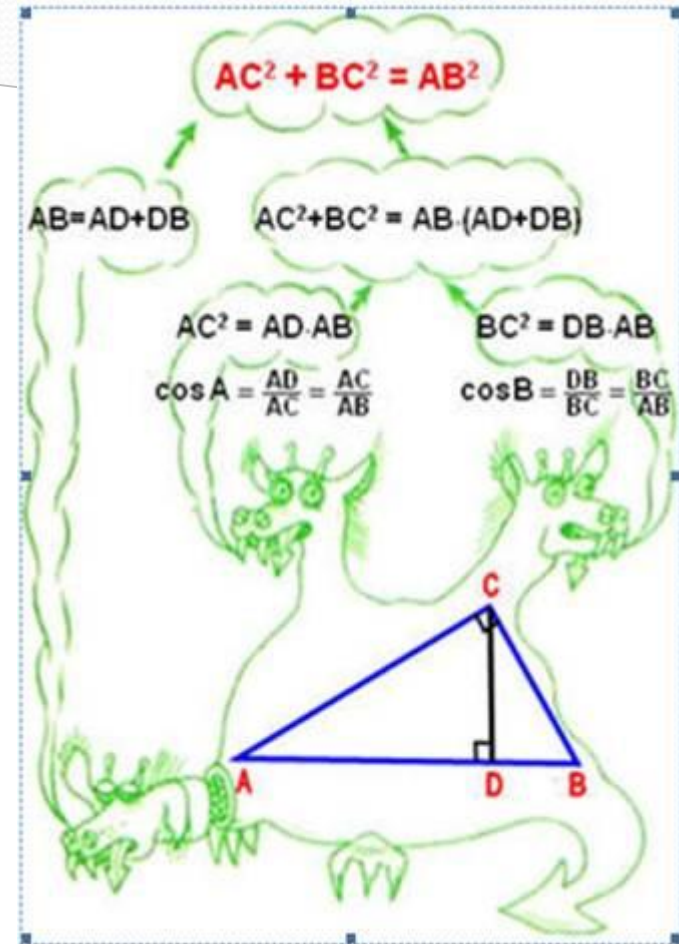


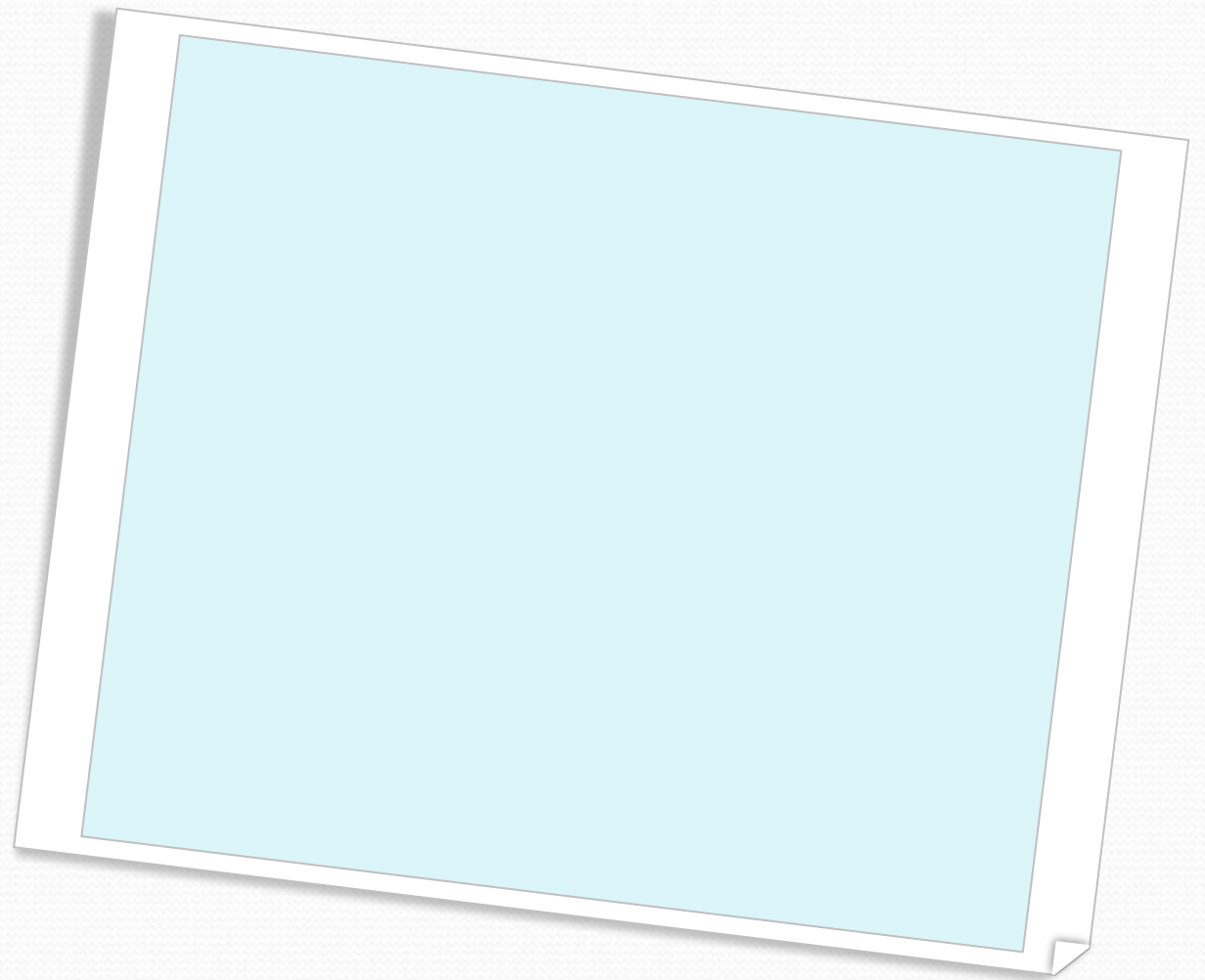
Подводим итог:

Если дан нам треугольник
И притом с прямым углом,
То квадрат гипотенузы
Мы всегда легко найдём:
Катеты в квадрат возводим,
Сумму степеней находим
И таким простым путём
К результату мы придём.

Приближается зачёт по геометрии, а на зачётах и экзаменах иногда бывают случаи, когда ученики, вытянув билет, помнят формулировку теоремы, но забывают с чего начать доказательство. Чтобы этого не произошло с вами, предлагаю рисунок – опорный сигнал (рис. 14) и, думаю, он надолго останется в вашей памяти.

Отрубил Иван-царевич дракону голову, а у него две новые выросли. На математическом языке это означает: провели в $\triangle ABC$ высоту CD , и образовалось два новых прямоугольных треугольника ADC и BDC .





Заключение.

После изучения построенного материала можно заключить, что теорема Пифагора- одна из самых главных теорем геометрии потому, что с её помощью можно доказать много других теорем и решить множество задач.

Пифагор и школа Пифагора сыграли большую роль в усовершенствовании методов решения научных проблем: в математику твёрдо вошло положение о необходимости строгих доказательств, что и придало ей значение особой науки.