

Учитель математики- Козеева Ольга Борисовна
ГБОУ СОШ № 1004 г. Москва

Комбинаторика и вероятность

Тип урока- обобщающий.

Цель урока:

Повторить и закрепить правила и формулы
комбинаторики, понятие вероятности.
Способствовать выработке навыков и умений
при решении задач на нахождение
вероятностей.
Развивать логическое мышление учащихся.

Диктант

Комбинаторика - это раздел математики, посвященный задачам выбора и расположения предметов из различных множеств

- ◆ Произведение натуральных чисел от 1 до n в математике называют факториалом числа n и обозначают $n!$
- ◆ Перестановкой из n предметов называется любой способ нумерации этих предметов (способ расположения в ряд).
- ◆ Если есть n предметов, то число способов, которыми можно выбрать ровно k из них, называется числом сочетаний из n по k и обозначается C_k^n
- ◆ Формула для нахождения числа сочетаний -
$$C_k^n = \frac{n!}{k! * (n - k)!}$$
- ◆ Чтобы найти число комбинаций предметов двух типов, нужно число предметов первого типа умножить на число предметов второго типа

4-5 ошибок- оценка «3»

2-3 ошибки- оценка «4»

1 ошибка-оценка «5»

Классическая вероятностная схема

- ◆ Для нахождения вероятности события A при проведении некоторого опыта следует:
 - ◆ 1. Найти число N всех возможных исходов данного опыта
 - ◆ 2. Принять предположение о равновероятности (равновозможности) всех этих исходов
 - ◆ 3. Найти количество $N(A)$ тех исходов опыта, в которых наступает событие A
 - ◆ 4. Найти частное $N(A) / N$; оно и будет равно вероятности события A

№1. В урне 3 белых и 9 черных шаров.

Из урны наугад вынимается 1 шар.

Какова вероятность того, что вынутый шар окажется черным?

Решение:

Количество всех возможных результатов $n = 3 + 9 = 12$.

Опытов, в результате которых может быть вынут черный шар $m = 3$.

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

$$P(\text{ }) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 0,25.$$

Ответ: 0,25

№2. Брошена игральная кость.

Какова вероятность событий: **а)** A - выпало 1 очко;
б) B - выпало 2 очка?

Решение:

Количество всех возможных результатов $n = 6$ (все грани).

а) Количество граней, на которых всего 1 очко $m = 1$:

$$P(A) = \frac{1}{6}$$

б) Количество граней, на которых всего 2 очка $m = 1$:

$$P(B) = \frac{1}{6}$$

Ответ: $\frac{1}{6}$ и $\frac{1}{6}$

№3. Монета брошена 2 раза.

Какова вероятность события A - выпадет одновременно два герба?

Решение. Сколько всего возможно результатов опыта?

$ГГ, ГР, РГ, РР$

Таким образом, всего возможно результатов $n = 4$, нас интересующий результат возможен только один раз $m = 1$, поэтому

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{1}{4} = 0,25.$$

Ответ: 0,25

№4. Набирая номер телефона вы забыли последнюю цифру и набрали её наугад. Какова вероятность того, что набрана нужная вам цифра?

Решение.

Сколько всего цифр? $n = 10$

Вы забыли только последнюю цифру, значит, $m = 1$

Тогда,
$$P(\quad) = \frac{m}{n} = \frac{1}{10} = 0,1.$$

Ответ: 0,1

№5. Из слова «*математика*» выбирается наугад одна буква. Какова вероятность того, что это будет буква «*м*»?

Решение

$n = 10$ – количество букв в слове, а $m = 2$ – количество нужной нам буквы «*м*».

$$P() = \frac{m}{n} = \frac{2}{10} = 0,2.$$

Ответ: 0,2

№6. Из 500 мониторов, поступивших в продажу, в среднем 15 не работают.

Какова вероятность того, что случайно купленный монитор работает?

Решение

$$n = 500$$

$$m = 500 - 15 = 485$$

$$P(A) = \frac{m}{n} \quad P(A) = \frac{485}{500} = \frac{97}{100} = 0,97.$$

Ответ: 0,97

№7. Хорошо перетасуем колоду из 36 карт, случайно вынем 1 карту. Какова вероятность того, что вытянут туз?

$m = 4$ (4 туза в колоде)

$n = 36$ (карт в колоде)

$$P(A) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$



Ответ: $\frac{1}{9}$

№8. В лотерее 100 билетов, из них 5 выигрышных.
Какова вероятность проигрыша?

$$m = 100 - 5$$

$$n = 100$$

$$P(A) = \frac{100 - 5}{100} = \frac{95}{100} = \frac{19}{20} = 0,95$$

Ответ: 0,95

№9. В лотерее 10 выигрышных билетов и 240 билетов без выигрыша. Какова вероятность выиграть в эту лотерею, купив один билет?

$$m = 10$$

$$n = 240 + 10$$

$$P(A) = \frac{10}{10 + 240} = \frac{10}{250} = \frac{1}{25} = 0,04$$

Ответ: 0,04

№10. В ящике лежат 8 красных, 2 синих, 20 зеленых карандашей. Вы наугад вынимаете карандаш. Какова вероятность того, что это зелёный карандаш? Не желтый карандаш?

A = {вынут зелёный карандаш}

$$P(A) = \frac{20}{8 + 2 + 20} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$$

B = {вынут не жёлтый карандаш}

$$P(B) = \frac{8 + 2 + 20}{8 + 2 + 20} = 1$$

Пример Двое играют в эту игру. Они бросают два кубика.

Первый получает очко, если выпадет сумма 8. Второй получает очко, если выпадет сумма 9. Справедлива ли эта игра?

- ◆ Событие А: «при бросании двух кубиков выпало 8 очков»
 - ◆ Событие В: «при бросании двух кубиков выпало 9 очков»
- При бросании двух кубиков могут получиться следующие равновозможные результаты:

I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II
1	1	2	1	3	1	4	1	5	1	6	1		
1	2	2	2	3	2	4	2	5	2	6	2		
1	3	2	3	3	3	4	3	5	3	6	3		
1	4	2	4	3	4	4	4	5	4	6	4		
1	5	2	5	3	5	4	5	5	5	6	5		
1	6	2	6	3	6	4	6	5	6	6	6		

$n = 36$; $m = 5$, тогда $P(A) = 5/36$, $P(B) = 4/36$

$$\frac{5}{36} \square \frac{4}{36}, \text{ то } P(A) > P(B)$$

Так как 8 очков выпадает чаще, чем 9 очков, то данная игра не справедлива.

Комбинаторика

№1 Задача: Сколькими способами можно разместить группу учеников 8 «А» класса, изучающих немецкий язык, если их количество 10 человек, а аудитория (кабинет) содержит 10 посадочных мест?

Решение: Число способов равно

$$P_{10} = 10! = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 3628800.$$

№2 Задача: Найти число равновозможных случаев распределения 5 билетов в театр среди 25 учащихся класса.

Решение.

$$C_n^m = C_{25}^5 = \frac{A_{25}^5}{P_5} = \frac{25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 21}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 5 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 21 = 53130$$

Вариант I

1. Лена сказала своей подруге, что для покупки обеда, мама дала ей $\frac{10!}{8! \cdot 12!}$ сколько денег дала мама Лене?

Ответ: 7,5 р.

Вариант II

1. Чтобы приобрести 8 тетрадей по математике (в клетку) мама дала Серёже $\left(\frac{8!}{3! \cdot 5!} - \frac{9!}{2! \cdot 7!} \right)$ руб. Сколько стоит 1 тетрадь, если все деньги были израсходованы.

Ответ: 2,5 руб.

Вариант I

1. Число перестановок из n букв относится к числу перестановок из $n+2$ букв, как 0,1 к 3. Найти n .

(Решение. $\frac{P_n}{P_{n+2}} = \frac{0,1}{3}$;

$$\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n \cdot (n+1) \cdot (n+2)} = \frac{1}{30}$$

Следует $(n+1)(n+2)=30$

$$n_1=4, n=-7$$

$n \in \mathbb{N}$, значит, $n=4$.)

Вариант II

1. В конференции участвовало 25 человек. Каждый с каждым обменялись визитной карточкой. Сколько всего понадобится карточек?
($25 \cdot 24 = 600$).

Домашняя работа

Задача

Вороне где-то Бог послал кусочек сыра , брынзы, колбасы, сухарика и шоколада.

«На ель ворона взгромоздясь, позавтракать совсем уж было собралась, да призадумалась».

Какова вероятность того что она съест «бутерброд» из 2 кусочков обязательно содержащий колбасу?

Ошибка Даламбера

Решение предложенное Даламбером :

1 Обе монеты упали на орла

2 Обе монеты упали на решку

3 Одна из монет орел , а вторая решка
 $N=3$ $N(A)=2$ $P(A)=2/3$



Какова вероятность
что подброшенные
вверх 2 правильные
монеты упадут на одну
и ту же сторону?

Правильное решение

Правильное решение имеет 4 варианта

1. Первая монета упала на орла , вторая тоже на орла
2. Первая монета упала на решку , вторая тоже на решку
3. Первая монета упала на орла , а вторая на решку
4. Первая монета упала на решку , а вторая на орла

$$N = 4 \quad N(A) = 2 \quad P(A) = 2/4$$