Компланарные векторы

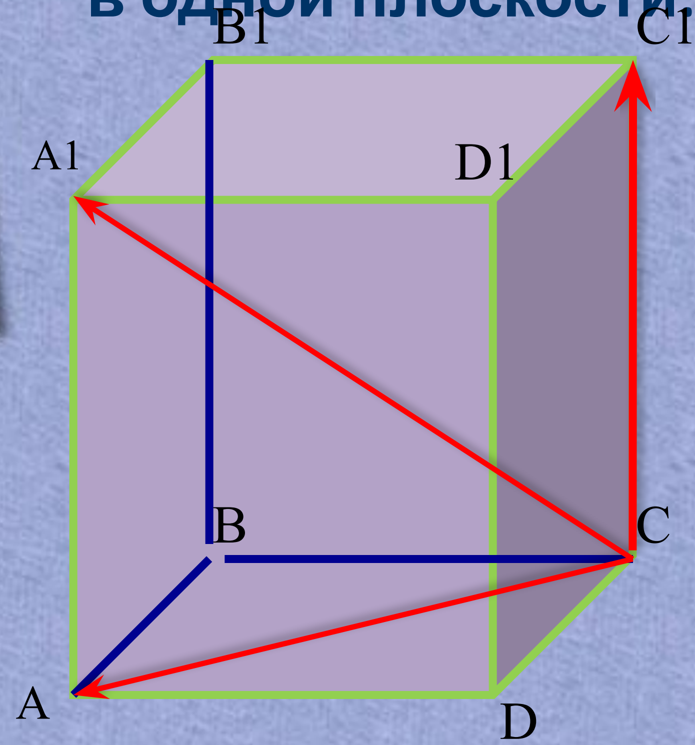
Выполняла работу:
Ученица 11- «А» класса
ХСОШ №5
Азизова Т.

Преподавател
ь Шмелёва О.
В.

2011г.

Определение.

Векторы называются компланарными, если при откладывании от одной и той же точки они будут лежать в одной плоскости.

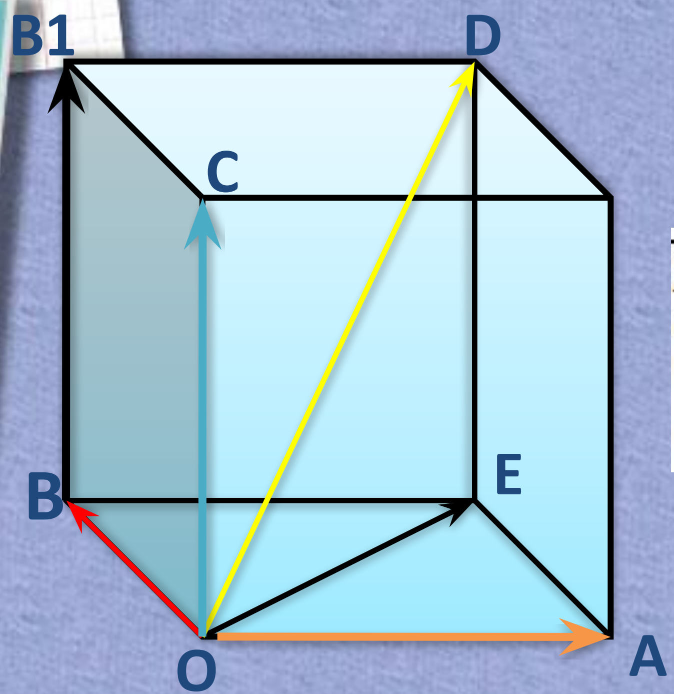


Иначе:

векторы называются компланарными, если имеются равные им векторы, лежащие в одной плоскости.

Любые два вектора компланарны.

Три вектора, среди которых имеются два коллинеарных, также компланарны.



$\overline{BB1}, \overline{OD}, \overline{OE}$

Векторы компланарные

Три произвольных вектора могут быть как компланарными, так и некомпланарными.

Признак компланарности трех векторов:

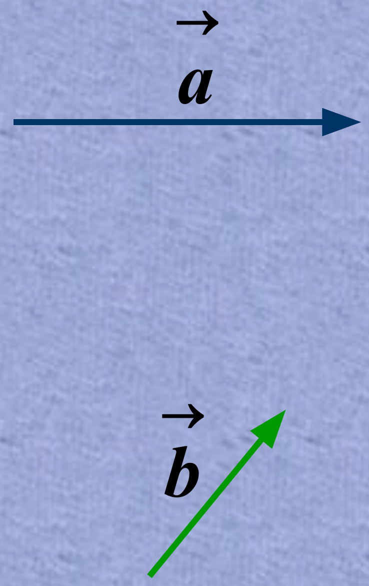
Если вектор $\vec{c}$ можно представить в виде $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$,

где x и y – некоторые числа, то векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ компланарны.

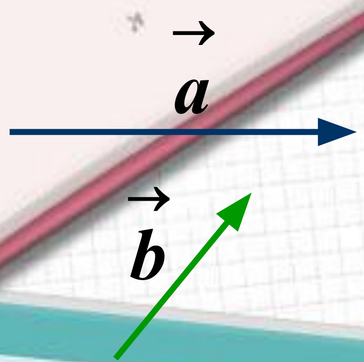
Дано: $\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c}$

$$\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}.$$

Доказать: $\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c}$ – *компланарны*



Признак компланарности трех векторов:



Доказательство.

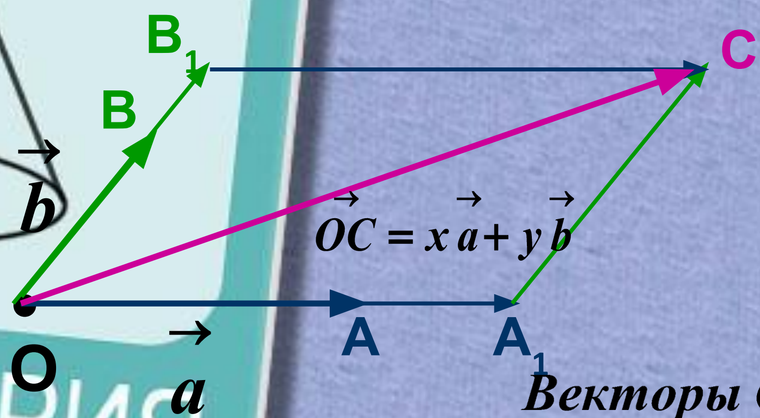
Пусть $\vec{a}$ и $\vec{b}$ неколлинеарны.

Отложим от некоторой точки пространства O векторы $\vec{OA} = \vec{a}$ и $\vec{OB} = \vec{b}$.

Векторы $\vec{OA}$ и $\vec{OB}$ лежат в плоскости OAB.

Построим векторы $x\vec{a}$ и $y\vec{b}$.

Для определенности будем считать, что $x > 0$, $y > 0$. $\vec{OA_1} = x\vec{a}$ и $\vec{OB_1} = y\vec{b}$.



Векторы $\vec{OA_1}$ и $\vec{OB_1}$ также лежат в плоскости OAB.

Их сумма – вектор $\vec{OC} = x \cdot \vec{OA} + y \cdot \vec{OB}$, равный вектору $\vec{c}$, лежит в плоскости OAB.

Итак, векторы $\vec{OA}=\vec{a}$, $\vec{OB}=\vec{b}$, $\vec{OC}=\vec{c}$ *лежат в одной плоскости,*

т.е. векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$, ***и*** $\vec{c}$ ***– компланарны.***

Определение.

Разложить вектор $\vec{p}$ *по векторам* $\vec{a}$ *и* $\vec{b}$, *это значит,*

представить его в виде $\vec{p} = x\vec{a} + y\vec{b}$.

Утверждение, обратное признаку компланарности векторов:

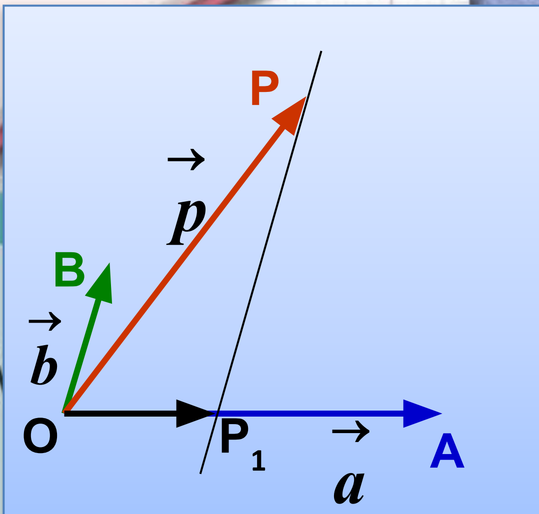
Если векторы $\vec{p}, \vec{a}$ *и* $\vec{b}$ – *компланарны, то вектор* $\vec{p}$ *можно*

представить в виде $\vec{p} = x\vec{a} + y\vec{b}$, *где* x *и* y – *некоторые числа.*

Докажем это.

Доказательство.

Пусть $\vec{a}$ *и* $\vec{b}$ *неколлинеарны.*



Отложим от некоторой точки пространства O векторы $\vec{p}, \vec{a}$ *и* $\vec{b}$.

Так как векторы компланарны, то они лежат в одной плоскости.

Проведем через точку P прямую, параллельную BO.

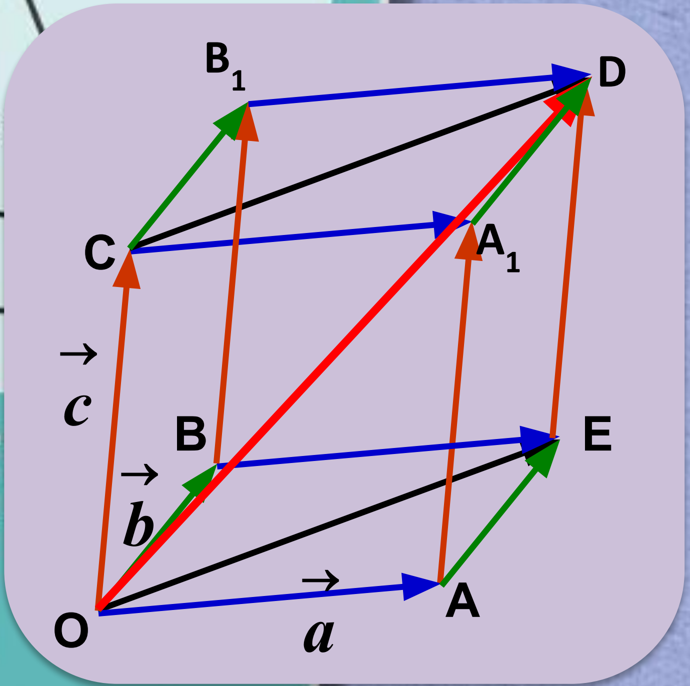
$$\text{Тогда } \vec{OP} = \vec{OP_1} + \vec{P_1P}, \ \text{ но } \vec{OP_1} = x\vec{a}, \text{т.к. } \vec{OP_1} \parallel \vec{a}, \ \ \vec{P_1P} = y\vec{b}, \text{т.к. } \vec{P_1P} \parallel \vec{b},$$

$$\text{следовательно, } \vec{OP} = x\vec{a} + y\vec{b}, \qquad \text{т.е, } \vec{p} = x\vec{a} + y\vec{b}, \text{ч.т.д.}$$

$$\text{А если } \vec{p} \parallel \vec{b}, \quad \text{то } \vec{p} = 0\vec{a} + y\vec{b}.$$

Мы умеем на плоскости складывать векторы по правилу треугольника и параллелограмма. А если в пространстве?

Для сложения трех некомпланарных векторов пользуются правилом параллелепипеда. В чем оно заключается?



$$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{OA}+\vec{OB}+\vec{OC}=\vec{OE}+\vec{OC}=\vec{OD}$$

Если мы действительно что-то знаем, то мы знаем это благодаря изучению математики.

- *Пьер Гассенди-*