Компланарные векторы

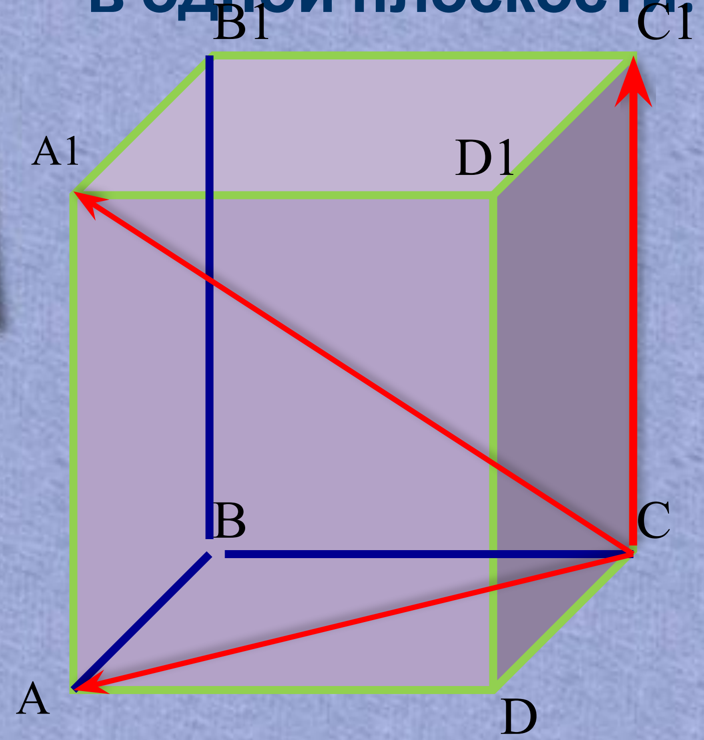
Выполняла работу:
Ученица 11- «А» класса
ХСОШ №5
Азизова Т.

Преподаватель Шмелёва О. В.

2011г.

Определение.

Векторы называются компланарными, если при откладывании от одной и той же точки они будут лежать в одной плоскости.

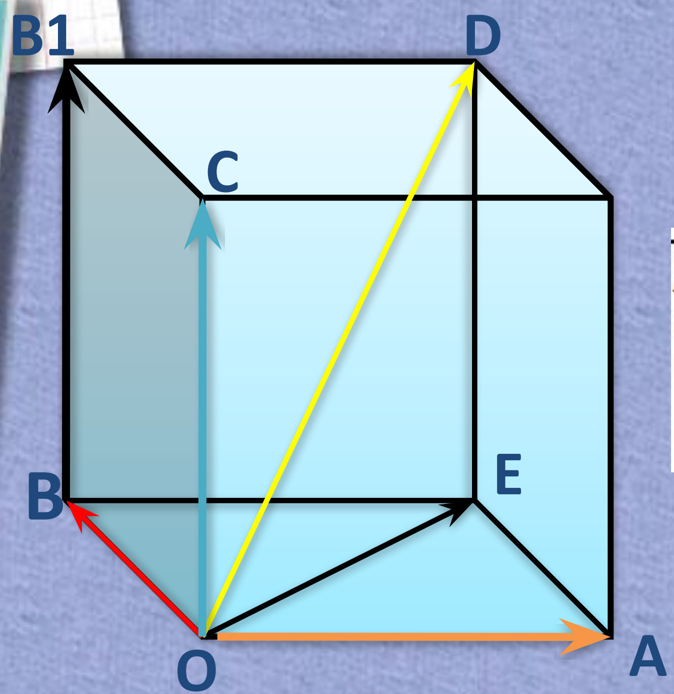


Иначе:

векторы называются компланарными, если имеются равные им векторы, лежащие в одной плоскости.

Любые два вектора компланарны.

Три вектора, среди которых имеются два коллинеарных, также компланарны.



$\overline{BB1}$, $\overline{OD}$, $\overline{OE}$ — **Векторы компланарные**

Три произвольных вектора могут быть как компланарными, так и некомпланарными.

Признак компланарности трех векторов:

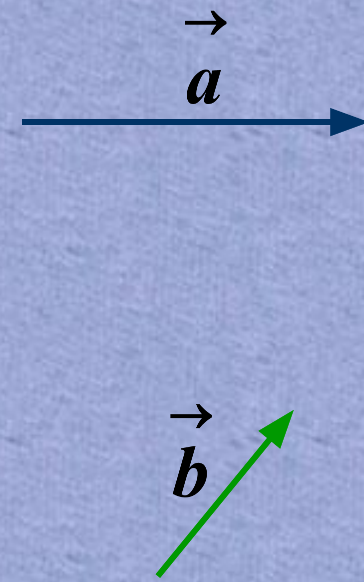
Если вектор $\vec{c}$ можно представить в виде $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$,

где x и y – некоторые числа, то векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ компланарны.

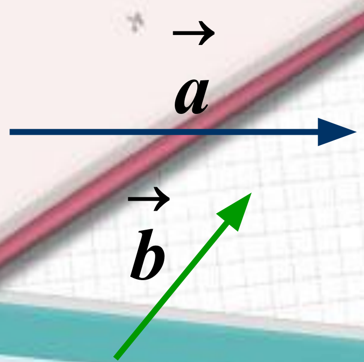
Дано: $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$

$$\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}.$$

Доказать: $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ – *компланарны*



Признак компланарности трех векторов:



Доказательство.

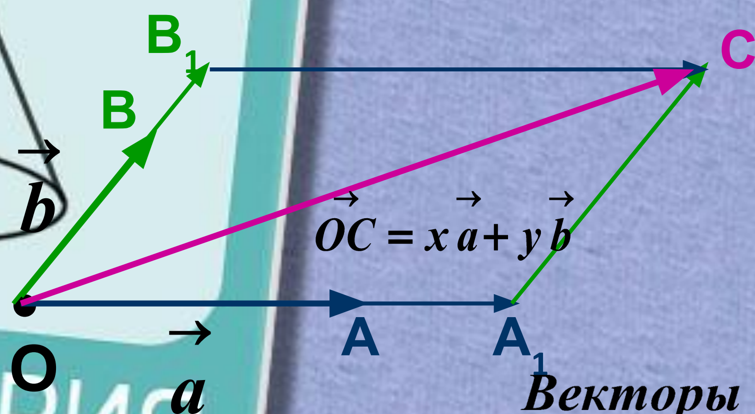
Пусть $\vec{a}$ и $\vec{b}$ неколлинеарны.

Отложим от некоторой точки пространства O векторы $\vec{OA} = \vec{a}$ и $\vec{OB} = \vec{b}$.

Векторы $\vec{OA}$ и $\vec{OB}$ лежат в плоскости OAB.

Построим векторы $x\vec{a}$ и $y\vec{b}$.

Для определенности будем считать, что $x > 0$, $y > 0$. $\vec{OA_1} = x\vec{a}$ и $\vec{OB_1} = y\vec{b}$.



Векторы $\vec{OA_1}$ и $\vec{OB_1}$ также лежат в плоскости OAB.

Их сумма – вектор $\vec{OC} = x \cdot \vec{OA} + y \cdot \vec{OB}$, равный вектору $\vec{c}$, лежит в плоскости OAB.

Итак, векторы $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$, $\vec{OC} = \vec{c}$ *лежат в одной плоскости,*

т.е. векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$, ***и*** $\vec{c}$ ***– компланарны.***

Определени е.

Разложить вектор $\vec{p}$ *по векторам* $\vec{a}$ *и* $\vec{b}$*, это значит,*

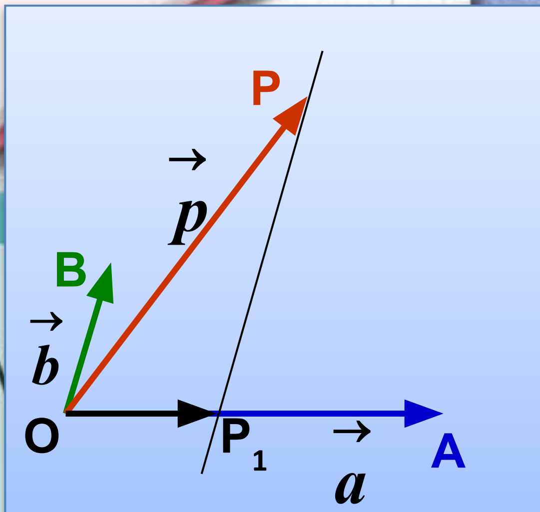
представить его в виде $\vec{p} = x\vec{a} + y\vec{b}$.

Утверждение, обратное признаку компланарности векторов:

Если векторы $\vec{p}$, $\vec{a}$ *и* $\vec{b}$ *– компланарны, то вектор* $\vec{p}$ *можно*

представить в виде $\vec{p} = x\vec{a} + y\vec{b}$*, где* x *и* y *– некоторые числа.*

Докажем это.



Доказательство.

Пусть $\vec{a}$ ***и*** $\vec{b}$ ***неколлинеарны.***

Отложим от некоторой точки пространства O векторы $\vec{p}, \vec{a}$ ***и*** $\vec{b}$.

Так как векторы компланарны, то они лежат в одной плоскости.

Проведем через точку P прямую, параллельную BO.

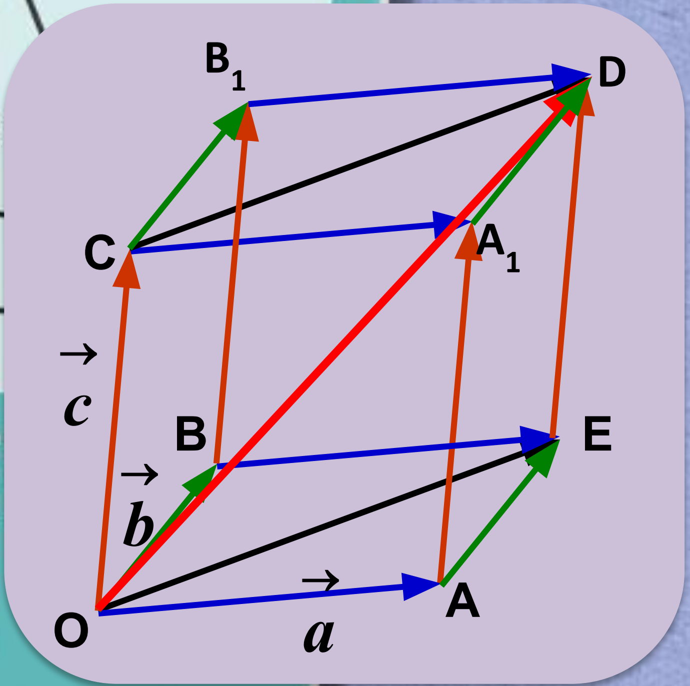
Тогда $\vec{OP} = \vec{OP_1} + \vec{P_1P}$, ***но*** $\vec{OP_1} = x\vec{a}$, ***т.к.*** $\vec{OP_1} \parallel \vec{a}$, $\vec{P_1P} = y\vec{b}$, ***т.к.*** $\vec{P_1P} \parallel \vec{b}$,

следовательно, $\vec{OP} = x\vec{a} + y\vec{b}$, ***т.е,*** $\vec{p} = x\vec{a} + y\vec{b}$, ***ч.т.д.***

А если $\vec{p} \parallel \vec{b}$, ***то*** $\vec{p} = 0\vec{a} + y\vec{b}$.

Мы умеем на плоскости складывать векторы по правилу треугольника и параллелограмма. А если в пространстве?

Для сложения трех некомпланарных векторов пользуются **правилом параллелепипеда**. В чем оно заключается?



$$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{OA}+\vec{OB}+\vec{OC}=\vec{OE}+\vec{OC}=\vec{OD}$$

Если мы действительно что-то знаем, то мы знаем это благодаря изучению математики.

- *Пьер Гассенди-*