


# Компланарные векторы




Выполняла работу:  
Ученица 11- «А» класса  
ХСОШ №5  
Азизова Т.

Преподавател  
ь Шмелёва О.  
В.

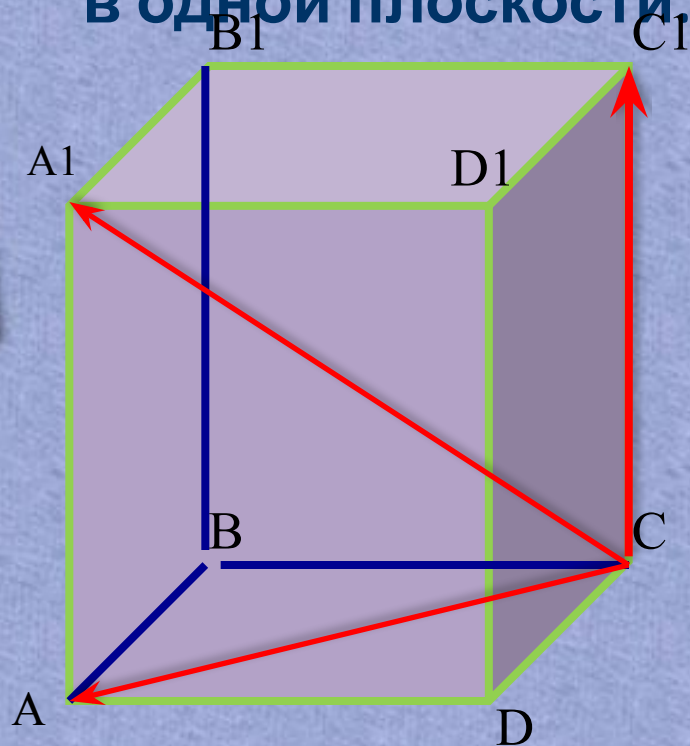
[900igr.net](http://900igr.net)

2011г.



## Определение.

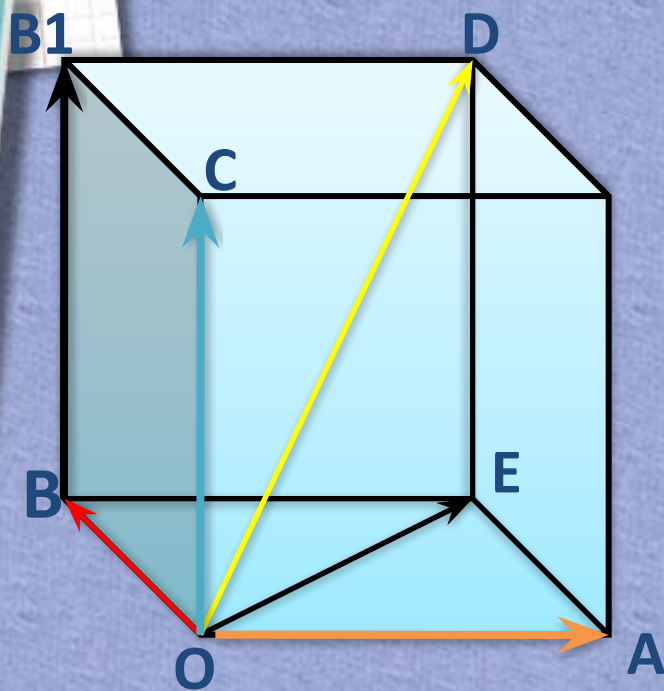
Векторы называются **компланарными**, если при откладывании от одной и той же точки они будут лежать в одной плоскости



*Иначе:*

векторы называются **компланарными**, если имеются равные им векторы, лежащие в одной плоскости.

**Любые два вектора компланарны.**  
**Три вектора, среди которых имеются два коллинеарных, также компланарны.**



$\vec{BB1},$   
 $\vec{OD},$   
 $\vec{OE}$

**Векторы  
компланарны**

**e**

**Три произвольных вектора могут быть как компланарными, так и некомпланарными.**

## Признак компланарности трех векторов:

Если вектор  $\vec{c}$  можно представить в виде  $\vec{c} = x \vec{a} + y \vec{b}$ ,

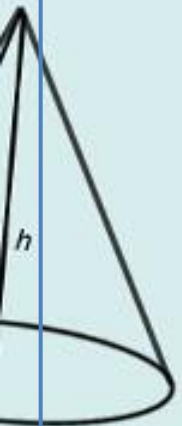
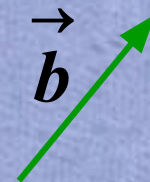
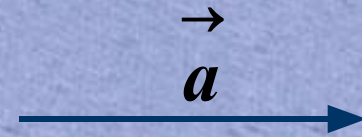
где  $x$  и  $y$  – некоторые числа, то векторы  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$  компланарны.

Дано:  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$

$$\vec{c} = x \vec{a} + y \vec{b}.$$

$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$

Доказать:  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  – компланарны



ГЕОМЕТРИЯ

5

# Признак компланарности трех векторов:

*Доказательство.*

Пусть  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  неколлинеарны.

Отложим от некоторой точки пространства  $O$

векторы  $\vec{OA} = \vec{a}$  и  $\vec{OB} = \vec{b}$ .

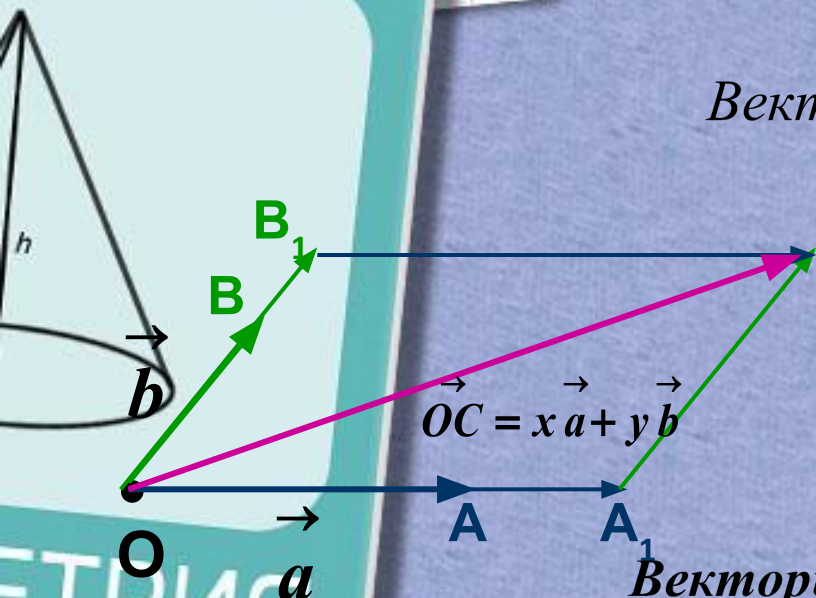
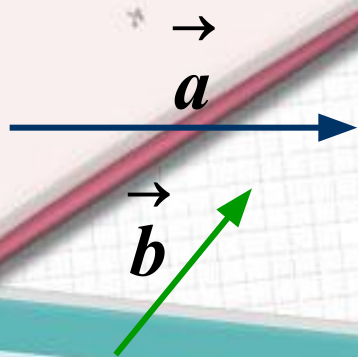
Векторы  $\vec{OA}$  и  $\vec{OB}$  лежат в плоскости  $OAB$ .

Построим векторы  $x\vec{a}$  и  $y\vec{b}$ .

Для определенности будем считать, что  $x > 0$ ,  $y > 0$ .  $\vec{OA}_1 = x\vec{a}$  и  $\vec{OB}_1 = y\vec{b}$ .

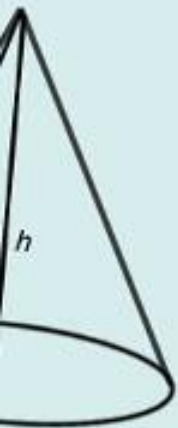
Векторы  $\vec{OA}_1$  и  $\vec{OB}_1$  также лежат в плоскости  $OAB$ .

Их сумма – вектор  $\vec{OC} = x \cdot \vec{OA} + y \cdot \vec{OB}$ , равный вектору  $\vec{c}$ , лежит в плоскости  $OAB$ .



Итак, векторы  $\vec{OA} = \vec{a}$ ,  $\vec{OB} = \vec{b}$ ,  $\vec{OC} = \vec{c}$  лежат в одной плоскости,

т. е. векторы  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ , и  $\vec{c}$  — компланарны.



ГЕОМЕТРИЯ

5



# Определени е.

Разложить вектор  $\vec{r}$  по векторам  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , это значит,  
представить его в виде  $\vec{r} = x\vec{a} + y\vec{b}$ .

**Утверждение, обратное признаку компланарности векторов:**

Если векторы  $\vec{r}$ ,  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  – компланарны, то вектор  $\vec{r}$  можно  
представить в виде  $\vec{r} = x\vec{a} + y\vec{b}$ , где  $x$  и  $y$  – некоторые числа.

Докажем это.

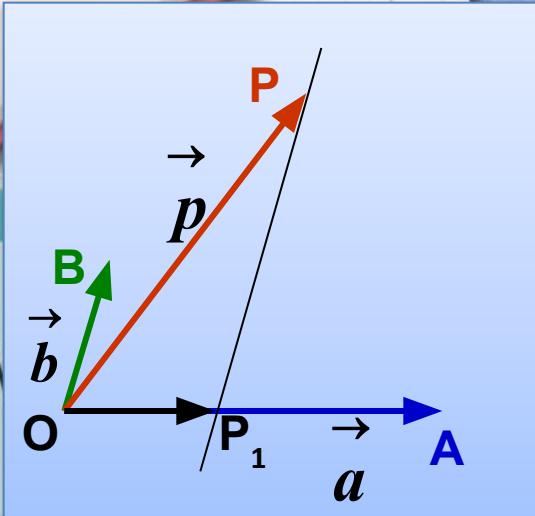
**Доказательство.**

Пусть  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  неколлинеарны.

Отложим от некоторой точки пространства  $O$

векторы  $\vec{r}$ ,  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  так как векторы компланарны, то они лежат в одной плоскости.

Проведем через точку  $P$  прямую, параллельную  $BO$ .



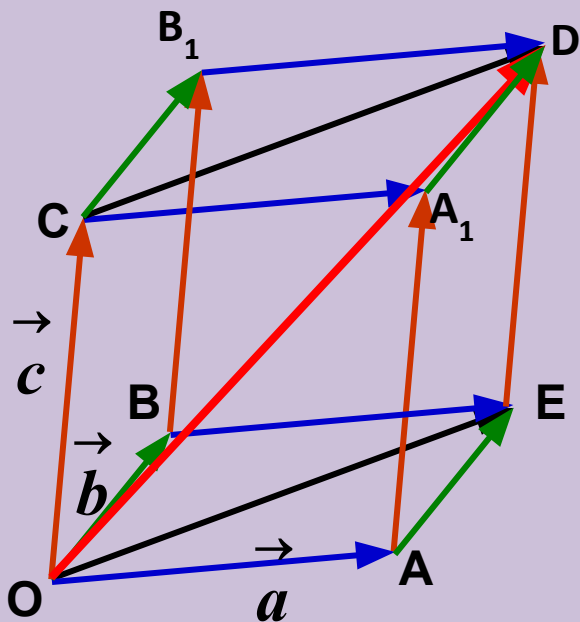
Тогда  $\vec{OP} = \vec{OP}_1 + \vec{P}_1P$ , но  $\vec{OP}_1 = x\vec{a}$ , т.к.  $\vec{OP}_1 \parallel \vec{a}$ ,  $\vec{P}_1P = y\vec{b}$ , т.к.  $\vec{P}_1P \parallel \vec{b}$ , следовательно,  $\vec{OP} = x\vec{a} + y\vec{b}$ , т.е.,  $\vec{r} = x\vec{a} + y\vec{b}$ , ч.т.д.

А если  $\vec{r} \parallel \vec{b}$ , то  $\vec{r} = 0\vec{a} + y\vec{b}$ .



Мы умеем на плоскости складывать векторы по правилу треугольника и параллелограмма. А если в пространстве?

Для сложения трех некопланарных векторов пользуются **правилом параллелепипеда**. В чем оно заключается?



$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{OE} + \vec{OC} = \vec{OD}$$



Если мы действительно  
что-то знаем, то мы знаем  
это благодаря изучению  
математики.  
- Пьер Гассенди-



ЕТРИЯ

5

