Новотроицкая СОШ.

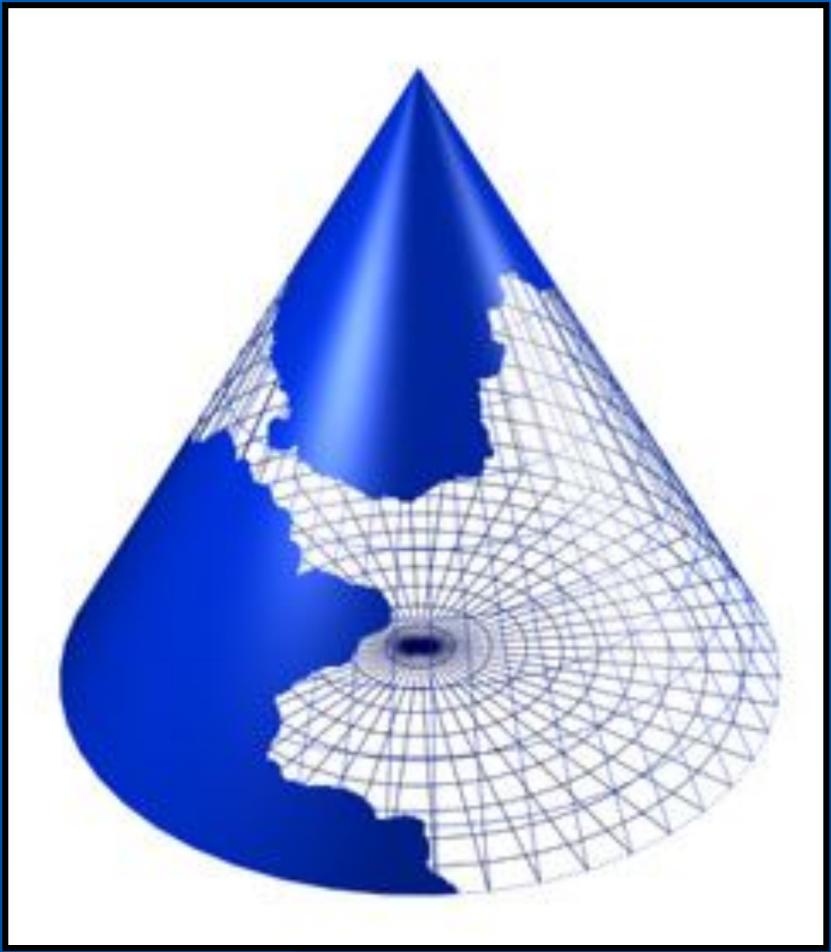
# Проект на тему:

# "Конус".

Проект подготовила ученица 11 класса
Ламонова Светлана
Руководитель: учитель математики
Стрельникова Л.П.

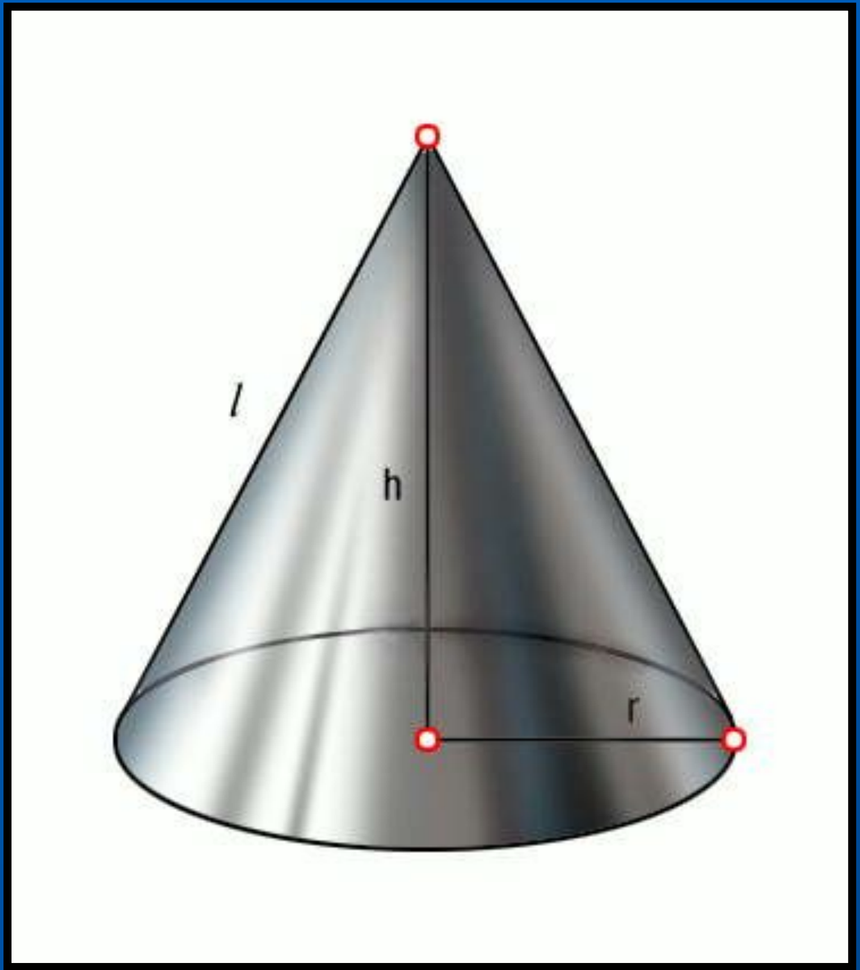
2009 год.

# Понятие.



Ко́нус — тело, полученное объединением всех лучей, исходящих из одной точки (вершины конуса) и проходящих через плоскую поверхность. Иногда конусом называют часть такого тела, полученную объединением всех отрезков, соединяющих вершину и точки плоской поверхности (последнюю в таком случае называют основанием конуса, а конус называют опирающимся на данное основание). Далее будет рассматриваться именно этот случай, если не оговорено обратное. Если основание конуса представляет собой многоугольник, конус становится пирамидой. Отрезок, соединяющий вершину и границу основания, называется образующей конуса. Объединение образующих конуса называется образующей (или боковой) поверхностью конуса. Образующая поверхность конуса является конической поверхностью.

# Определения.

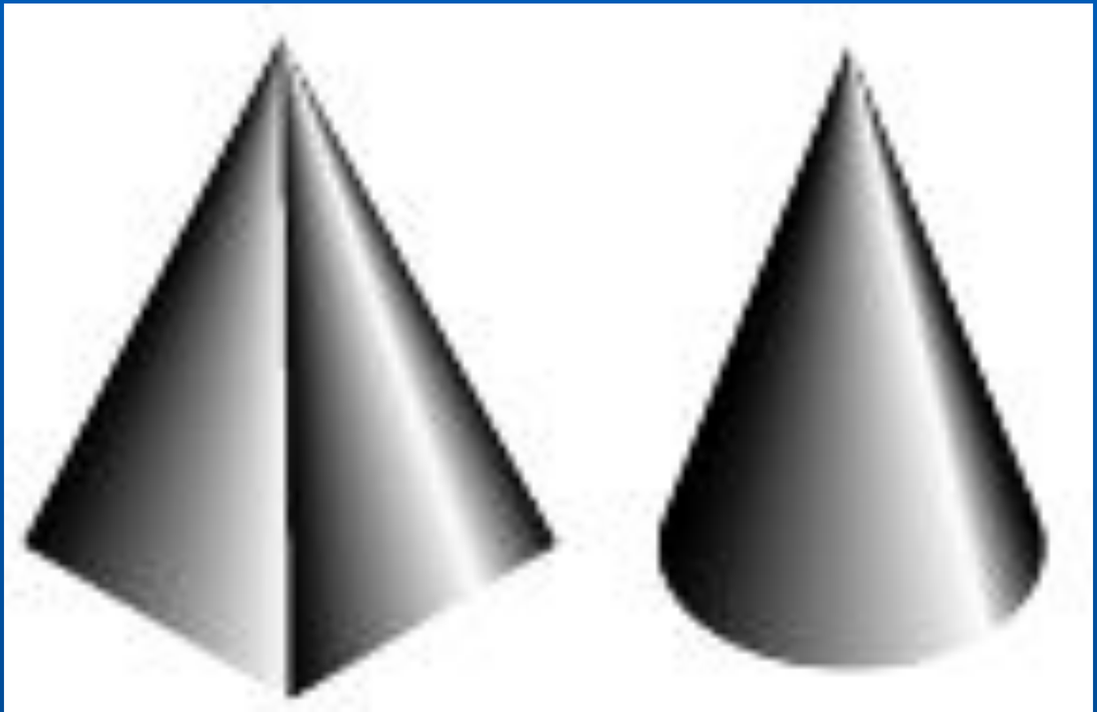



Конусом (точнее, круговым конусом) называется тело, которое состоит из круга — основания конуса, точки, не лежащей в плоскости этого круга,— вершины конуса и всех отрезков, соединяющих вершину конуса с точками основания .Отрезки, соединяющие вершину конуса с точками окружности основания, называются образующими, конуса. Поверхность конуса состоит из основания и боковой поверхности

# Виды конусов.

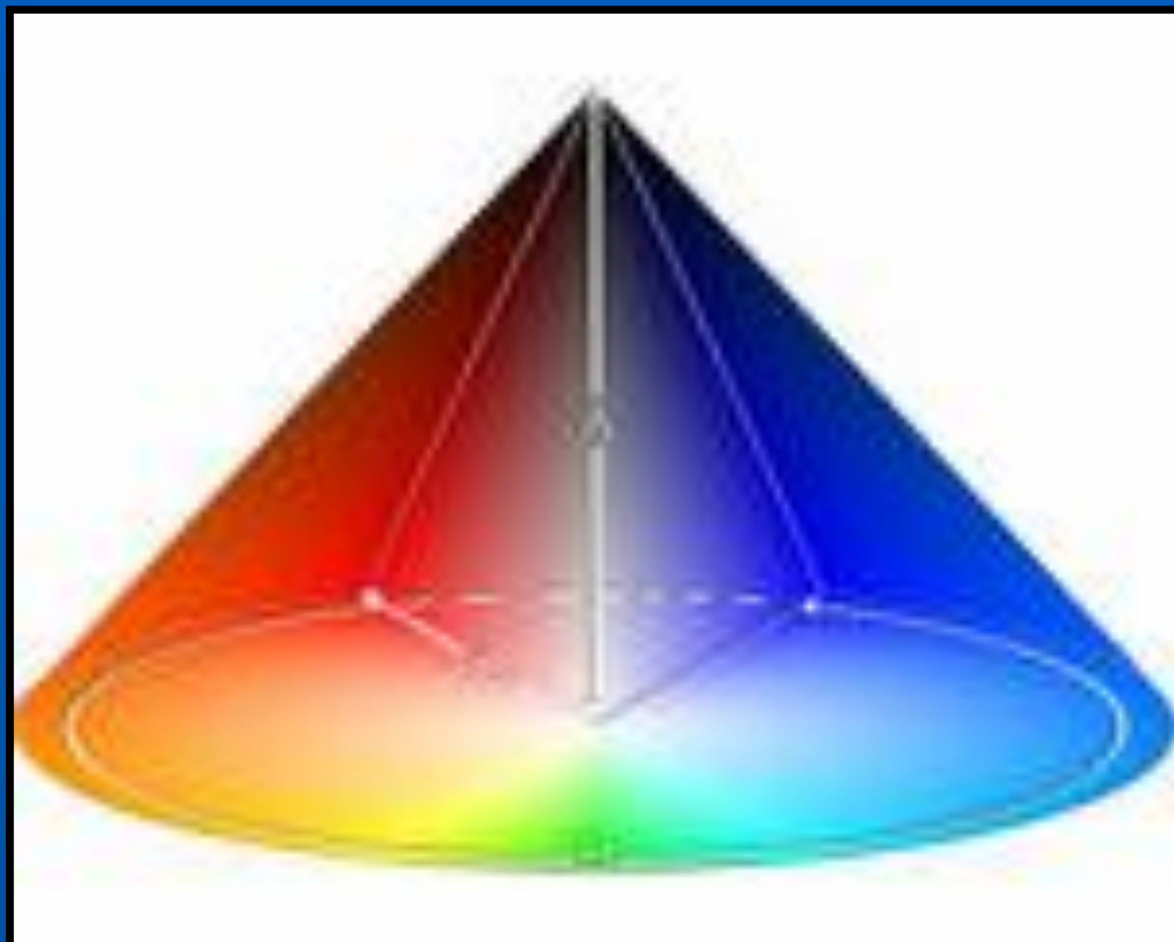
**Если основание конуса имеет центр симметрии (например, является кругом или эллипсом) и ортогональная проекция вершины конуса на плоскость основания совпадает с этим центром, то конус называется прямым. При этом прямая, соединяющая вершину и центр основания, называется осью конуса.**
**Косой (наклонный) конус — конус, у которого ортогональная проекция вершины на основание не совпадает с его центром симметрии.**
**Круговой конус — конус, основание которого является кругом.**
**Прямой круговой конус (часто его называют просто конусом) можно получить вращением прямоугольного треугольника вокруг прямой, содержащей катет (эта прямая представляет собой ось конуса).**
**Конус, опирающийся на эллипс, параболу или гиперболу, называют соответственно эллиптическим, параболическим и гиперболическим конусом (последние два имеют бесконечный объём).**
**Часть конуса, лежащая между основанием и плоскостью, параллельной основанию и находящейся между вершиной и основанием, называется усечённым конусом. Если площадь основания конечна, то объём конуса также конечен и равен трети произведения высоты на площадь основания. Таким образом, все конусы, опирающиеся на данное основание и имеющие вершину, находящуюся на данной плоскости, параллельной основанию, имеют равный объём, поскольку их высоты равны.**

# Виды конусов.



Центр тяжести любого конуса с конечным объёмом лежит на четверти высоты от основания. Телесный угол при вершине прямого кругового конуса равен $2\pi\left(1-\cos\frac{\alpha}{2}\right)$

- $\alpha$ — угол раствора конуса (то есть удвоенный угол между осью конуса и любой прямой на его боковой поверхности).



# Теорема 1.

**Площадь боковой и полной поверхности конуса с радиусом R и образующей L выражаются формулами: $S_{бок} = \pi RL$; $S_{полн} = \pi R(R+L)$**

# Теорема 2.

**Пересечение плоскости с прямым круговым конусом является одним из конических сечений (в невырожденных случаях — эллипсом, параболой или гиперболой, в зависимости от положения секущей плоскости). В алгебраической геометрии конус — это произвольное подмножество K векторного пространства V над полем F, для которого для любого $\lambda \in F$**

**$\lambda K = K$**

**Объем кругового конуса равен $V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$**

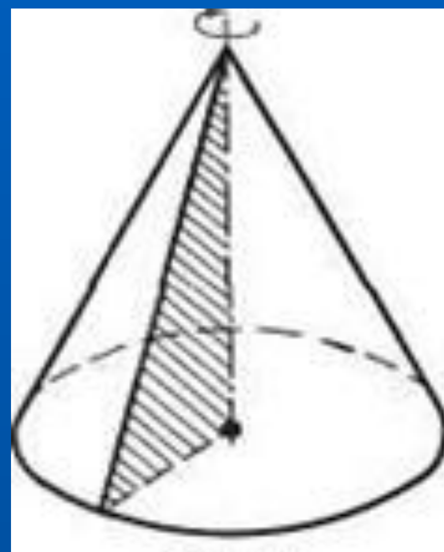


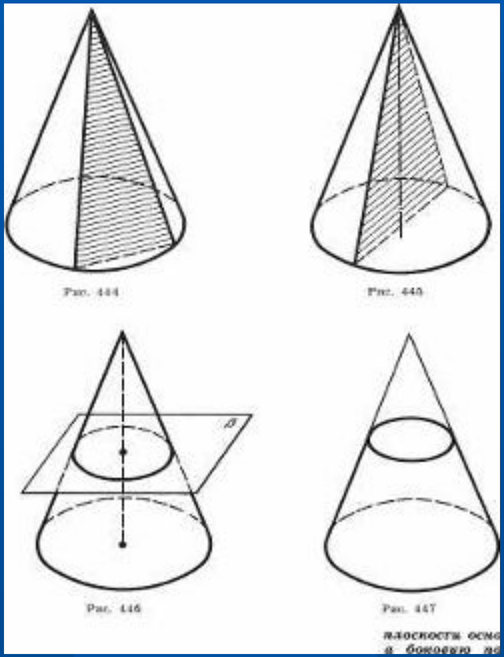
Рис. 443

**Сечение конуса плоскостью, проходящей через его вершину, представляет собой равнобедренный треугольник, у которого боковые стороны являются образующими конуса .В частности, равнобедренным треугольником является осевое сечение конуса. Это сечение, которое проходит через ось конуса**

# Теорема 3.

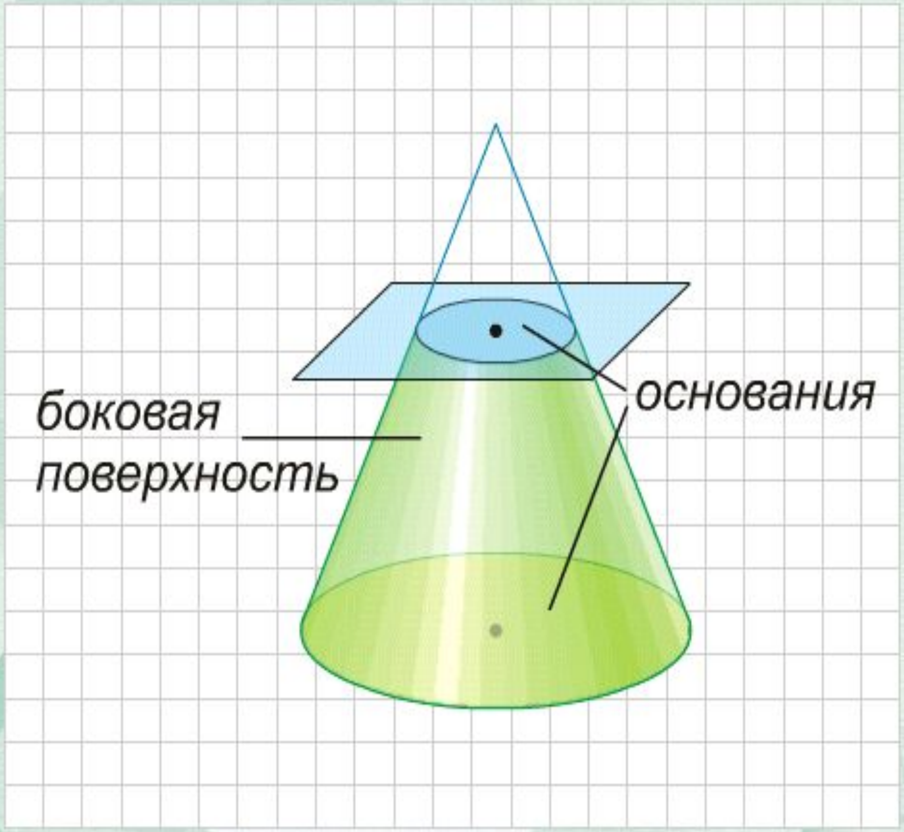
Плоскость, параллельная плоскости основания конуса, пересекает конус по кругу, а боковую поверхность - по окружности с центром на оси конуса.

# Теорема 4.



Касательной плоскостью к конусу называется плоскость, проходящая через образующую конуса и перпендикулярная плоскости осевого сечения, содержащей эту образующую

# Усеченный конус

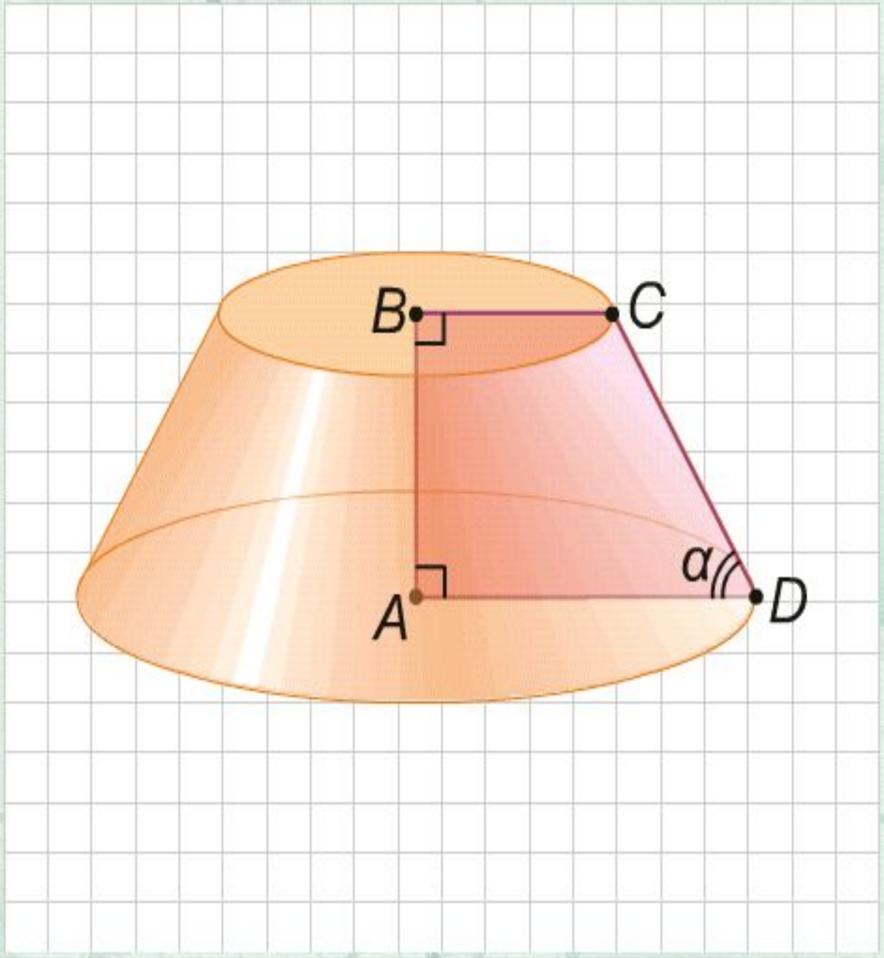



Усеченный конус и его элементы.

Перейдем к рассмотрению усеченных конусов.
По следствию из теоремы 1.2.2 (о сечении конуса плоскостью, параллельной основанию), плоскость, параллельная основанию конуса, делит его на две части, из которых одна — меньший конус, подобный данному. Другая же часть исходного конуса называется *усеченным конусом*.
Усеченный конус ограничен двумя кругами разных радиусов, расположенными в параллельных плоскостях, — *основаниями* усеченного конуса — и кривой *боковой поверхностью*, которая является частью бесконечной (круговой) конической поверхности.

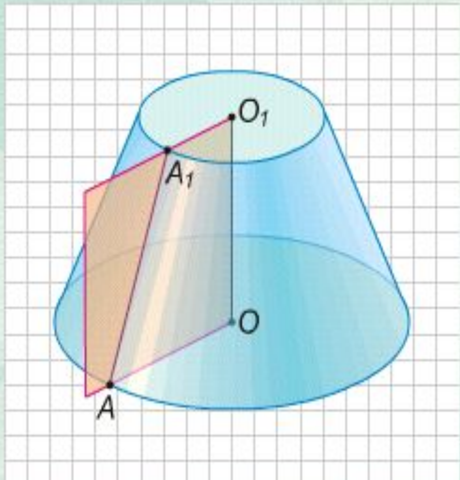
# Усеченный конус как тело вращения

Усеченный конус можно определить и другим способом: как тело, полученное вращением прямоугольной трапеции *ABCD* вокруг ее боковой стороны *AB*, которая перпендикулярна основаниям. При этом его боковая поверхность определяется как поверхность, полученная вращением вокруг *AB* другой боковой стороны трапеции — *CD*, а основания усеченного конуса получаются вращением вокруг *AB* отрезков *AD* и *BC*.

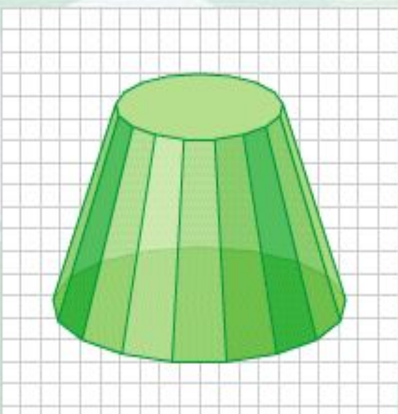



Усеченный конус получается вращением прямоугольной трапеции.

# Элементы усеченного конуса




Элементы усеченного конуса.



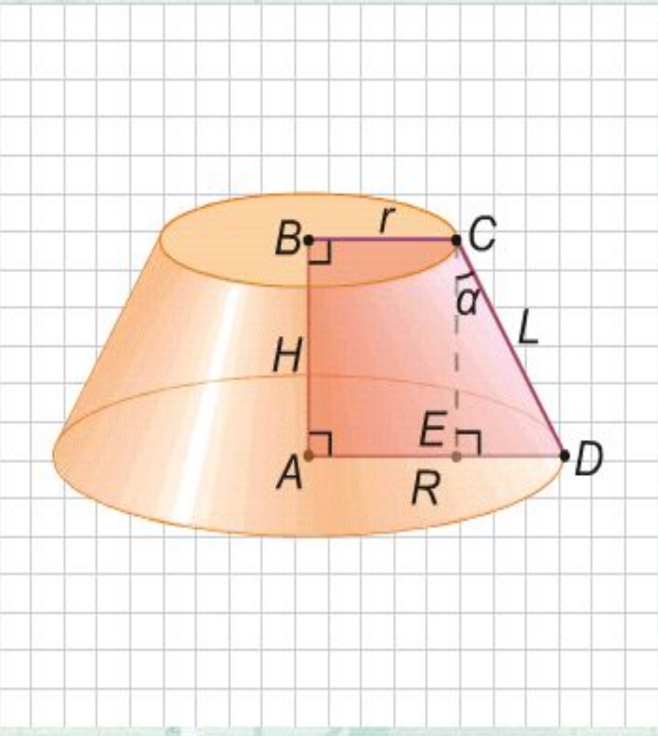
Чем больше граней у правильной пирамиды, тем больше она напоминает конус.

Прямая, проходящая через центры $O$ и $O_1$ оснований усеченного конуса, называется его *осью*, сам отрезок $OO_1$ перпендикулярен его основаниям и называется *высотой* усеченного конуса. Понятно, что высота усеченного конуса равна расстоянию между плоскостями его оснований.

Полуплоскость, ограниченная осью усеченного конуса, пересекает его боковую поверхность по отрезку прямой, который называется *образующей* усеченного конуса.

Усеченный конус можно рассматривать как предельный случай правильной $n$-угольной усеченной пирамиды при неограниченном увеличении числа $n$ (символически, $n \to \infty$).

# Соотношения между элементами усеченного конуса



Усеченный конус.

**Теорема 1.2.4 (о соотношениях между элементами усеченного конуса). Пусть $R$ и $r$ — радиусы оснований усеченного конуса, $H$ — его высота, $L$ — длина образующей и $\alpha$ — угол между образующей и осью конуса. Тогда справедливы равенства:**

1) $H^2 + (R - r)^2 = L^2$; 2) $H = L \cdot \cos \alpha$; 3) $R = r + L \cdot \sin \alpha$;

4) $\operatorname{tg} \alpha = \dfrac{R - r}{H}$.

**Доказательство.** Пусть усеченный конус получен вращением прямоугольной трапеции $ABCD$ вокруг ее боковой стороны $AB$, которая перпендикулярна основаниям. Тогда $AB = H$, $AD = R$, $BC = r$, $CD = L$, $\angle DCE = \alpha$. Если из точки $C$ опустить перпендикуляр $CE$ на сторону $AD$, то в прямоугольном треугольнике $CDE$ катеты $CE = H$, $ED = R - r$, и доказываемые равенства становятся очевидными (при условии, что вы хорошо помните теорему Пифагора и тригонометрические соотношения в прямоугольном треугольнике). Теорема доказана.