# Электронный учебник по геометрии

## Векторы в пространстве

Поехали

# Цели работы

- Это учебник создан для экзамена по геометрии.
- В нем рассмотрена темы 10-го класса- Векторы в пространстве, и действия над векторами в пространстве.
- Уверена вам понравится!!!

Далее

# Содержание

# Величина и направление вектора

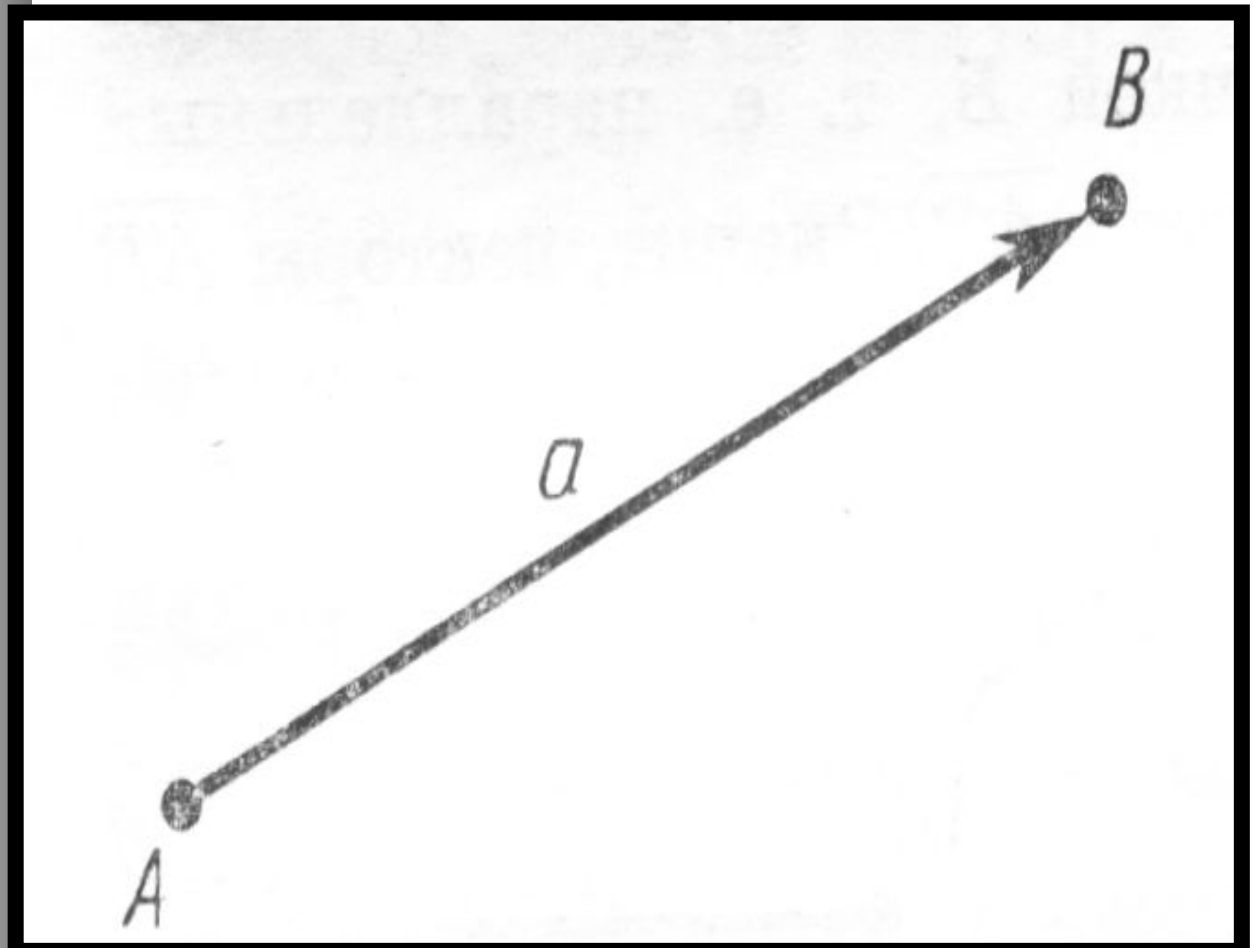
- Вектором мы будем называть направленный отрезок (рисунок 1) . Направление вектора определяется указанием его начала и конца. На чертеже направление вектора отмечается стрелкой. Для обозначения векторов будем пользоваться строчными латинскими буквами а, Ь, с, ... . Можно также обозначить вектор указанием его начала и конца. При этом начало вектора ставится на первом месте. Вместо слова «вектор» над буквенным обозначением вектора иногда ставится стрелка или черта. Вектор на рисунке 1 можно обозначить так:

или

Содержание

Далее

# Рисунок 1



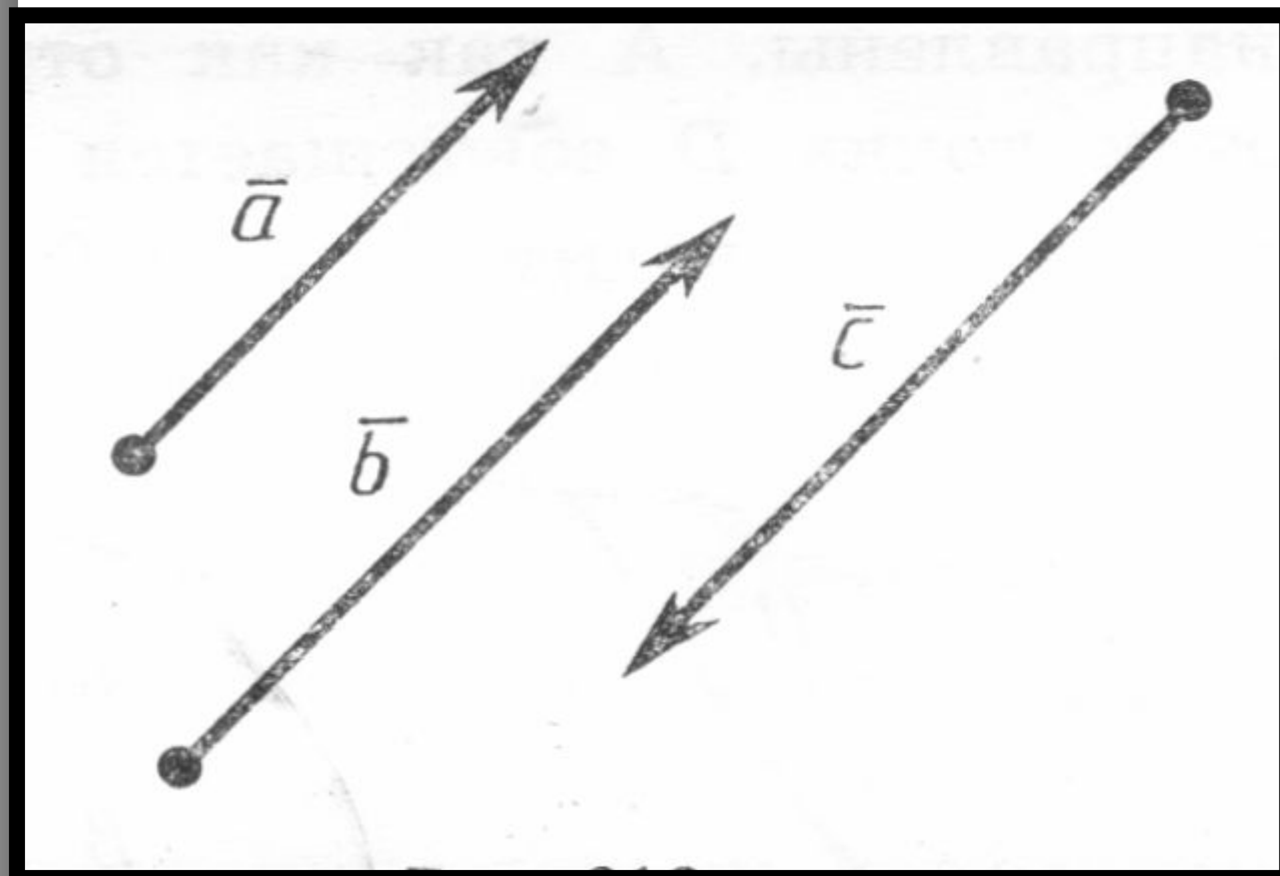

Назад

# Величина и направление вектора

- Векторы $\overline{AB}$ и $\overline{CD}$ называются одинаково направленными, если полупрямые AB и CD одинаково направлены. Векторы $\overline{AB}$ и $\overline{CD}$ называются противоположно направленными, если полупрямые AB и CD противоположно направлены. На рисунке 212 векторы $\overline{a}$ и $\overline{b}$ одинаково направлены, а векторы $\overline{a}$ и $\overline{c}$ противоположно направлены.
- Абсолютной величиной (или модулем) вектора называется длина отрезка, изображающего вектор. Абсолютная величина
- вектора а обозначается $|\overline{a}|$.
- Начало вектора может совпадать с его концом. Такой вектор будем называть нулевым вектором. Нулевой вектор обозначается нулем с черточкой $(\overline{0})$ О направлении нулевого вектора не говорят. Абсолютная величина нулевого вектора считается равной нулю(Рисунок 2) .

Назад

# Рисунок 2




Назад

# Векторы в пространстве

- В пространстве, как и на плоскости, вектором называется направленный отрезок. Буквально так же, как и на плоскости, определяются основные понятия для векторов в пространстве: абсолютная величина вектора, направление вектора, равенство векторов.
- Координатами вектора с началом в точке $A_1(x_1; y_1; z_1)$ и концом в точке $A_2(x_2;y_2;z_2)$ называются числа $x_2 - x_1$, $y_2 - y_1$, $z_2 - z_1$. Так же, как и на плоскости, доказывается, что равные векторы имеют соответственно равные координаты и, обратно, векторы с соответственно равными координатами равны. Это дает основание для обозначения вектора его координатами:

  $a\ (a_1, a_2; a_3)$ или просто $(a_1; a_2; a_3)$.

Содержание

Задача 1

# Действия над векторами в пространстве

- **Так же, как и на плоскости, определяются действия над векторами: сложение, разность , умножение на число и скалярное произведение.**

Содержание

# Сумма векторов

- Суммой векторов $(a_1; a_2; a_3)$ и $(b_1; b_2; b_3)$ называется вектор:
  $(a_1 + b_1; a_2 + b_2; a_3 + b_3)$.
- Так же,как и на плоскости, доказывается векторное равенство (доказательство) :

Задача 3

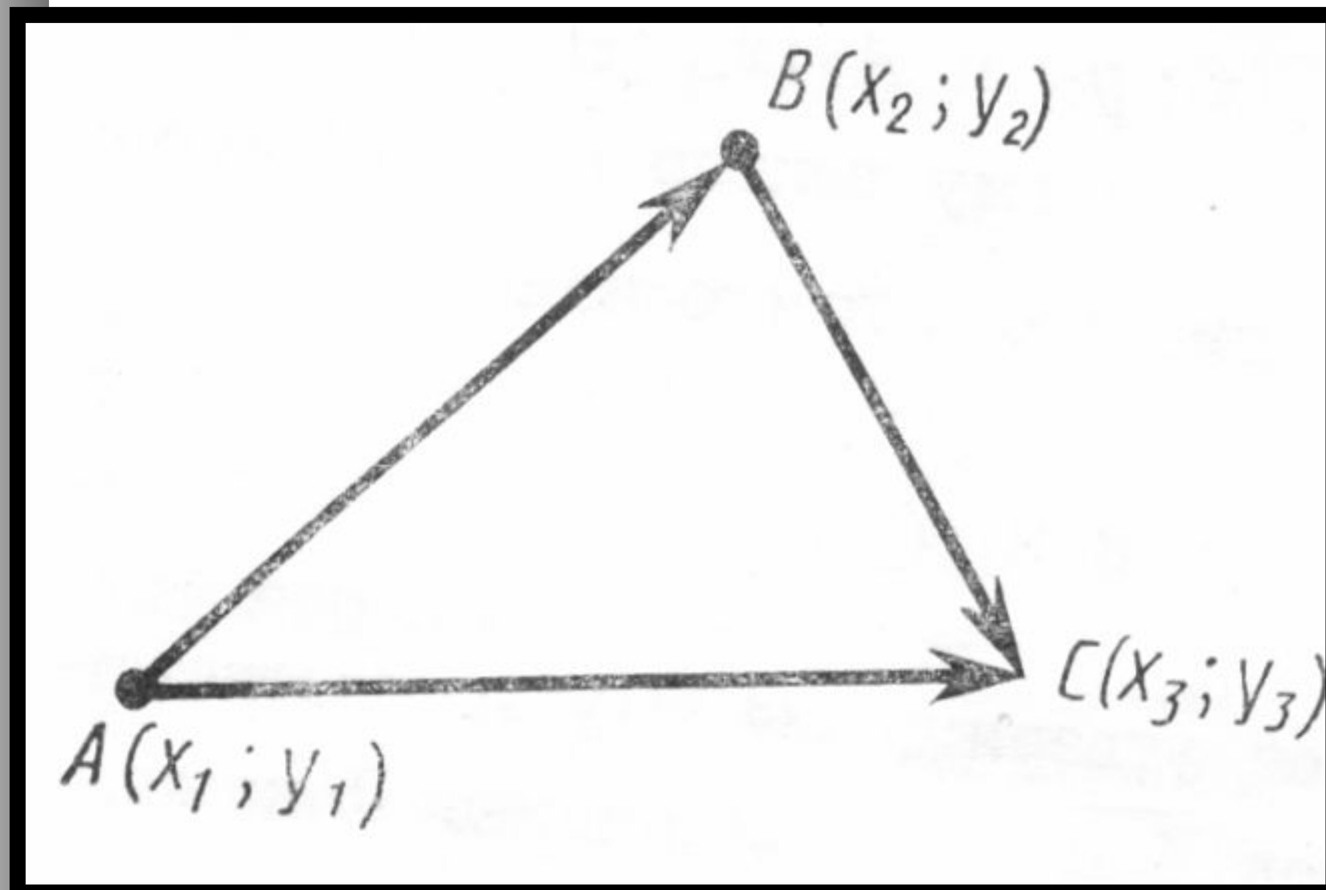
Назад

# Доказательство

- Пусть А $(x1; y1)$,В$(x2; y2)$,С$(x3; y3)$ - данные точки (рисунок 3) .Вектор $\overline{AB}$ имеет координаты $x_2$-$x_1$,$y_2$-$y_1$, вектор $\overline{BC}$ имеет координаты $x_3$ - $x_2$, $y_3$-$y_2$. Следовательно, вектор $\overline{AB}+\overline{BC}$ имеет координаты $x_3$-$x_1$, $y_3$-$y_1$. А это есть координаты вектора $\overline{AC}$. Значит, векторы $\overline{AB}+\overline{BC}$ и $\overline{AC}$ равны. Теорема доказана.

Назад

# Рисунок 3




Назад

# Разность векторов

- Разностью векторов (a1;a2;a3) и (b1; b2;b3) называется такой вектор (c1; c2;c3), который в сумме с вектором дает вектор : . Отсюда находим координаты вектора :

c1=a1-b1;c2=a2-b2;c3=a3-b3

Назад

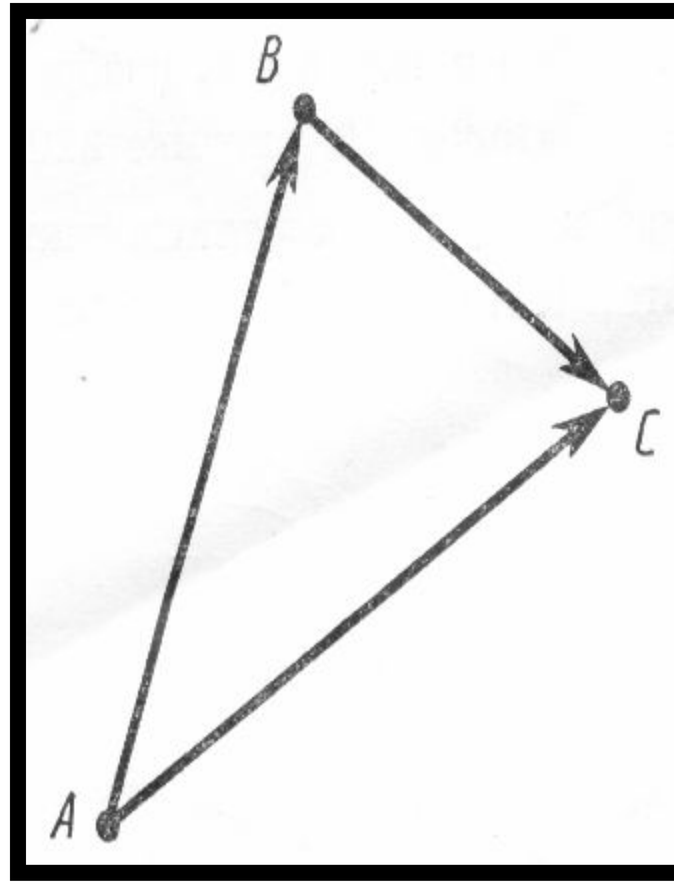
Задача 2

# Задача 2

- Дано:

  -имеют общее начало

- Доказать:




Назад

Решение

# Задача 2

Решение:

Рисунок

Имеем $\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$.

А это значит, что $\overline{AC} - \overline{AB} = \overline{BC}$.

$\Rightarrow$ Чтобы построить вектор,

равный *разности* векторов $\overline{a}$ и $\overline{b}$,

надо отложить *равные* им векторы $\overline{a'}$ и $\overline{b'}$

от одной тточки. Тода вектор, начало которого

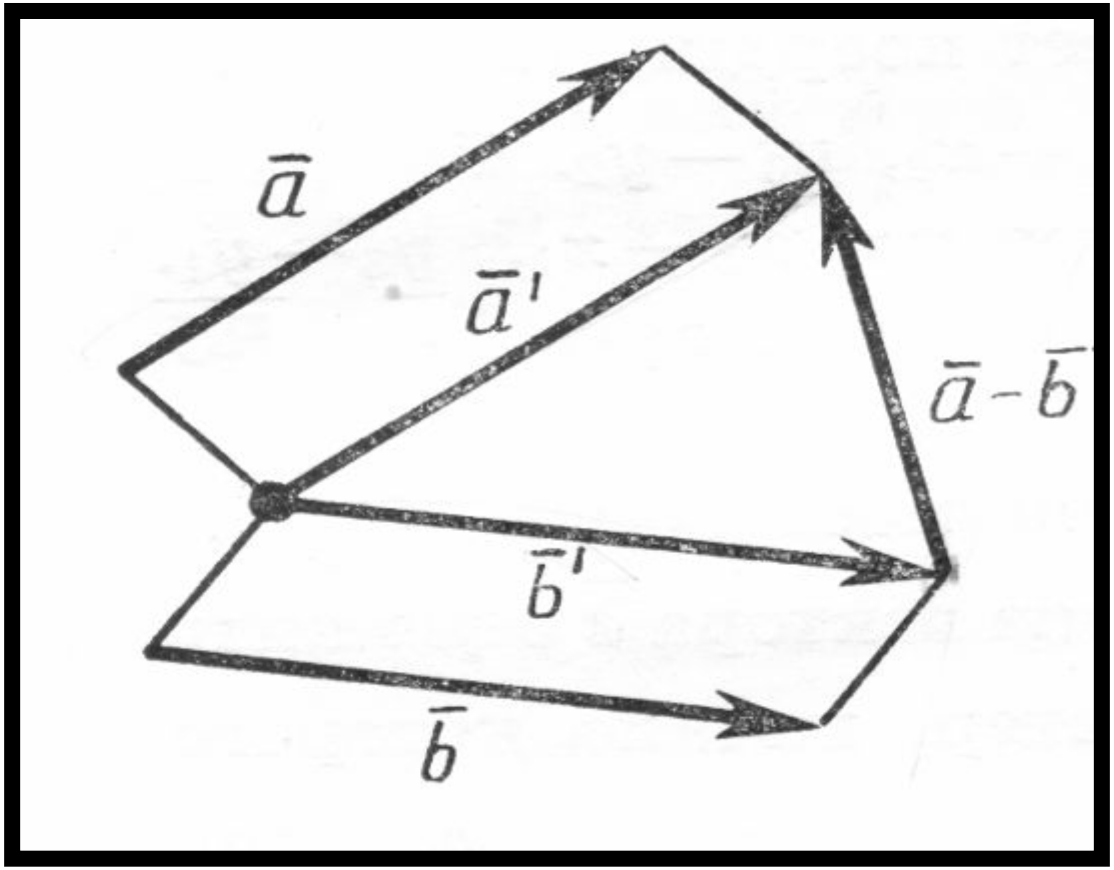
совпадает с концом вектора $\overline{b'}$,

а конец - с концом вектора $\overline{a'}$,

будет *разность* векторов $\overline{a}$ и $\overline{b}$

Назад

# Рисунок




Назад

# Задача 1

- Дано:

A(2;7;-3)

B(1;0;3)

C(-3;-4;5)

D(-2;3;-1)

- Найти:

Среди всех векторов указать равные

## Решение:

Надо найти координаты всех векторов и сравнить эти координаты.

$\overline{AB}$ :1-2=-1, 0-7=- 7, 3-(-3)=6

У вектора $\overline{DC}$ такие же координаты: -3-(-2)=-1, -4-3=-7, 5-(-1)=6. Значит $\overline{AB}$ и $\overline{DC}$ равны. Другой парой равных векторов будут $\overline{BC}$ и $\overline{AD}$

Назад

# Задача 3

- Дано:

$\overline{a}$ (1;2;3)

- Найти:

Коллинеарный вектор с началом в точке A(1;1;1) и концом B на плоскости xy.

Назад

## Решение:

Координата z точки *B* равна нулю.

Координаты вектора $AB$: *x-1*, *y-1*, 0-1 1=-1. Из коллинеарности векторов $\overline{a}$ и $\overline{AB}$ получаем пропорцию:

$$\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{-1}{3}$$

Отсюда находим координаты x, y точки B:

$$x=\frac{2}{3},y=\frac{1}{3}$$

# Произведение вектора

- Произведением вектора
  а(а1; а2; а3) на число λ называется вектор
  $$\overline{\lambda a} = (\overline{\lambda a1; \lambda a2; \lambda a3})$$
- Так же, как и на плоскости, доказывается, что абсолютная величина вектора λа равна \λ\ \ $\overline{a}$\, а направление совпадает с направлением вектора $\overline{a}$, если λ> 0, и противоположно направлению вектора $\overline{a}$, если λ<0.

Назад

# Скалярное произведение векторов

- Скалярным произведением векторов

  и называется число $a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$. Буквально так же, как и на плоскости, доказывается, что скалярное произведение векторов равно произведению их абсолютных величин на косинус угла между векторами.

Назад

Задача 4

# Задача 4

- Дано:

A(0;1;-1)

B(1;-1;2)

C(3;1;0)

D(2;-3;1)

- Найти:

cosφ=?

Решение:

Координатами вектора $\overline{AB}$ будут:

1-0=1, -1-1=-2, 2-(-1)=3

$$\left|\overline{AB}\right| = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 3^2} = \sqrt{14}$$

Координатами вектора $\overline{CD}$ будут:

2-3=-1, -3-1=-4, 1- 0=1

$$\left|\overline{CD}\right| = \sqrt{(-1)^2 + (-4)^2 + 1^2} = \sqrt{18}$$

Значит,

$$\cos\varphi = \frac{\overline{AB} \times \overline{CD}}{\left|\overline{AB}\right| \times \left|\overline{CD}\right|} = \frac{1(-1) = (-2)(-4) + 3 \times 1}{\sqrt{14} \times \sqrt{18}} = \frac{5}{\sqrt{63}}$$

Назад

# ОБ АВТОРЕ