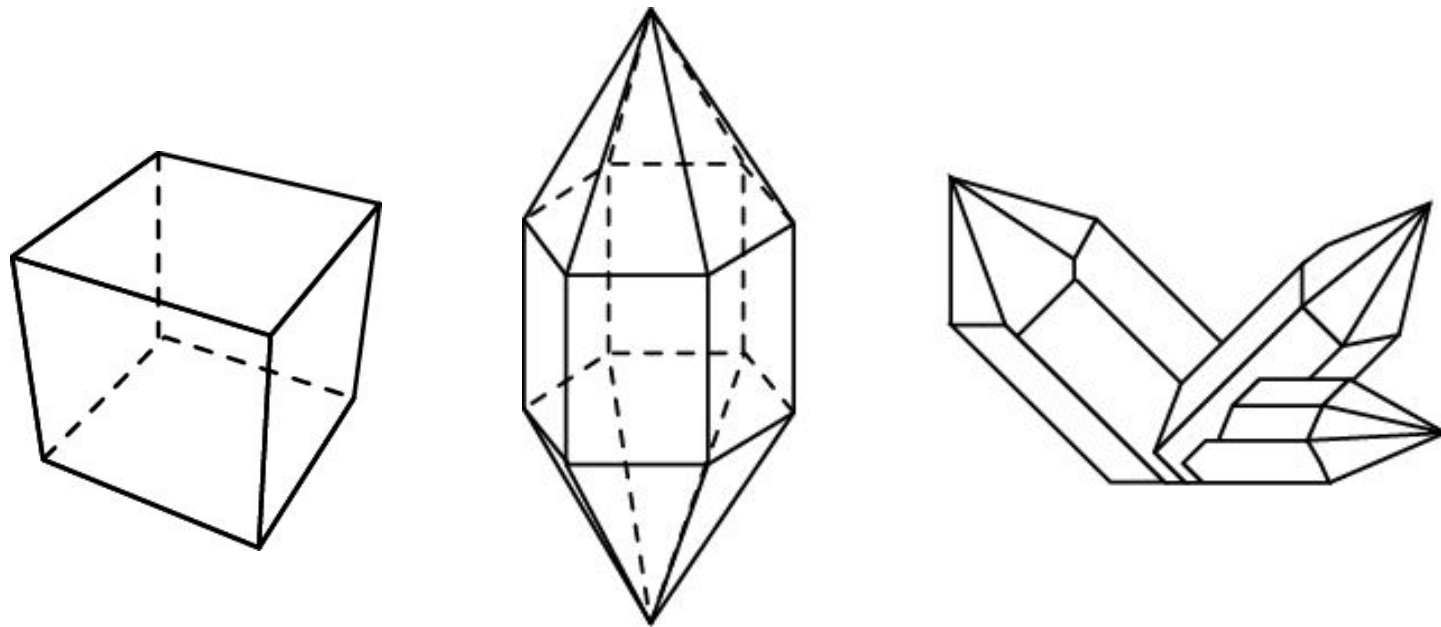


КРИСТАЛЛЫ

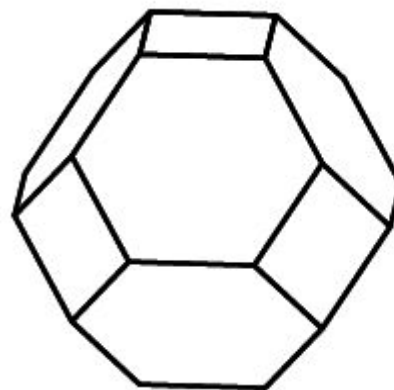
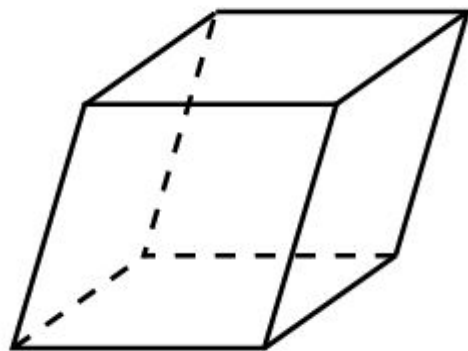
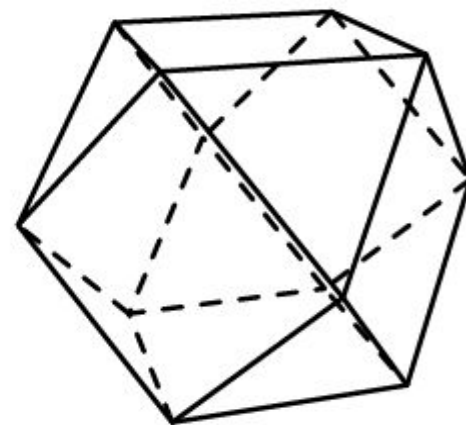
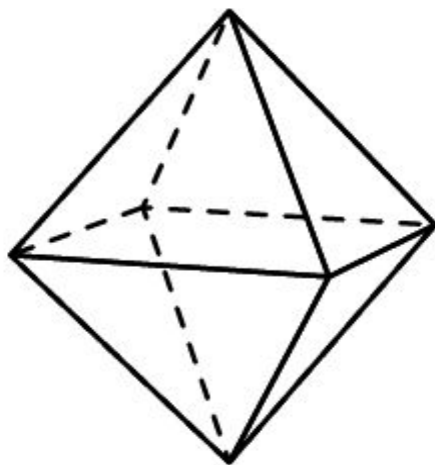
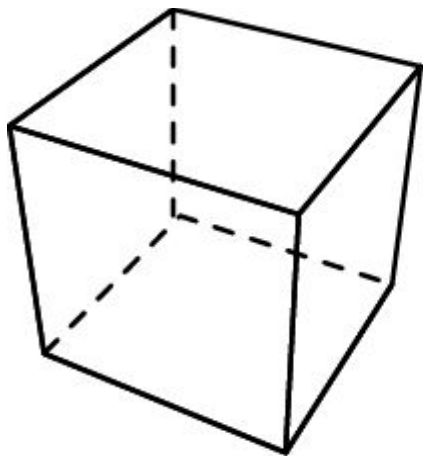
Многие формы многогранников придумал не сам человек, а их создала природа в виде кристаллов.

Кристаллы поваренной соли имеют форму куба, кристаллы льда и горного хрусталя (кварца) напоминают отточенный с двух сторон карандаш, т. е. имеют форму шестиугольной призмы, на основания которой поставлены шестиугольные пирамиды.



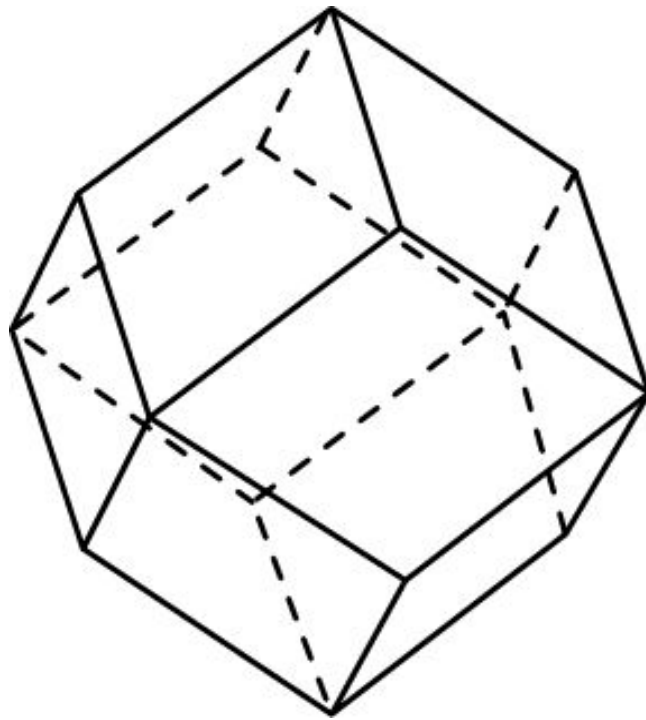
КРИСТАЛЛЫ

Алмаз чаще всего встречается в виде октаэдра, иногда куба и даже кубооктаэдра. **Исландский шпат**, который раздваивает изображение, имеет форму косого параллелепипеда. **Пирит** — куб или октаэдр, иногда встречается в виде усеченного октаэдра.



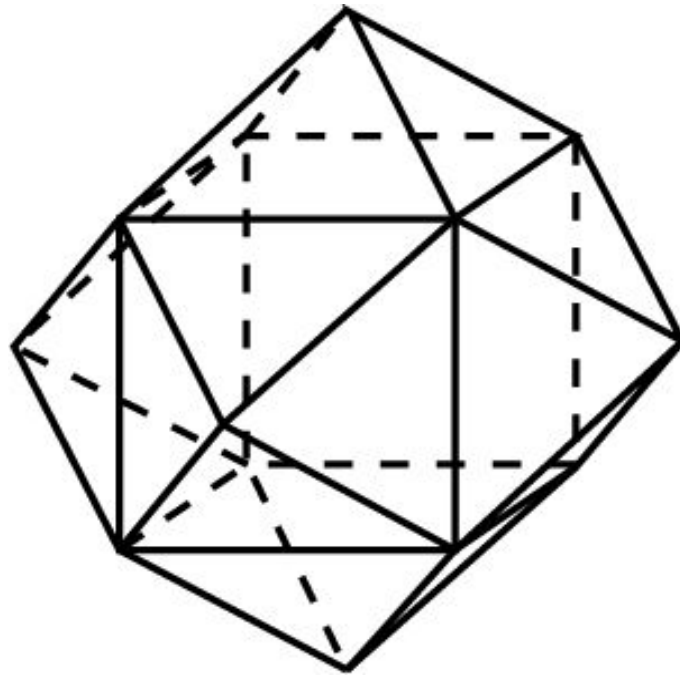
КРИСТАЛЛЫ

Кристалл граната имеет форму ромбододекаэдра (иногда его называют ромбоидальный, или ромбический, додекаэдр) - двенадцатигранника, гранями которого являются двенадцать равных ромбов.



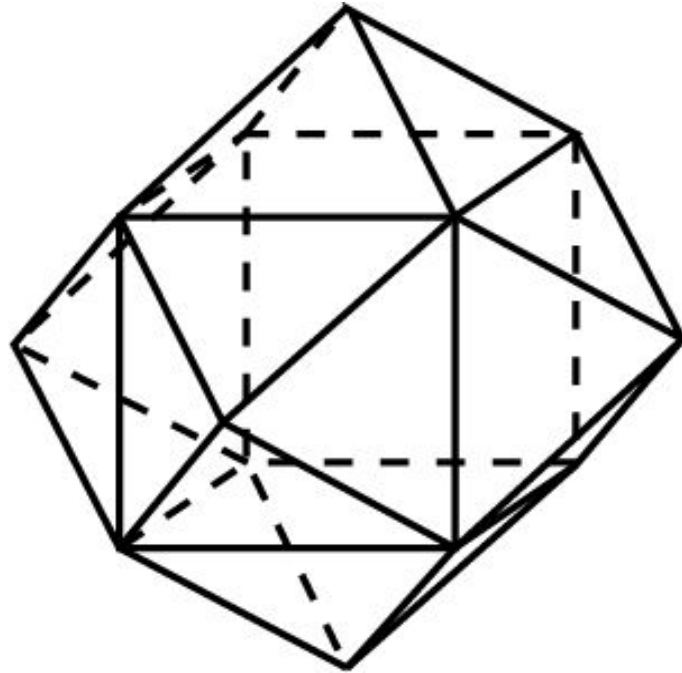
Упражнение 1

Возьмем два одинаковых куба. Разобьем один из них на шесть одинаковых четырехугольных пирамид с вершинами в центре куба и основаниями - гранями куба. Приложим теперь эти пирамиды к граням второго куба так, чтобы основания пирамид совместились с гранями куба. Покажите, что образовавшийся при этом многогранник будет ромбододекаэдром.



Упражнение 2

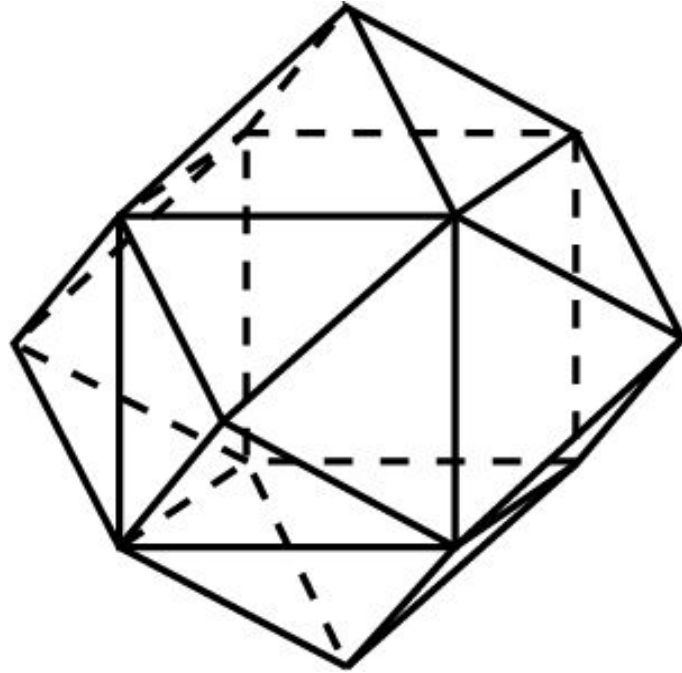
Найдите углы ромбов, являющихся гранями ромбододекаэдра.



Ответ: $\cos \phi = \frac{1}{3}$.

Упражнение 3

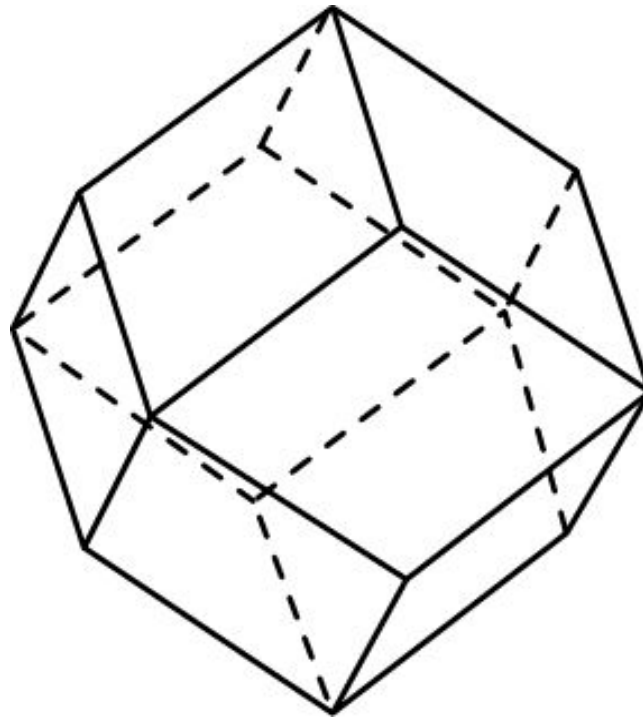
Ребро куба равно 1. Найдите ребро соответствующего ромбододекаэдра.



Ответ: $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Упражнение 4

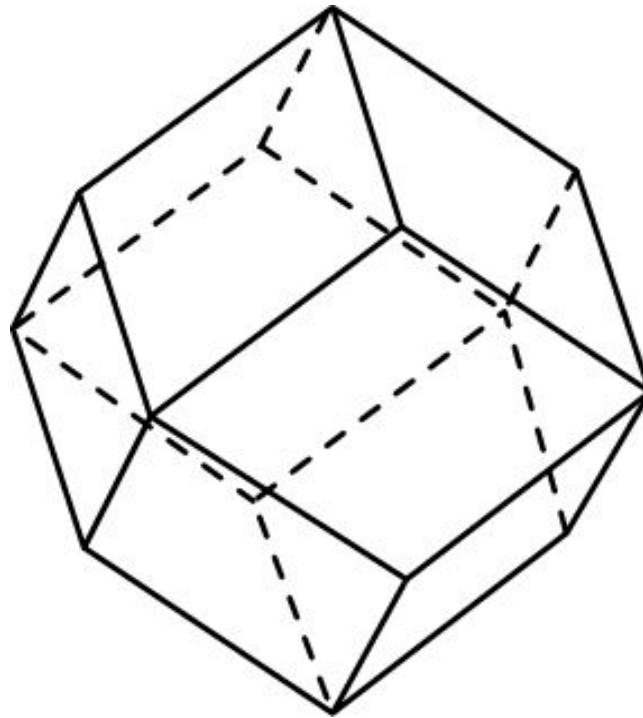
Подсчитайте количество вершин, ребер и граней ромбододекаэдра.



Ответ: $V = 14$, $P = 24$, $\Gamma = 12$.

Упражнение 5

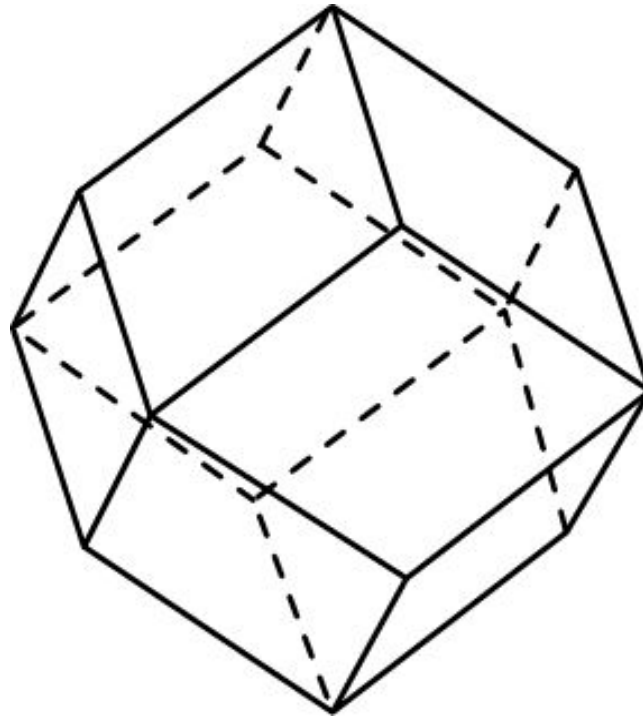
Имеются ли у ромбодекаэдра параллельные грани?
Сколько таких пар?



Ответ: Да, 12 пар.

Упражнение 6

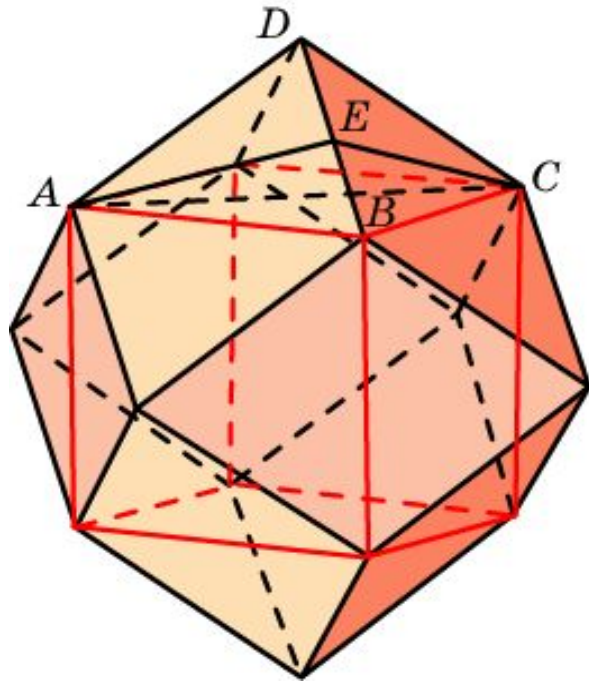
Сколько у ромбодекаэдра трехгранных и четырехгранных углов?



Ответ: 8 трехгранных и 6 четырехгранных углов.

Упражнение 7

Найдите двугранные углы ромбододекаэдра.



Решение: Воспользуемся тем, что ромбододекаэдр может быть получен из двух равных кубов. Примем ребро куба за 1. Тогда

$$AC = \sqrt{2}, BD = \frac{\sqrt{3}}{2}, AE = CE = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

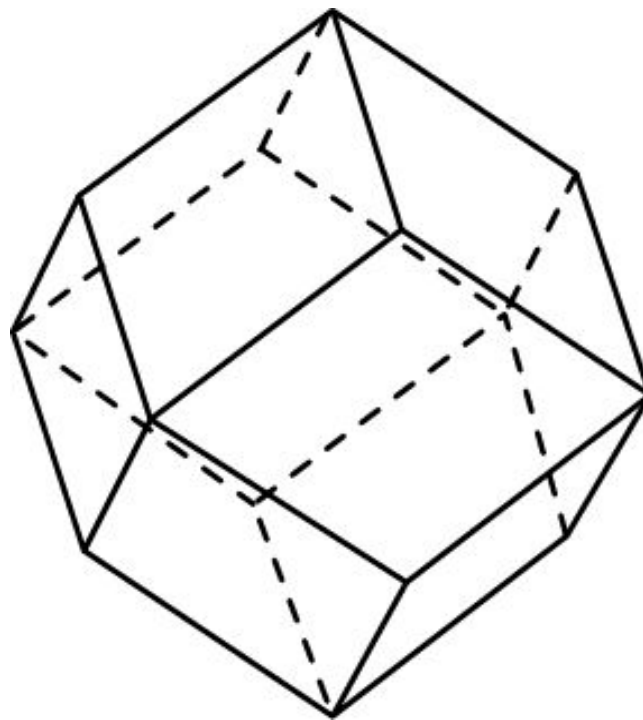
Используя теорему косинусов, найдем линейный угол φ искомого двугранного угла при ребре BD .

$$\text{Имеем } \cos \varphi = -\frac{1}{2}. \text{ Следовательно, } \varphi = 120^\circ.$$

Ответ: $\varphi = 120^\circ$.

Упражнение 8

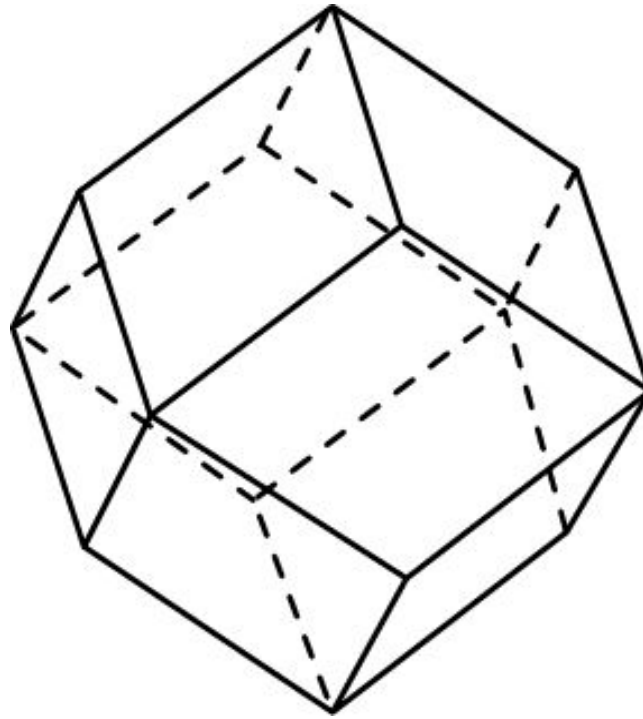
Найдите углы между несмежными гранями четырехгранных углов ромбодекаэдра.



Ответ: 90° .

Упражнение 9

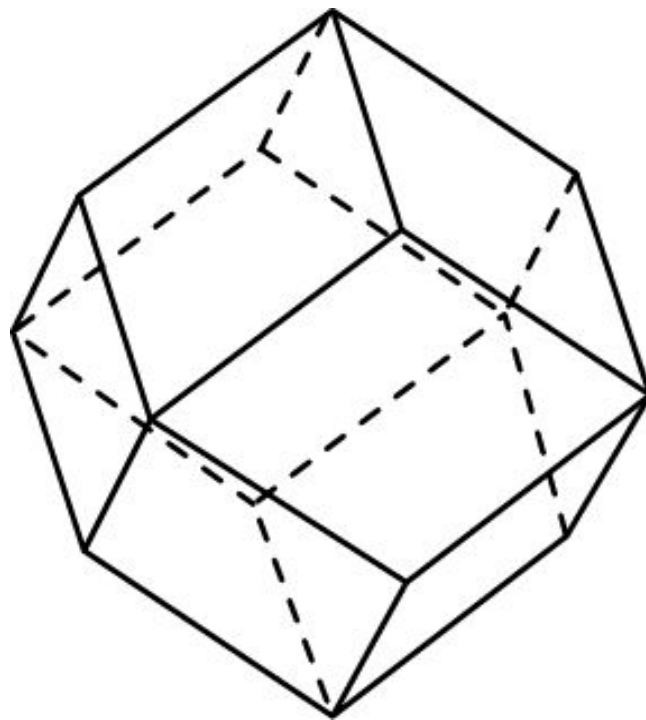
Вершинами какого многогранника являются центры граней ромбододекаэдра?



Ответ: Кубооктаэдра.

Упражнение 10

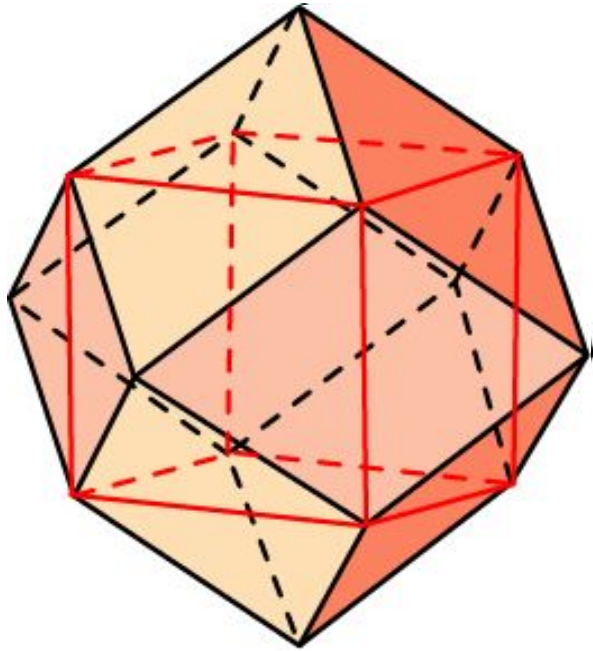
Можно ли равными ромбододекаэдрами заполнить все пространство, т. е. составить пространственный паркет?



Ответ: Да.

Упражнение 11

Найдите трехгранные и четырехгранные углы ромбододекаэдра – многогранника, поверхность которого состоит из двенадцати ромбов.

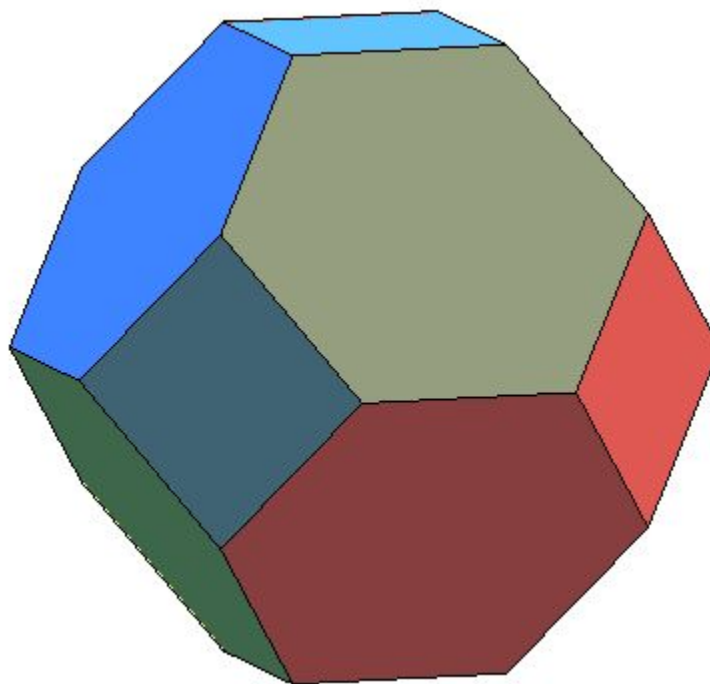


Заметим, что равными ромбододекаэдрами можно заполнить все пространство (составить пространственный паркет). Для этого сначала заполним пространство равными кубами, окрашенными в черный и белый цвета в шахматном порядке. Затем белые кубы разобьем на правильные четырехугольные пирамиды и присоединим их к черным кубам. Получим искомое заполнение пространства ромбододекаэдрами. При этом в каждой вершине сходится или шесть равных четырехгранных углов, или четыре равных трехгранных углов ромбододекаэдров. Таким образом, величина четырехгранного угла ромбододекаэдра равна 60° , а величина трехгранного угла ромбододекаэдра равна 90° .

Ответ: 3-х гранные углы равны 90° , а 4-х гранные 60° .

Упражнение 12

Можно ли из усеченных октаэдров составить пространственный паркет?



Ответ: Да.

Фотографии кристаллов можно
посмотреть на сайте
минералогического музея им.
А.Е. Ферсмана в Москве,
www.fmm.ru

