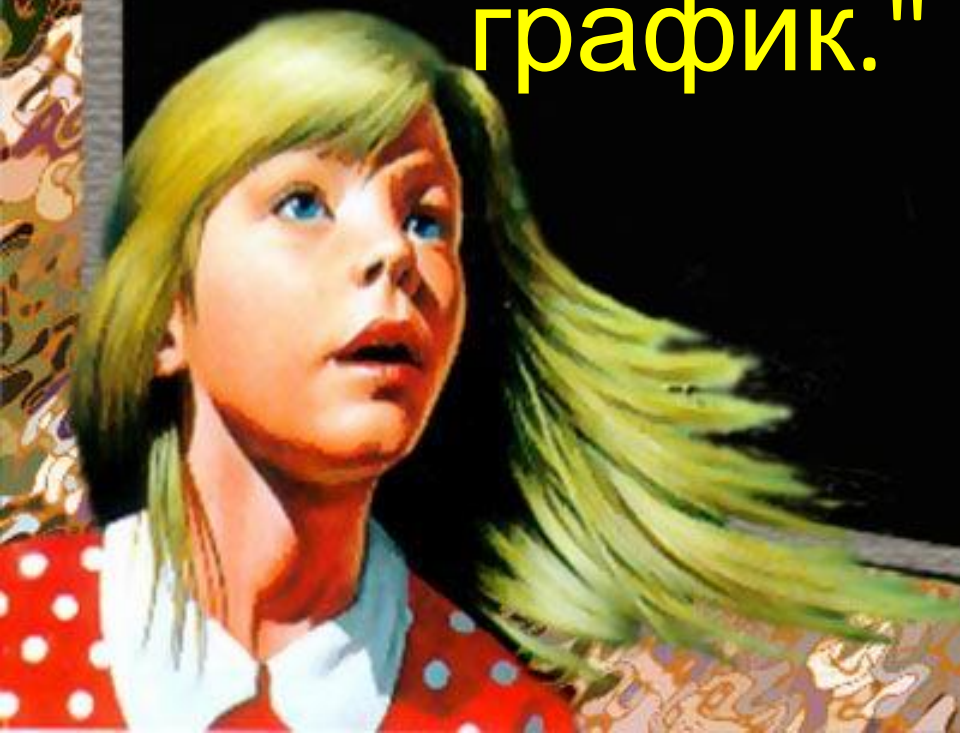


Урок алгебры в 8 классе

по теме:

""Квадратичная  
функция, её свойства и  
график.""



## **Цели:**

Познакомить с понятием квадратичной функции;

Понаучиться строить график функции  $y=ax^2 + ax + c$  и описывать свойства данной функции по графику;

Установить закономерность между графиком функции  $y=ax^2$  и значением коэффициента  $a$ .

Рассмотрим многочлен  $ax^2 + bx + c$ , где  $a, b, c$  — числа (коэффициенты), причем  $a \neq 0$ . Его обычно называют **квадратным трехчленом**; при этом одночлен  $ax^2$  называют **старшим членом квадратного трехчлена**, а коэффициент  $a$  — **старшим коэффициентом**.

Заметим, что квадратный трехчлен не обязательно состоит из трех слагаемых, например,  $3x^2 + 2x$  тоже считают квадратным трехчленом: здесь  $a = 3, b = 2, c = 0$ .

Функцию  $y = ax^2 + bx + c$ , где  $a, b, c$  — произвольные числа, причем  $a \neq 0$ , называют **квадратичной функцией**. Это название можно объяснить тем, что старший член трехчлена  $ax^2 + bx + c$  содержит  $x$  в квадрате.



## **Определение.**

**Квадратичной функцией называется функция, которую можно задать формулой вида  $y=ax^2+bx+c$ , где  $x$  – независимая переменная,  $a$ ,  $b$  и  $c$  – некоторые числа, причем  $a \neq 0$ .**

*Из приведенных примеров укажите те функции, которые являются квадратичными. Для квадратичных функций назовите коэффициенты.*

$$y = 5x + 1$$

$$y = 3x^2 - 1$$

$$y = \frac{2}{x^2} + 1$$

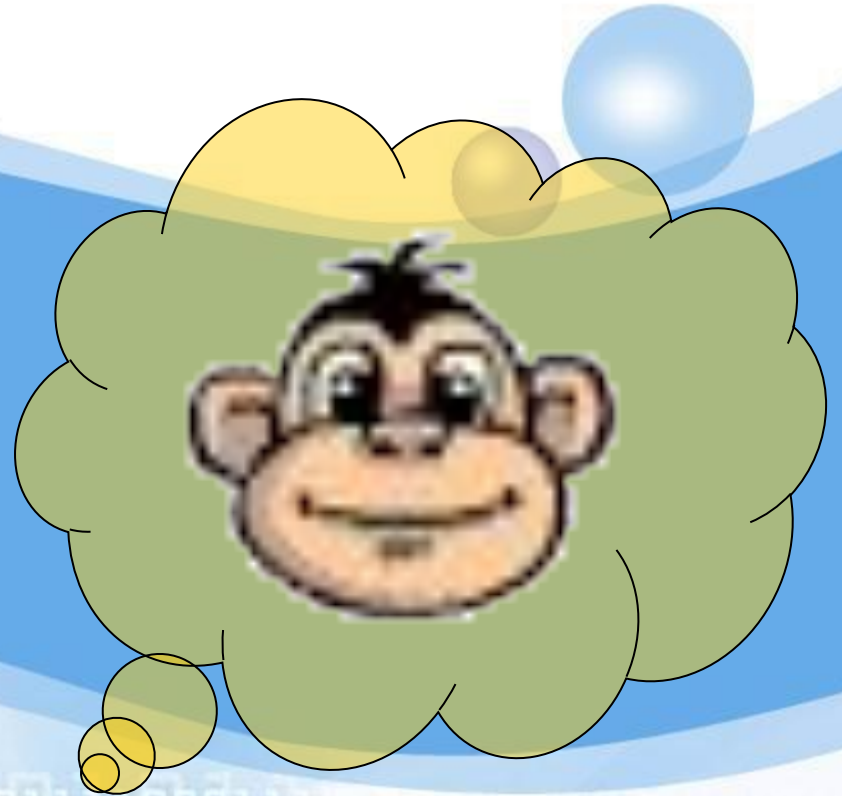
$$y = 4x^2$$

$$y = \frac{x^2}{4} - 1$$

$$y = 2x^2 + x$$

$$y = 2x^2 + x + 3$$

$$y = x^3 + 7x - 1$$

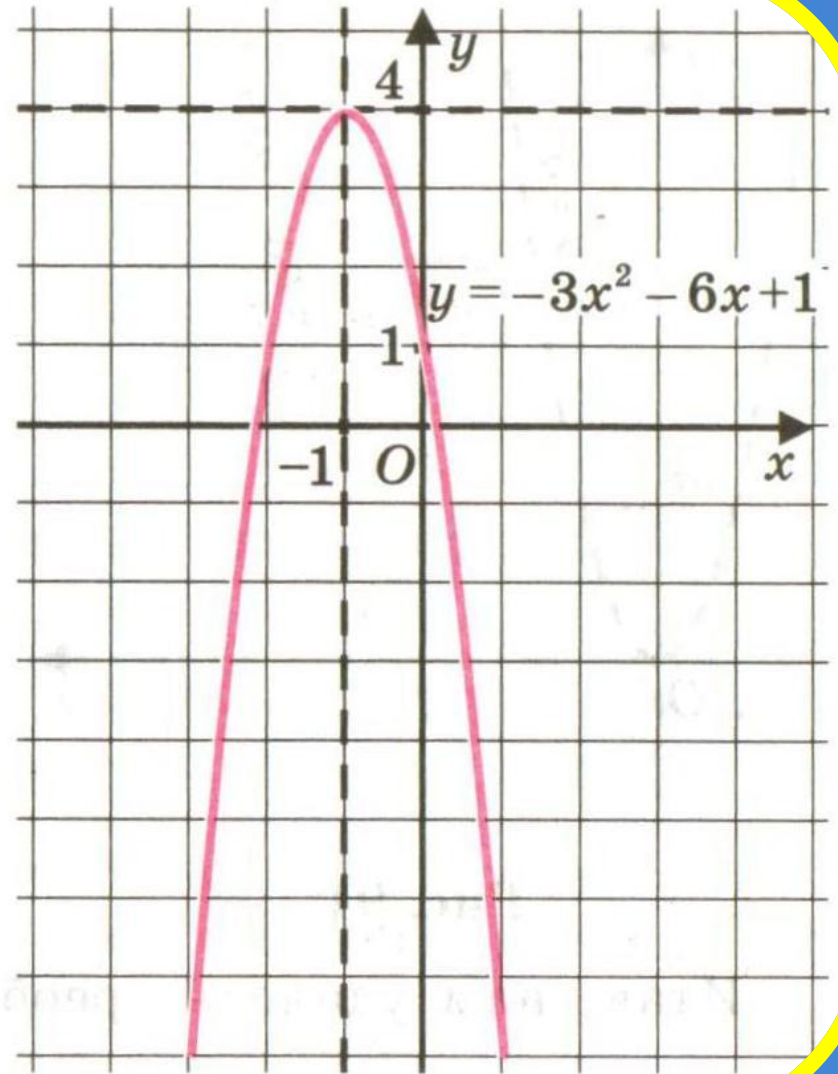
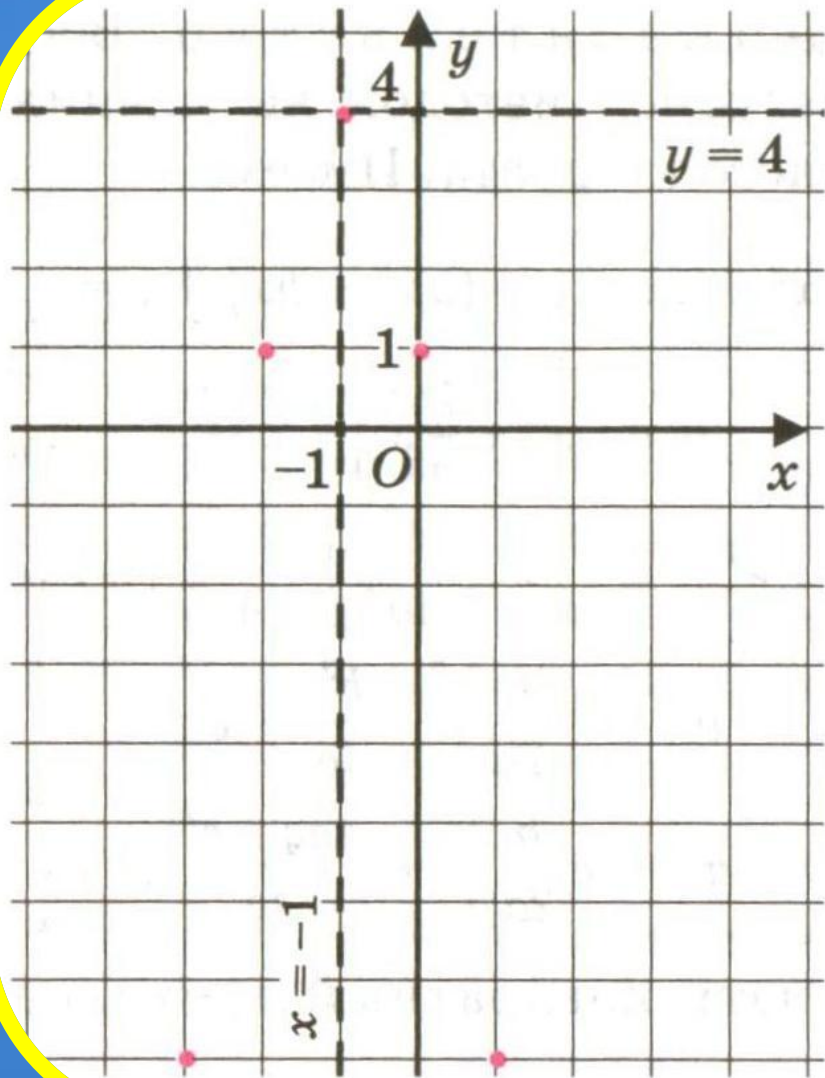


**Пример 1.** Построить график функции  $y = -3x^2 - 6x + 1$ .

**Решение.** Выделим полный квадрат в квадратном трехчлене  $-3x^2 - 6x + 1$ . Имеем:

$$\begin{aligned} -3x^2 - 6x + 1 &= -3(x^2 + 2x) + 1 = -3((x^2 + 2x + 1) - 1) + 1 = \\ &= -3((x + 1)^2 - 1) + 1 = -3(x + 1)^2 + 3 + 1 = -3(x + 1)^2 + 4. \end{aligned}$$

Для построения графика функции  $y = -3(x + 1)^2 + 4$  перейдем к вспомогательной системе координат с началом в точке  $(-1; 4)$  (пунктирные прямые  $x = -1$  и  $y = 4$  на рис. 89). Привяжем функцию  $y = -3x^2$  к новой системе координат. С этой целью выберем контрольные точки для функции  $y = -3x^2$ , например  $(0; 0)$ ,  $(1; -3)$ ,  $(-1; -3)$ ,  $(2; -12)$ ,  $(-2; -12)$ , но строить их будем *не в старой, а в новой системе координат* (эти точки отмечены на рис. 89). По этим точкам построим параболу — получим требуемый график (рис. 90).





Итак, применив метод выделения полного квадрата, мы преобразовали квадратный трехчлен к виду  $a(x + l)^2 + m$  и использовали алгоритм 2 из § 21 (заметим еще раз, что с равным успехом мы могли бы использовать и алгоритм 1 — кому что нравится). Оказалось, что гра-

фиком функции  $y = -3x^2 - 6x + 1$  является парабола, которая получается из параболы  $y = -3x^2$  параллельным переносом. А в конце предыдущего параграфа мы установили, что графиком функции  $y = x^2 - 4x + 5$  также является парабола; она получается из параболы  $y = x^2$  параллельным переносом. Оказывается, *график любой квадратичной функции  $y = ax^2 + bx + c$  можно получить из параболы  $y = ax^2$  параллельным переносом*, причем для доказательства этого факта используется та же идея — *выделение полного квадрата*.

### Теорема

*Графиком квадратичной функции  $y = ax^2 + bx + c$  является парабола, которая получается из параболы  $y = ax^2$  параллельным переносом.*



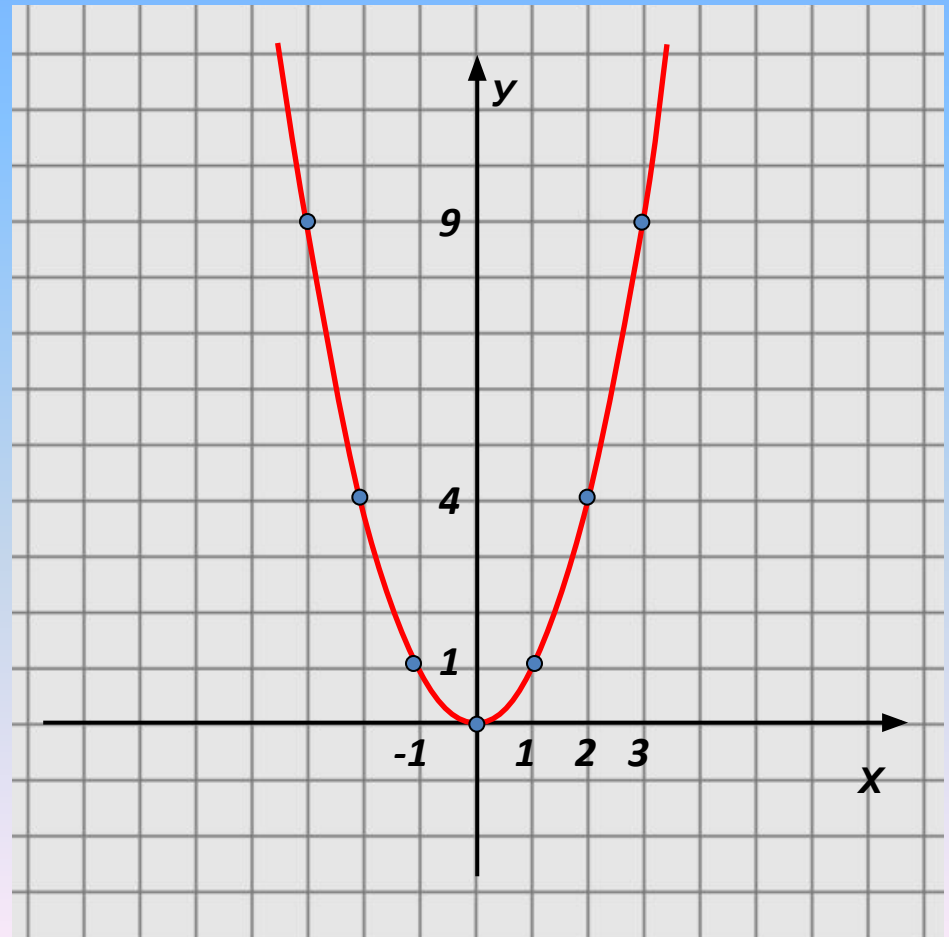
# *Функция $y=ax^2$ , ее график и свойства.*



Построим графики функций  $y = x^2$   $y = 2x^2$   $y = \frac{1}{2}x^2$   
и исследуем их свойства.  
 $y = -\frac{1}{2}x^2$

1)  $y = x^2$

<b>x</b>	<b>-3</b>	<b>-2</b>	<b>-1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>y</b>	<b>9</b>	<b>4</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>4</b>	<b>9</b>



Построим графики функций  $y = x^2$   $y = 2x^2$   $y = \frac{1}{2}x^2$   
 $y = -\frac{1}{2}x^2$   
и исследуем их свойства.

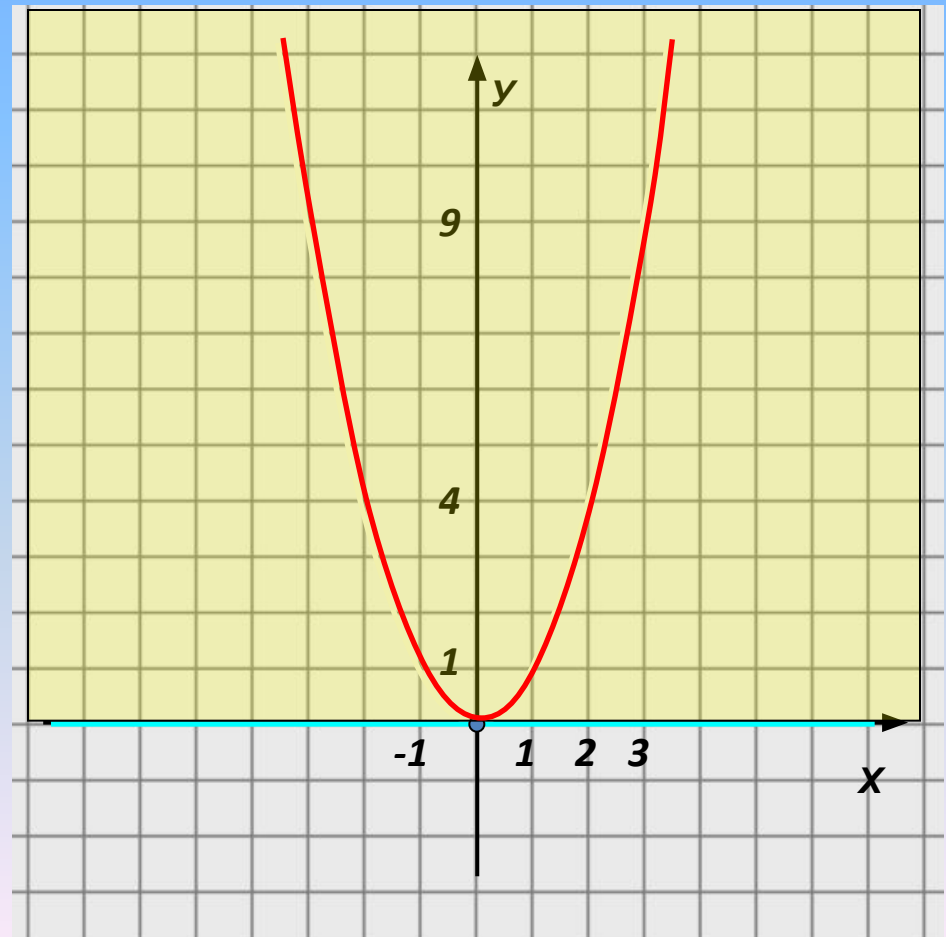
1)  $y = x^2$

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y$	9	4	1	0	1	4	9

1.  $D(y): \mathbb{R}$

2.  $y=0$ , если  $x=0$

3.  $y>0$ , если  $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$



Построим графики функций  $y = x^2$   $y = 2x^2$   $y = \frac{1}{2}x^2$   
 $y = -\frac{1}{2}x^2$   
и исследуем их свойства.

1)  $y = x^2$

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y$	9	4	1	0	1	4	9

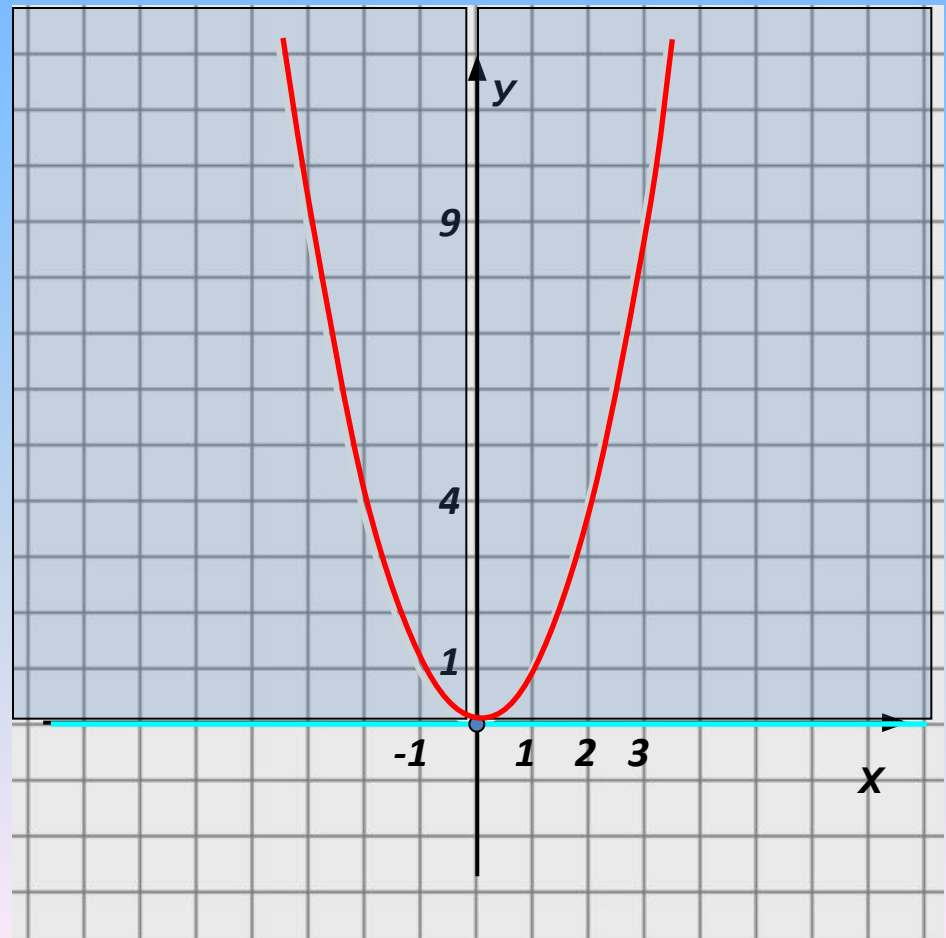
1.  $D(y): R$

2.  $y=0$ , если  $x=0$

3.  $y>0$ , если  $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$

4.  $y \downarrow$ , если  $x \in (-\infty; 0]$

$y \uparrow$ , если  $x \in [0; +\infty)$



Построим графики функций  $y = x^2$   $y = 2x^2$   $y = \frac{1}{2}x^2$   
 $y = -\frac{1}{2}x^2$   
и исследуем их свойства.

1)  $y = x^2$

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y$	9	4	1	0	1	4	9

1.  $D(y): \mathbb{R}$

2.  $y=0$ , если  $x=0$

3.  $y>0$ , если  $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$

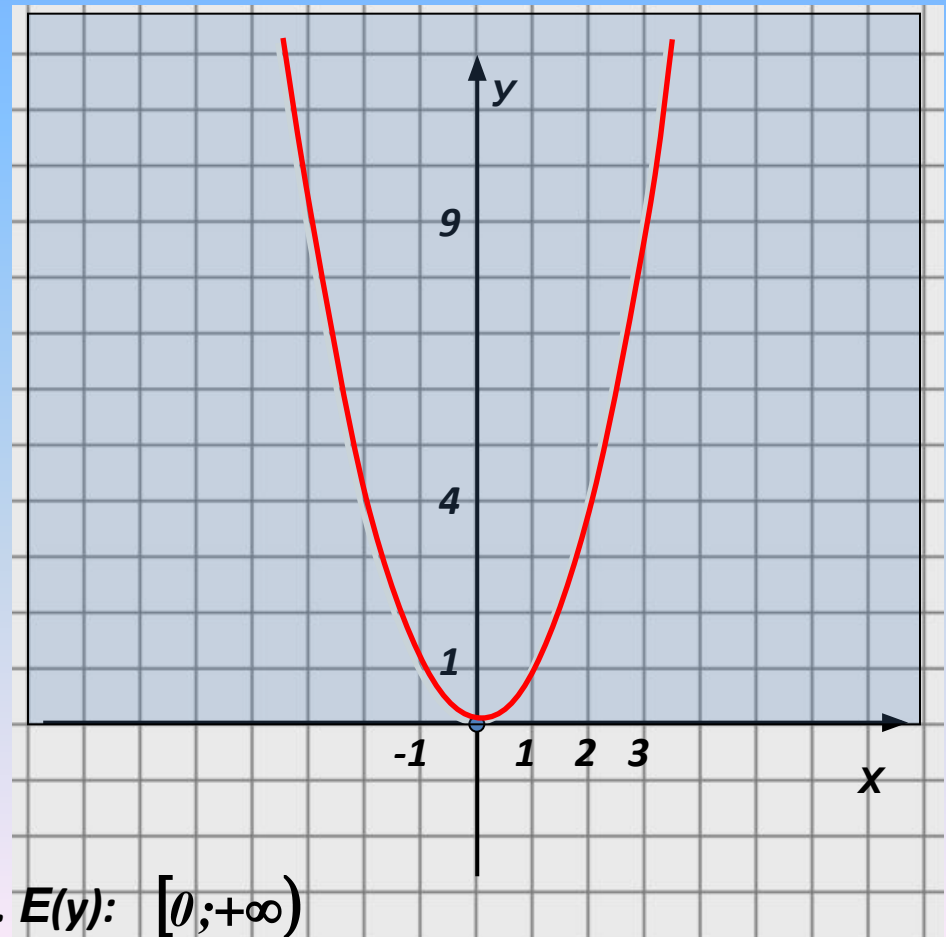
4.  $y \downarrow$ , если  $x \in (-\infty; 0]$

$y \uparrow$ , если  $x \in [0; +\infty)$

5.  $y_{\text{наим}} = 0$ , если  $x=0$

$y_{\text{наиб}}$  — не существует.

6.  $E(y): [0; +\infty)$



**Построим графики функций**  
**и исследуем их свойства.**

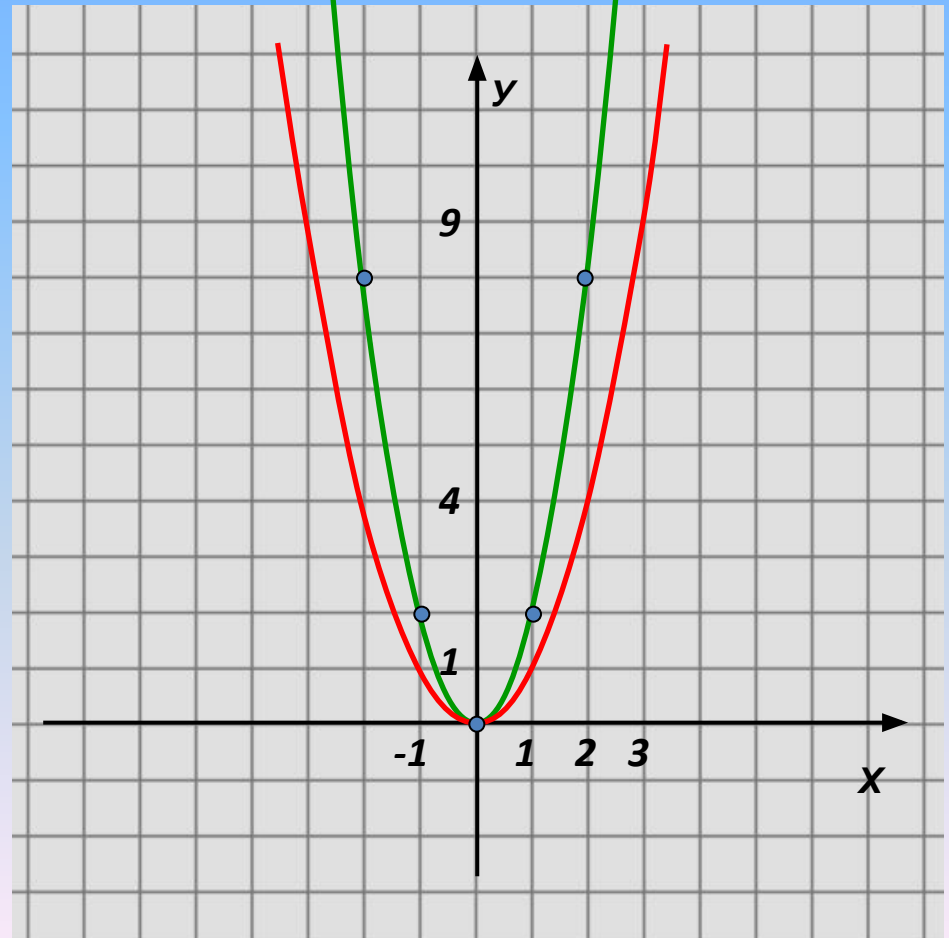
$$y = x^2 \quad y = 2x^2 \quad y = \frac{1}{2}x^2$$
$$y = -\frac{1}{2}x^2$$

2)  $y = 2x^2$

<b>x</b>	<b>-3</b>	<b>-2</b>	<b>-1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>y</b>	<b>18</b>	<b>8</b>	<b>2</b>	<b>0</b>	<b>2</b>	<b>8</b>	<b>18</b>

**Есть ли различия в свойствах по сравнению с предыдущей функцией?**

**Чем отличается график?**



**График функции  $y=kx^2$  может быть получен из графика функции  $y=x^2$  путем растяжения его вдоль оси  $Oy$  в  $k$  раз ( $k$ -натуральное число).**

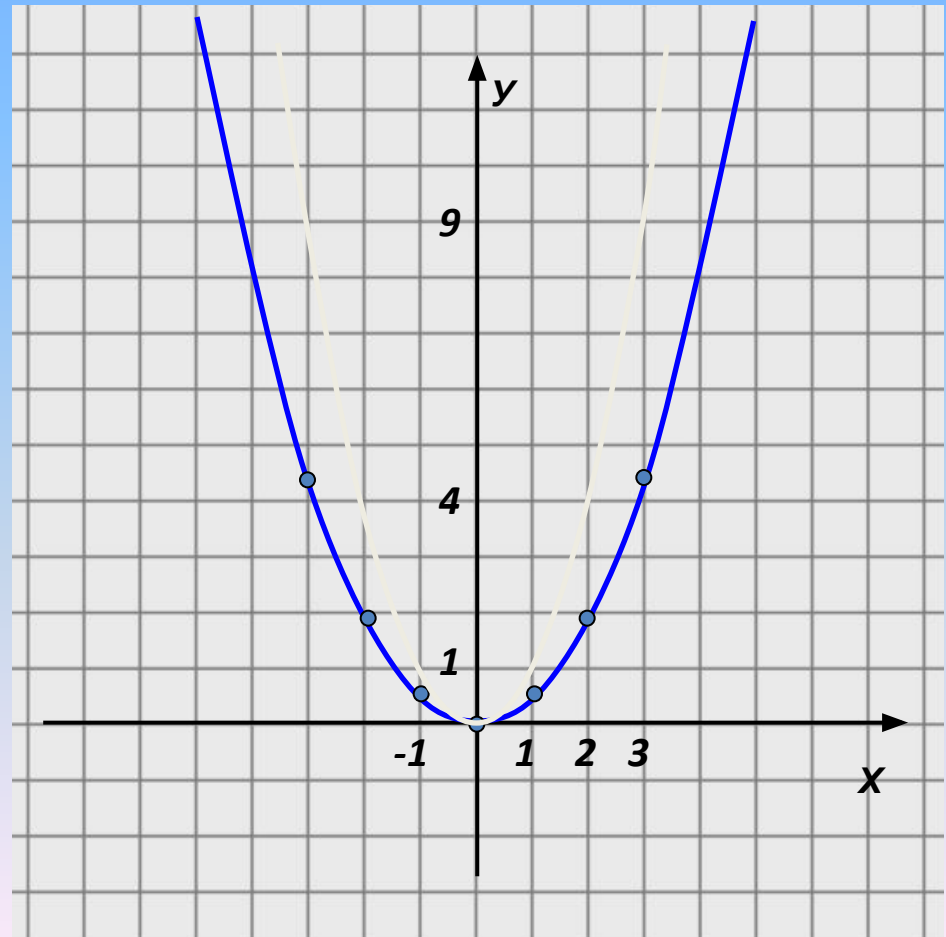
Построим графики функций  $y = x^2$   $y = 2x^2$   $y = \frac{1}{2}x^2$   
 $y = -\frac{1}{2}x^2$  и исследуем их свойства.

3)  $y = \frac{1}{2}x^2$

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y$	4,5	2	0,5	0	0,5	2	4,5

Есть ли различия в свойствах по сравнению с первой функцией?

Чем отличается график?





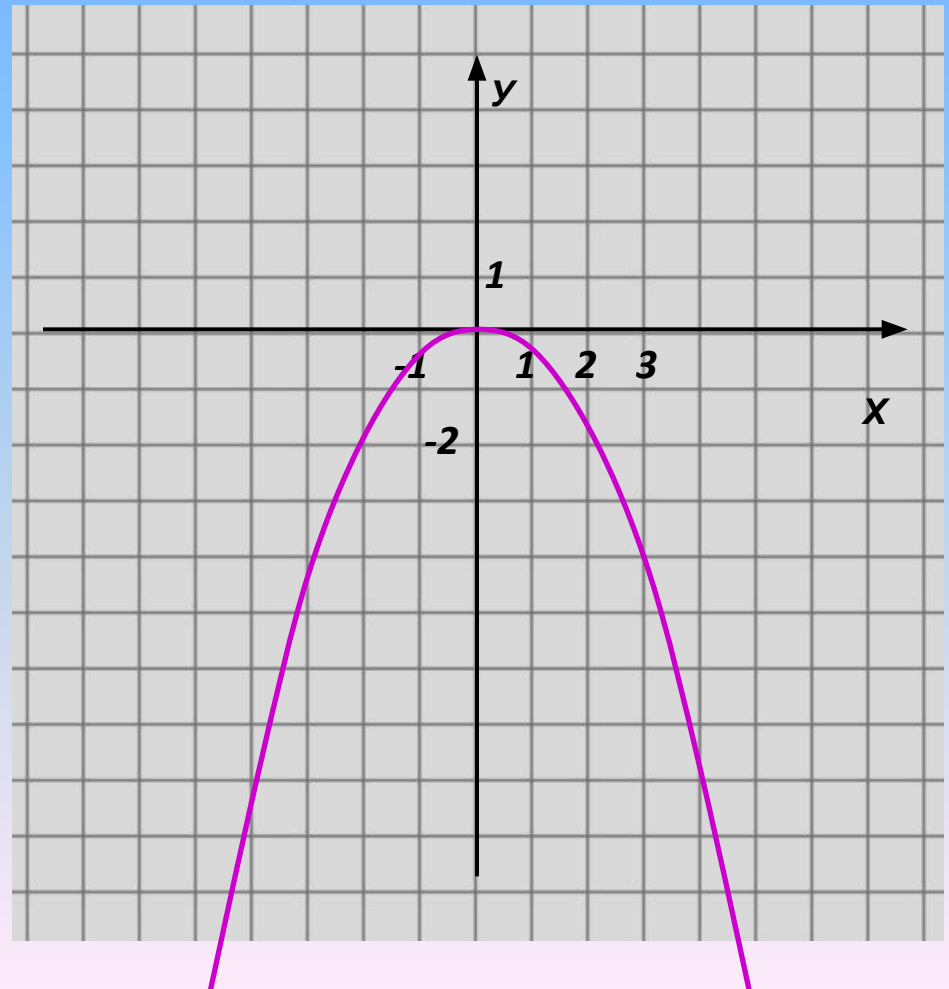
*График функции  $y = \frac{1}{k} \cdot x^2$  может*

*быть получен из графика функции  $y = x^2$  путем сжатия его вдоль оси  $Oy$  в  $k$  раз ( $k$ -натуральное число).*

Построим графики функций  $y = x^2$   $y = 2x^2$   $y = \frac{1}{2}x^2$   
и исследуем их свойства.  
 $y = -\frac{1}{2}x^2$

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y$	-4,5	-2	-0,5	0	-0,5	-2	-4,5

Есть ли различия в свойствах по сравнению с предыдущей функцией?



Построим графики функций  $y = x^2$   $y = 2x^2$   $y = \frac{1}{2}x^2$   
 $y = -\frac{1}{2}x^2$   
 и исследуем их свойства.

4)  $y = -\frac{1}{2}x^2$

<b>x</b>	<b>-3</b>	<b>-2</b>	<b>-1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>y</b>	<b>-4,5</b>	<b>-2</b>	<b>-0,5</b>	<b>0</b>	<b>-0,5</b>	<b>-2</b>	<b>-4,5</b>

1.  $D(y): \mathbb{R}$

2.  $y=0$ , если  $x=0$

3.  $y < 0$ , если  $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$

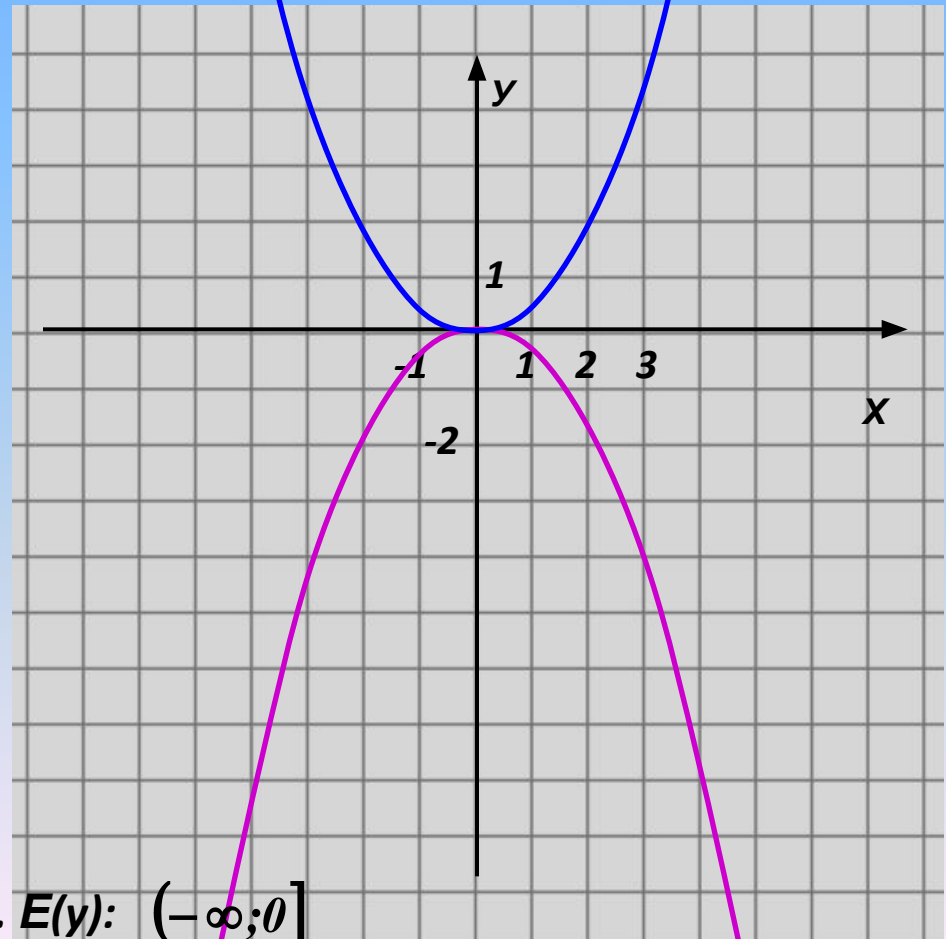
4.  $y \uparrow$ , если  $x \in (-\infty; 0]$

$y \downarrow$ , если  $x \in [0; +\infty)$

5.  $y_{\text{наиб}} = 0$ , если  $x = 0$

$y_{\text{наим}}$  – не существует.

6.  $E(y): (-\infty; 0]$

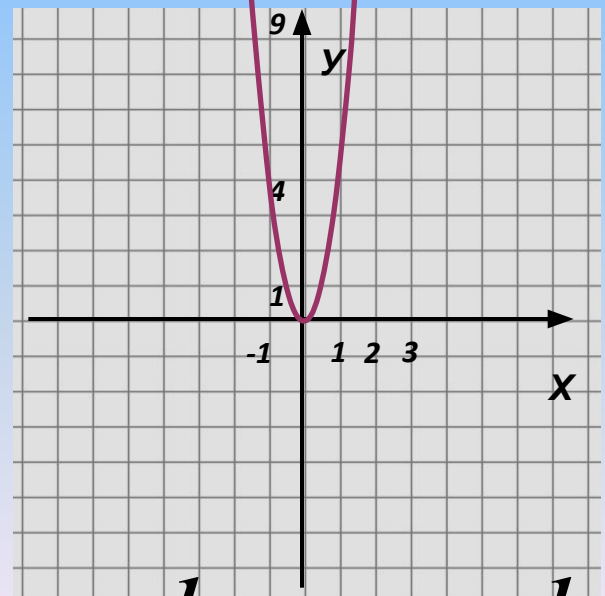
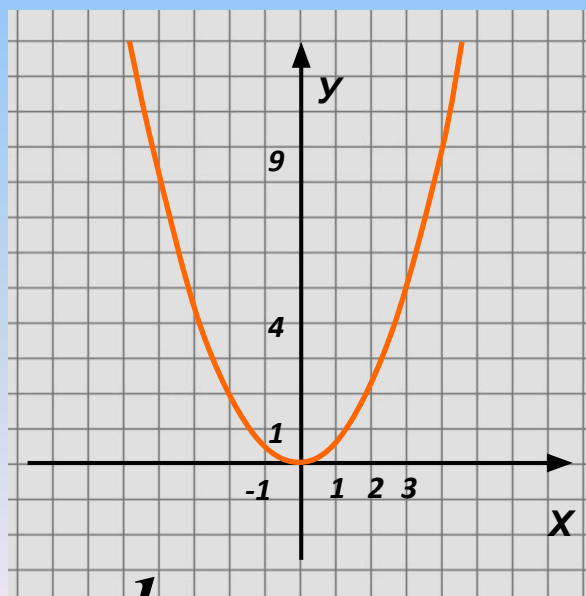
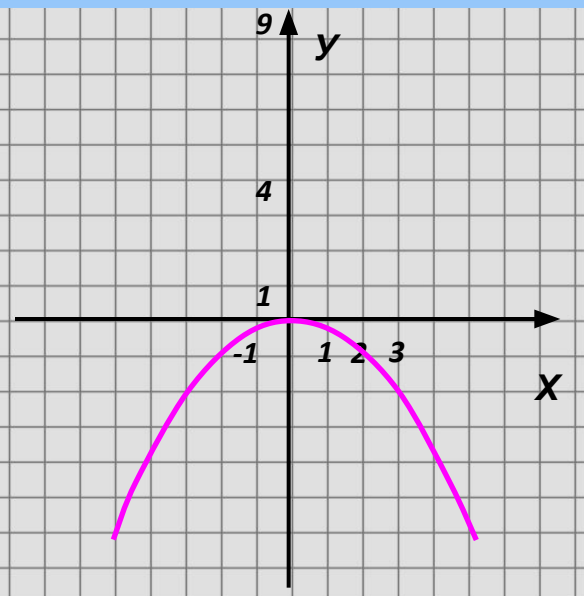
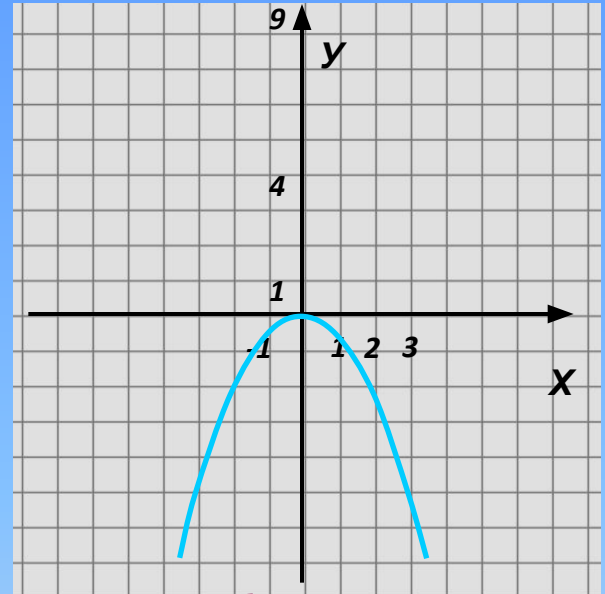
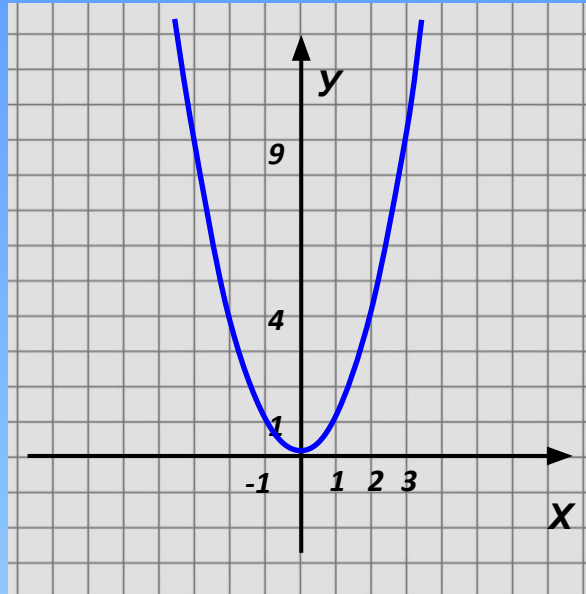
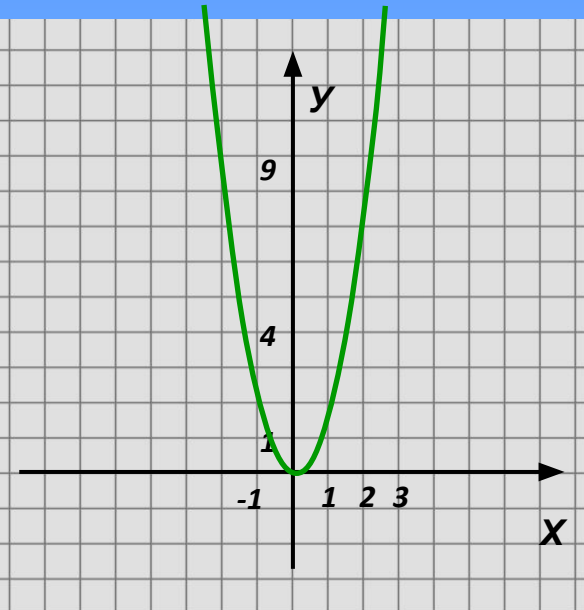


**График функции  $y=ax^2$  симметричен  
графику функции  $y=-ax^2$  относительно  
оси  $Ox$ .**

**Если  $a>0$ , то ветви параболы  
направлены...**

**Если  $a<0$ , то ветви параболы  
направлены...**

# Установите соответствие:



$$y = x^2$$

$$y = 2x^2$$

$$y = -\frac{1}{4}x^2$$

$$y = 4x^2$$

$$y = \frac{1}{2}x^2$$

$$y = -\frac{1}{2}x^2$$