

МОУ «Быковская ООШ»  
исследовательский проект по  
геометрии

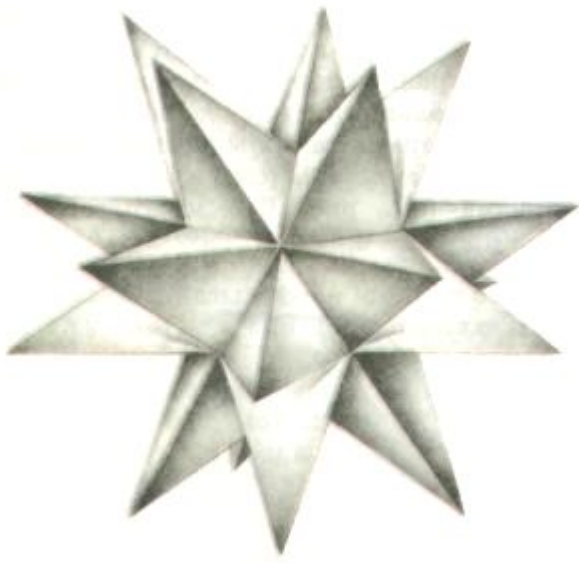
# МНОГОГРАННИКИ



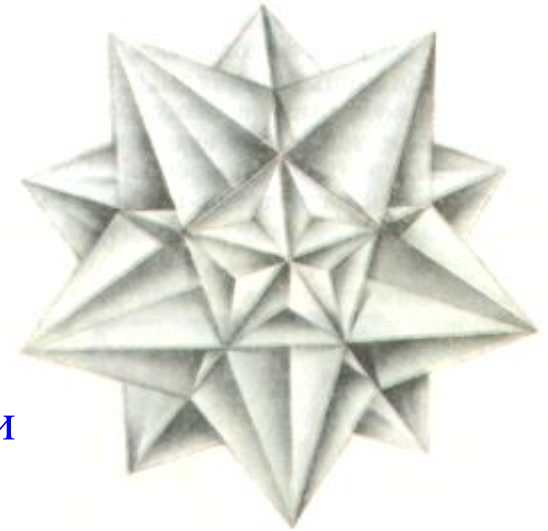
Автор проекта: Воронкова Анжела, 9 класс

# Цель:

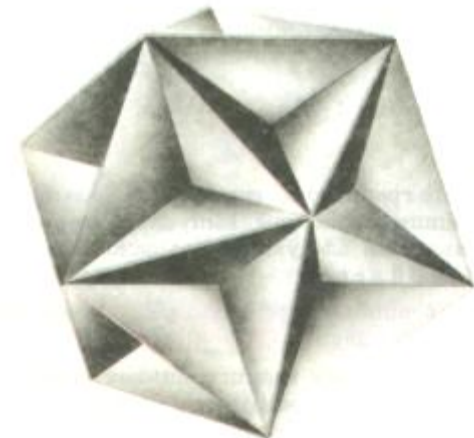
- *Собрать иллюстративный материал «Многогранники как геометрическая фигура».*
- *Систематизировать знания об основных видах многогранников.*
- *Связать эту тему с историей математики.*
- *Показать применение многогранников в других науках.*
- *Показать какую роль играет математики в развитии общества.*



В природе существует много  
такого, что не может быть ни  
достаточно глубоко понято, ни  
достаточно убедительно  
доказано, ни достаточно умело  
и надежно использовано на  
практике без помощи  
вмешательства математики...



Ф.Бэкон

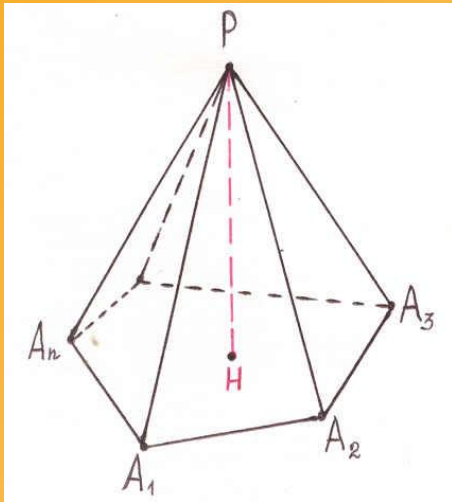




Первые упоминания о многогранниках известны еще за три тысячи лет до нашей эры в Египте и Вавилоне. Но теория многогранников является и современным разделом математики. Она тесно связана с топологией, теорией графов, имеет большое значение как для теоретических исследований по геометрии, так и для практических приложений в других разделах математики, например, в алгебре, теории чисел, прикладной математики - линейном программировании, теории оптимального управления.

Так, что же такое  
многогранник?





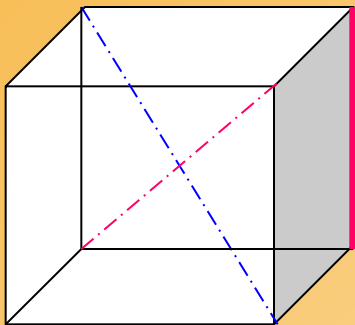
**Многогранником** называется тело, граница которого является объединением конечного числа многоугольников.

Многоугольники из которых составлен многогранник называются его **гранями**.

Стороны граней – **ребрами**.

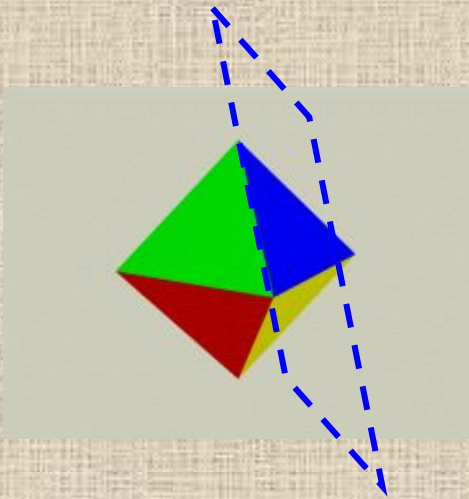
Концы ребер – **вершинами** многогранника.

Отрезок соединяющий две вершины не принадлежащий одной грани называются **диагональю**

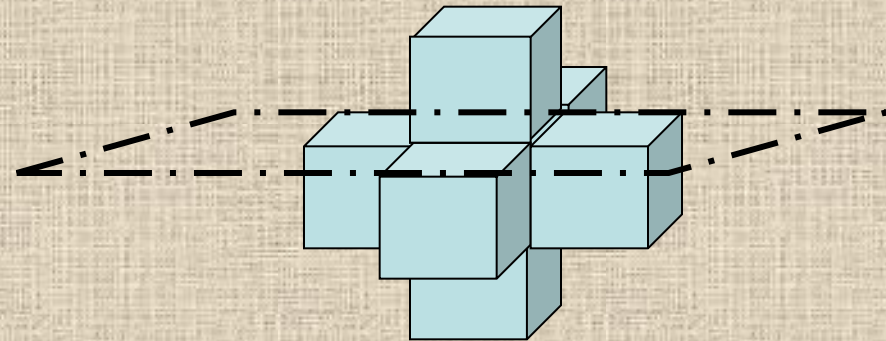


# Виды многогранников

Выпуклые

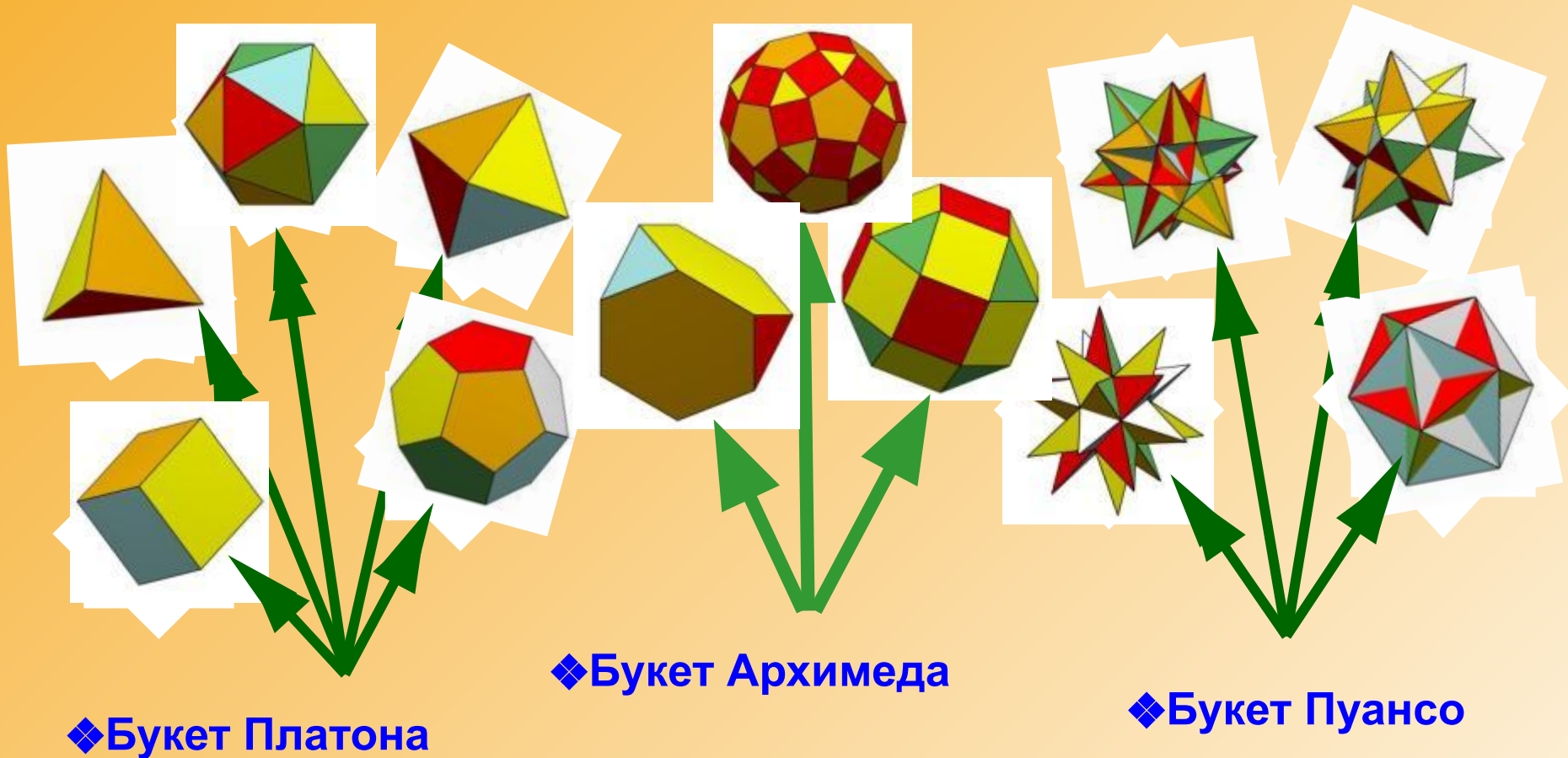


Невыпуклые



Выпуклый многогранник характеризуется тем, что он расположен по одну сторону от плоскости каждой своей грани, а не выпуклый – по разные стороны от этой плоскости

Многогранники имеют красивые формы, например, правильные, полуправильные и звездчатые многогранники. Они обладают богатой историей, которая связана с именами таких ученых, как Пифагор, Евклид, Архимед





С древнейших времен наши представления о красоте связаны с симметрией. Наверное, этим объясняется интерес человека к многогранникам - удивительным символам симметрии, привлекавшим внимание выдающихся мыслителей.

Изучением многогранников занимались Пифагор и его ученики. Их поражала красота, совершенство, гармония этих фигур. Пифагорейцы считали правильные многогранники божественными фигурами и использовали в своих философских сочинениях: первоосновам бытия - огню, земле, воздуху, воде придавалась форма соответственно тетраэдра, куба, октаэдра, икосаэдра, а вся Вселенная имела форму додекаэдра.

Позже учение пифагорейцев о правильных многогранниках изложил в своих трудах другой древнегреческий ученый, философ - идеалист Платон.













## настоящее имя Аристокл

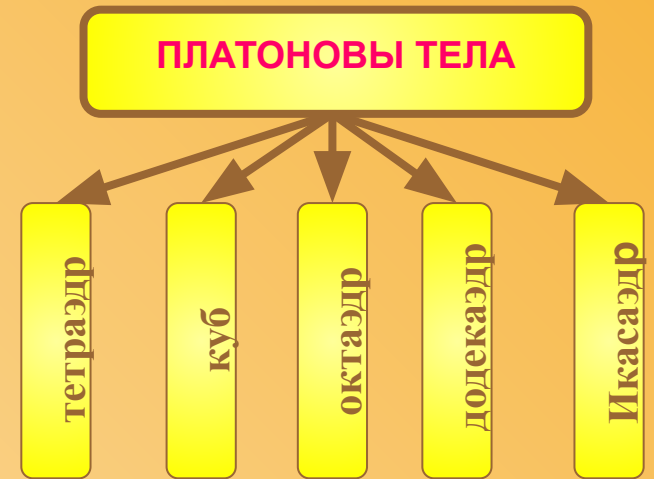
Днем рождения **Платона**, которого еще при жизни за мудрость называли “божественным”, по преданию считается 7 таргелион (21 мая), праздничный день, в который, согласно древнегреческой мифологии, родился бог Аполлон. Год рождения в различных источниках указывается 429 - 427 до Р.Х.

## ПЛАТОН

Платон родился в **Афинах** в самый разгар беспощадных Пелопонесских войн, предшествовавших распаду Греции. Семья его была знатной, старинной, царского происхождения, с прочными аристократическими традициями. Платон получил всестороннее воспитание, которое соответствовало представлениям классической античности о совершенном, идеальном человеке, соединяющем в себе физическую красоту безупречного тела и внутреннее, нравственное благородство. Юноша занимался живописью, сочинял трагедии, изящные эпиграммы, комедии, участвовал в качестве борца в Истмийских греческих играх и даже получил там награду. Он отдавался жизни без излишеств, но и без суровости, окруженный молодыми людьми своего класса, любимый многочисленными своими друзьями. Но этой безмятежной жизни неожиданно наступает конец.

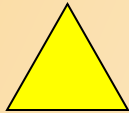

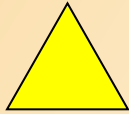
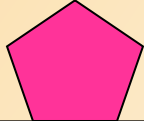
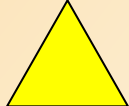
	ОГОНЬ	ТЕТРАЭДР	
	ВОДА	ИКОСАЭДР	
	ВОЗДУХ	ОКТАЭДР	
	ЗЕМЛЯ	ГЕКСАЭДР	
	ВСЕЛЕННАЯ	ДОДЕКАЭДР	

Согласно их мнению,  
 атомы основных  
 элементов должны иметь  
 форму различных  
 Платоновых тел



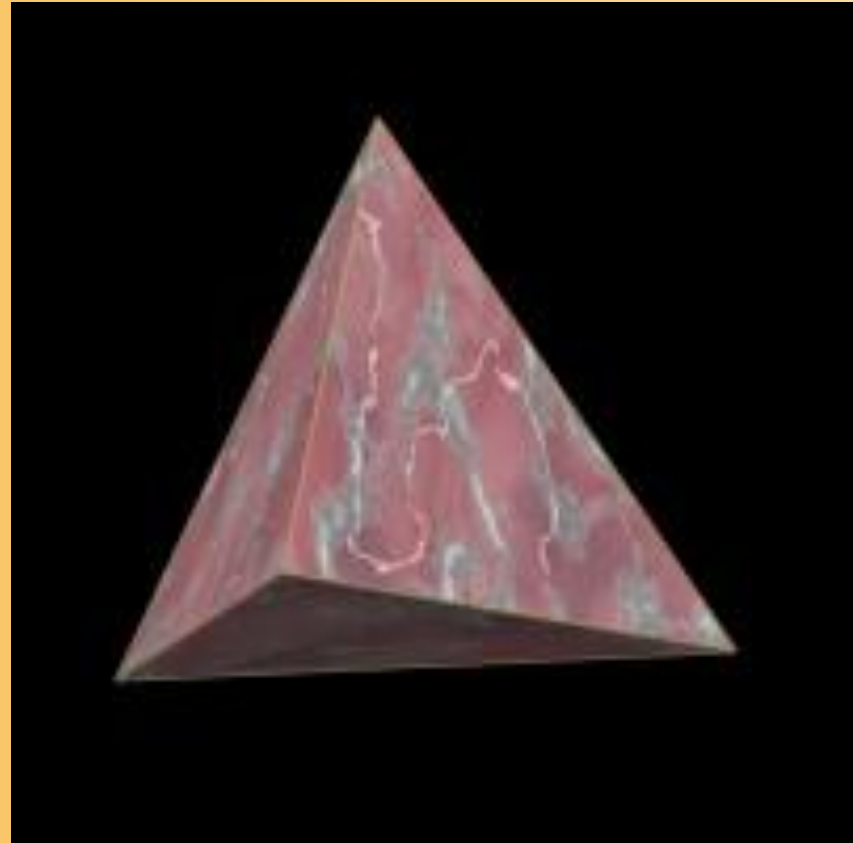
# ПРАВИЛЬНЫЙ МНОГОГРАННИК-

выпуклый многогранник, грани которого являются правильными многоугольниками с одним и тем же числом сторон и в каждой вершине которого сходится одно и то же число

	Кол-во ребер	Кол-во вершин	Кол-во граней	Вид грани
Тетраэдр	6	4	4	
Куб	12	8	6	
Октаэдр	12	6	8	
Додекаэдр	30	20	12	
Икосаэдр	30	12	20	

# ТЕТРАЭДР

Тетраэдр – представитель платоновых тел, то есть правильных выпуклых многогранников. Поверхность тетраэдра состоит из четырёх равносторонних треугольников, сходящихся в каждой вершине по три.



# КУБ (ГЕКСАЭДР)

- Куб или гексаэдр – представитель платоновых тел, то есть правильных выпуклых многогранников.
- Куб имеет шесть квадратных граней, сходящихся в каждой вершине по три.



# ОКТАЭДР

- Октаэдр – представитель семейства платоновых тел, то есть правильных выпуклых многогранников.
- Октаэдр имеет восемь треугольных граней, сходящихся в каждой вершине по четыре.



# ДОДЕКАЭДР

- Додекаэдр – представитель семейства платоновых тел.
- Додекаэдр имеет двенадцать пятиугольных граней, сходящихся в вершинах по три.
- Этот многогранник замечателен своими тремя звездчатыми формами.





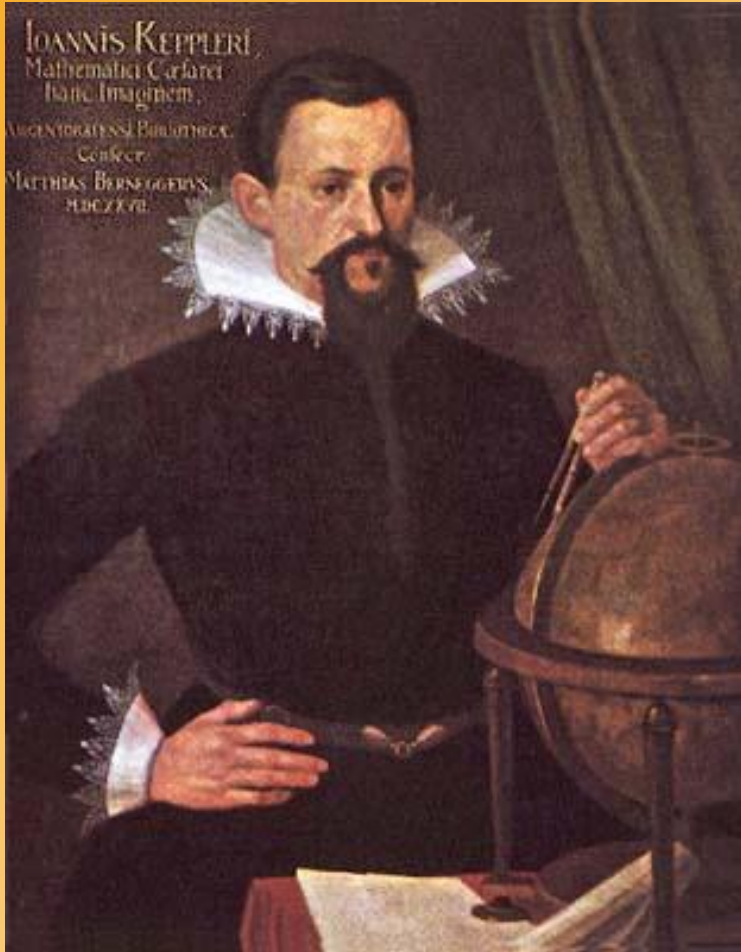
# ИКОСАЭДР

- Икосаэдр – представитель платоновых тел.
- Поверхность икосаэдра состоит из двадцати равносторонних треугольников, сходящихся в каждой вершине по пять.
- Икосаэдр имеет одну звездчатую форму.



- ❖ Французский математик Пуансо в 1810 году построил четыре правильных звездчатых многогранника: малый звездчатый додекаэдр, большой звездчатый додекаэдр, большой додекаэдр и большой икосаэдр.
- ❖ Два из них знал И. Кеплер (1571 – 1630 гг.).
- ❖ В 1812 году французский математик О. Коши доказал, что кроме пяти «платоновых тел» и четырех «тел Пуансо» больше нет правильных многогранников.

## Иоганн Кеплер (1571 – 1630 гг.)



- Немецкий астроном.
- В 1619 году описал два звездчатых многогранника: большой звездчатый додекаэдр и малый звездчатый додекаэдр
- Занимался теорией полуправильных выпуклых многогранников

# ТЕЛА ПУАНСО-КЕПЛЕРА

звездчатые многогранники (правильные невыпуклые многогранники).



# БОЛЬШОЙ ИКОСАЭДР

- Грани большого икосаэдра - пересекающиеся треугольники.
- Вершины большого икосаэдра совпадают с вершинами описанного икосаэдра.
- Большой икосаэдр был впервые описан Луи Пуансо в 1809 г.



# МАЛЫЙ ЗВЕЗДЧАТЫЙ ДОДЕКАЭДР

- Грани малого звездчатого додекаэдра - пентаграммы, как и у большого звездчатого додекаэдра. У каждой вершины соединяются пять граней. Вершины малого звездчатого додекаэдра совпадают с вершинами описанного икосаэдра.
- Малый звездчатый додекаэдр был впервые описан Кеплером в 1619 г.



# БОЛЬШОЙ ДОДЕКАЭДР

- Грани большого додекаэдра - пересекающиеся пятиугольники.
- Вершины большого додекаэдра совпадают с вершинами описанного икосаэдра.
- Большой додекаэдр был впервые описан Луи Пуансо в 1809 г.

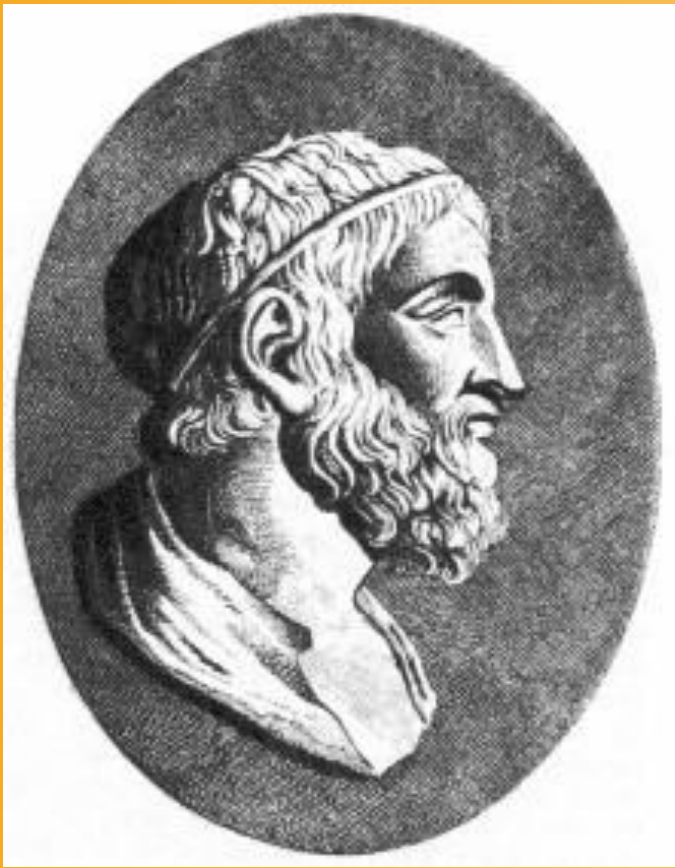


# БОЛЬШОЙ ЗВЕЗДЧАТЫЙ ДОДЕКАЭДР

- Грани большого звездчатого додекаэдра - пентаграммы, как и грани малого звездчатого додекаэдра. В каждой вершине соединяются три грани.
- Вершины большого звездчатого додекаэдра совпадают с вершинами описанного додекаэдра.
- Большой звездчатый додекаэдр был впервые описан Кеплером в 1619 г.







- Древнегреческий ученый.
- Открытие тринадцати полуправильных выпуклых многогранников приписывается Архимеду, впервые перечислившего их в недошедшей до нас работе. Ссылки на эту работу имеются в трудах математика Паппа.

**Архимед  
около 287 – 212 гг.  
до нашей эры**

# ТЕЛА АРХИМЕДА

полуправильные однородные выпуклые  
многогранники

Архимедовыми телами называются выпуклые многогранники, все многогранные углы которых равны, а грани - правильные многоугольники нескольких типов (этим они отличаются от платоновых тел).

Множество архимедовых тел можно разбить на пять групп.

Первую группу составляют пять многогранников, которые получаются из пяти платоновых тел в результате их усечения:

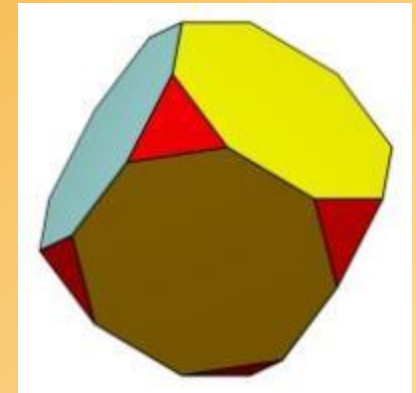
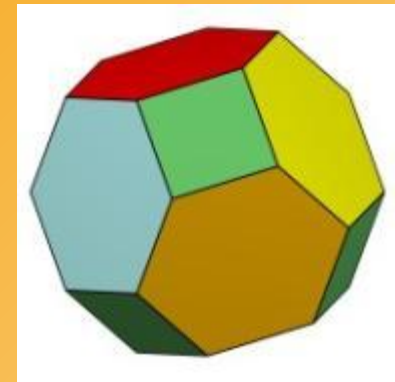
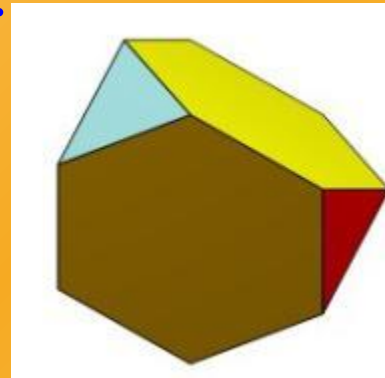
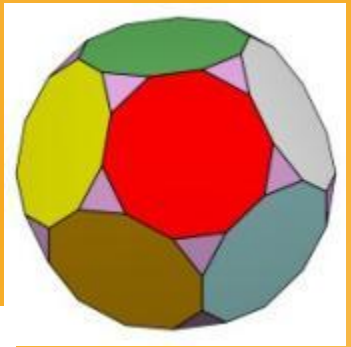
усеченный тетраэдр,

усеченный куб,

усеченный октаэдр,

усеченный додекаэдр,

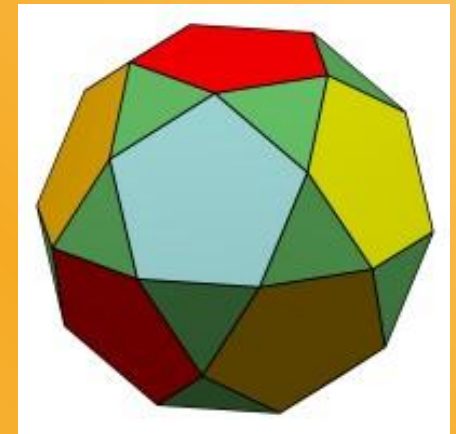
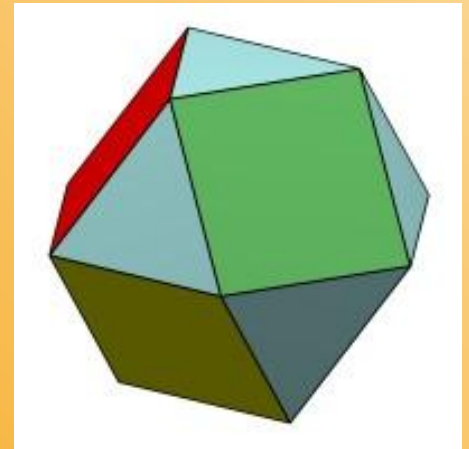
усеченный икосаэдр.



Вторую группу составляют два тела, называемых *квазиправильными* многогранниками. Это название означает, что гранями этого многогранника являются правильные многоугольники всего двух типов, причем каждая грань одного типа окружена гранями другого типа. Эти два тела называются

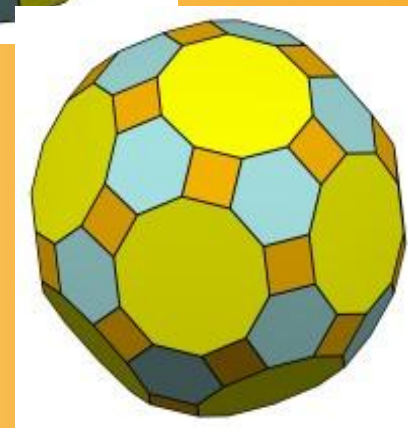
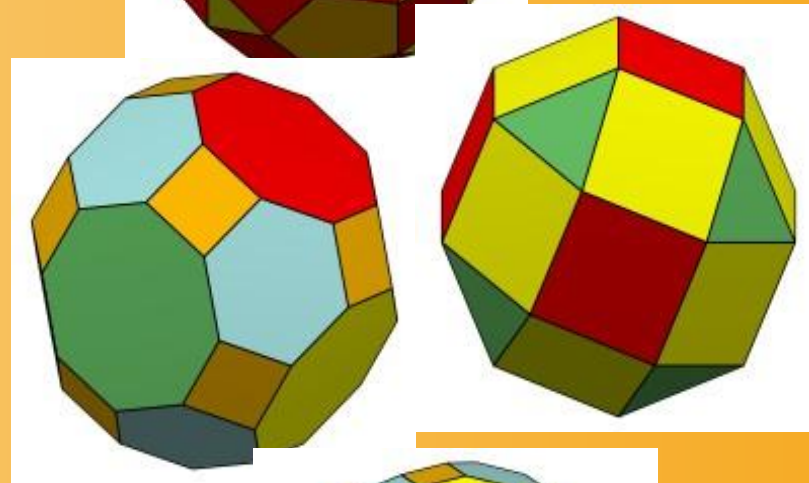
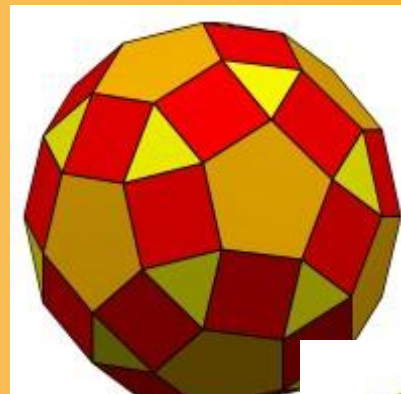
**кубоктаэдр и**

**икосододекаэдр.**



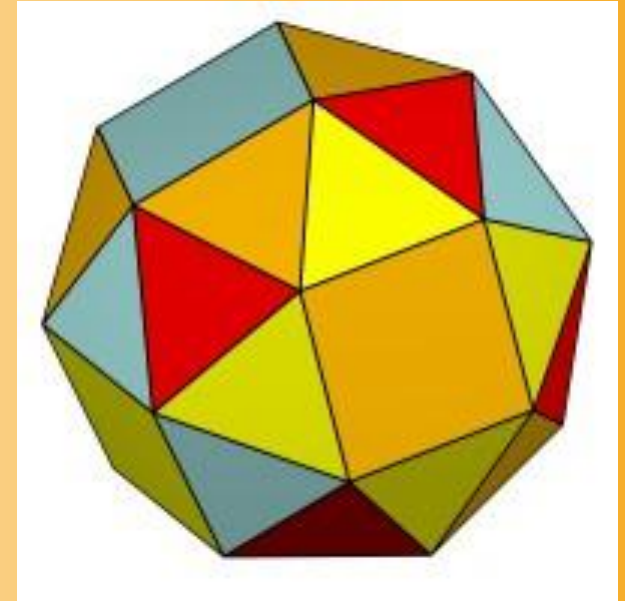
В третью группу входят ромбокубктаэдр, который иногда называют малым ромбокубктаэдром и ромбоикосододекаэдр, называемый также малым ромбоикосододекаэдром.

В эту же группу входят ромбоусеченный кубктаэдр, иногда называемый большим ромбокубктаэдром и ромбоусеченный икосододекаэдр, называемый также большим ромбоикосододекаэдром, которые получаются из кубктаэдра и икосододекаэдра при другом варианте усечения.



В четвертую группу входят две **курносые** модификации - **курносый куб** и **курносый додекаэдр**.

Для них характерно несколько повернутое положение граней. В результате эти многогранники, в отличие от предыдущих, не имеют плоскостей симметрии, но имеют оси симметрии. Так как плоскостей симметрии нет, то зеркальное отражение такого тела не совпадает с исходным телом, и поэтому существуют по две формы каждого из них - "правая" и "левая", отличающиеся так же, как правая и левая руки.



# Использование формы правильных многогранников

**ПРИРОДА**

**ЧЕЛОВЕК**

**КРИСТАЛЛЫ**

**ВИРУСЫ**

**АРХИТЕКТУРА**

**ГОЛОВОЛОМКИ**

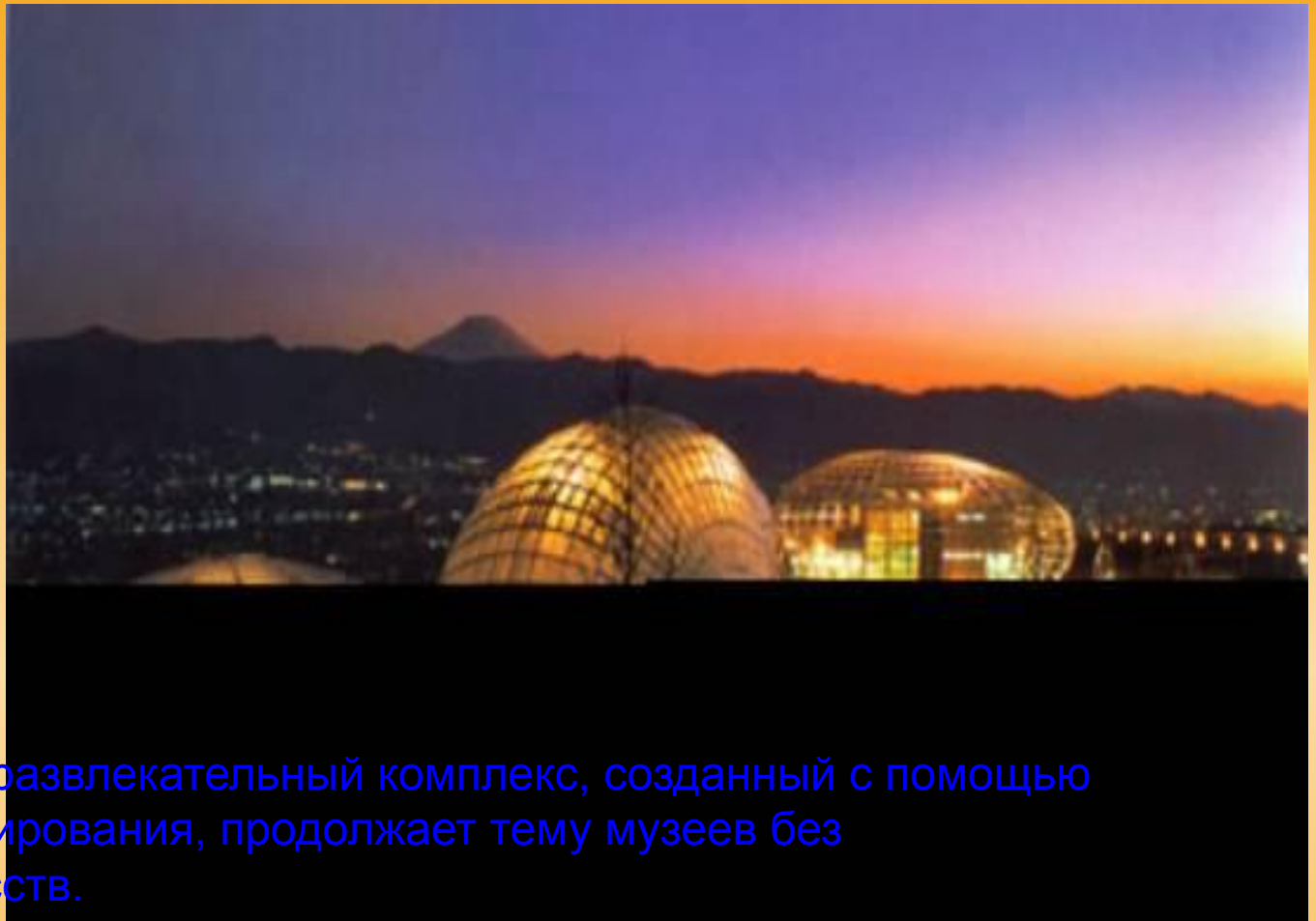
**УПАКОВКИ**

**БЫТОВЫЕ  
ПРЕДМЕТЫ**



Во всем облике японского строения очевидна идея преобразования пространства, подчинения его новой логике - логике "завоевания" природного ландшафта, которому противопоставлена четкая геометрия проникающих архитектурных форм





Еще один музейно-развлекательный комплекс, созданный с помощью трехмерного моделирования, продолжает тему музеев без произведений искусств.

Как объясняет создатель Музея Плодов в Яманаши Ицуко Хасегава, одна из немногих преуспевающих японских женщин-архитекторов, "геометрия трех оболочек была проанализирована с помощью объемных компьютерных построений. Каждая форма была образована путем вращения простых геометрических форм до получения сложных объемов.



Великая пирамида в Гизе. Эта грандиозная Египетская пирамида является древнейшим из Семи чудес древности. Кроме того, это единственное из чудес, сохранившееся до наших дней. Во времена своего создания Великая пирамида была самым высоким сооружением в мире. И удерживала она этот рекорд, по всей видимости, почти 4000 лет.

## СТРОИТЕЛЬСТВО ПИРАМИД

Пирамиды стоят на древнем кладбище в Гизе, на противоположном от Каира, столицы современного Египта, берегу реки Нил. Некоторые археологи считают, что, возможно, на строительство Великой пирамиды 100 000 человек потребовалось 20 лет. Она была создана из более чем 2 миллионов каменных блоков, каждый из которых весил не менее 2,5 тонн. Рабочие подтаскивали их к месту, используя пандусы, блоки и рычаги, а затем подгоняли друг к другу, без раствора.





### Александрийский маяк.

В III веке до н.э. был построен маяк, чтобы корабли могли благополучно миновать рифы на пути в александрийскую бухту. Ночью им помогало в этом отражение языков пламени, а днем - столб дыма. Это был первый в мире маяк, и простоял он 1500 лет



## ОСТРОВ И МАЯК

Маяк был построен на маленьком острове Фарос в Средиземном море, около берегов Александрии. Этот оживленный порт основал Александр Великий во время посещения Египта. Сооружение назвали по имени острова. На его строительство, должно быть, ушло 20 лет, а завершен он был около 280 г. до н.э., во времена правления Птолемея II, царя Египта.

# Многогранники в искусстве



*Леонардо да Винчи. Автопортрет.  
1510-1513. Б., сангина. Турин*

В эпоху Возрождения большой интерес к формам правильных многогранников проявили скульпторы. Архитекторы, художники. Леонардо да Винчи (1452 -1519) например, увлекался теорией многогранников и часто изображал их на своих полотнах. Он проиллюстрировал правильными и полуправильными многогранниками книгу Монаха Луки Пачоли "О божественной пропорции."



**Знаменитый художник,  
увлекавшийся геометрией  
Альбрехт Дюрер  
(1471- 1528) ,  
в известной гравюре  
"Меланхолия ".**

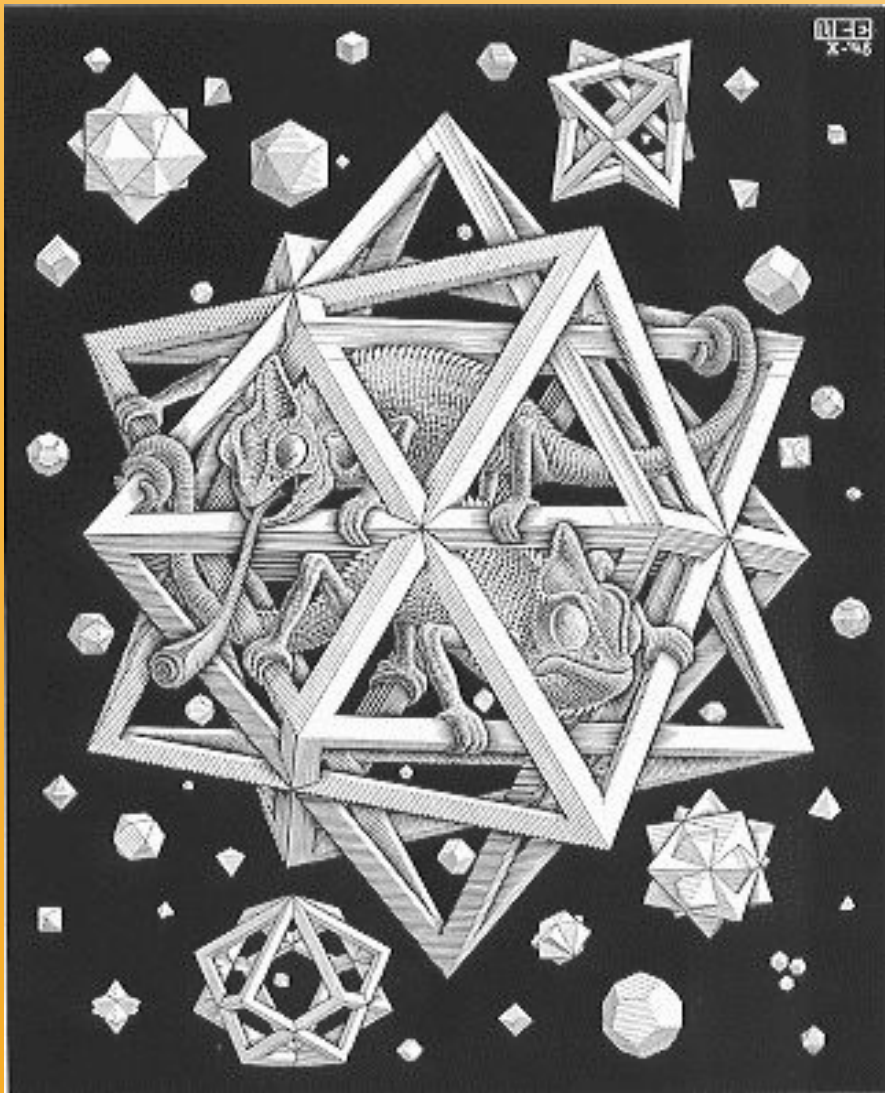
**На переднем плане  
изобразил додекаэдр.**



Сальвадор Дали обращался к правильному многограннику-додекаэдру. Форму додекаэдра по мнению древних имела ВСЕЛЕННАЯ, т.е. они считали, что мы живём внутри свода, имеющего форму поверхности правильного додекаэдра.

Перед вами изображение картины художника Сальвадора Дали "Тайная Вечеря". Это огромное полотно, в котором художник решил посоревноваться с Леонардо да Винчи. Обратите внимание, что изображено на переднем плане картины? Христос со своими учениками изображён на фоне огромного прозрачного ДОДЕКАЭДРА.





Фигуры, полученные объединением правильных многогранников, можно встретить во многих работах Эшера. Наиболее интересной среди них является гравюра "Звезды", на которой можно увидеть тела, полученные объединением тетраэдров, кубов и октаэдров. Если бы Эшер изобразил в данной работе лишь различные варианты многогранников, мы никогда бы не узнали о ней. Но он по какой-то причине поместил внутрь центральной фигуры хамелеонов, чтобы затруднить нам восприятие всей фигуры.

# Рекомендации

Данный материал являющийся  
полноценным дидактическим материалом  
можно использовать на уроках

- геометрии с (8 по 11 класс)
- истории
- изобразительного искусства
- черчения
- МХК (мировой художественной культуре)

# Перспективы

Работа над теоретическим материалом по теме:

- Формулы площадей, объемов многогранников, построение сечений, т.е. формирование практической базы для старших классов.
- Рассмотрение расширения областей применения многогранников, например, в химии, биологии, медицине, экономике.



Спасибо за  
внимание!