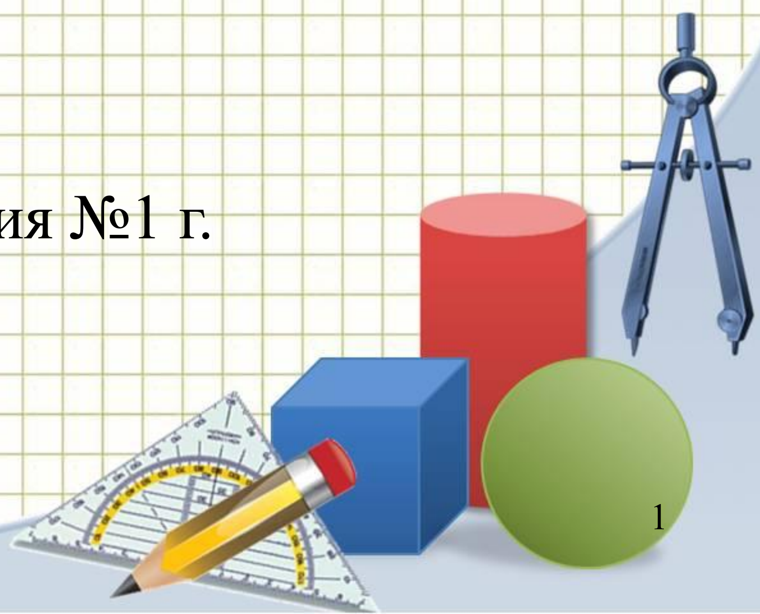
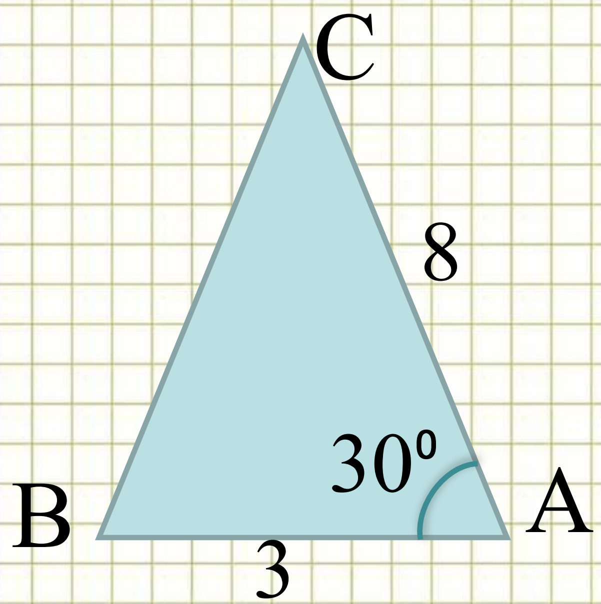
ГИА 2013
Модуль ГЕОМЕТРИЯ
№11

Автор презентации:
Гладунец Ирина Владимировна
учитель математики МБОУ гимназия №1 г. Лебедянь Липецкой области



Модуль «ГЕОМЕТРИЯ» №11



Найти площадь треугольника.

Повторение (3)

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot AB \cdot \sin A$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 3 \cdot \sin 30^o$$

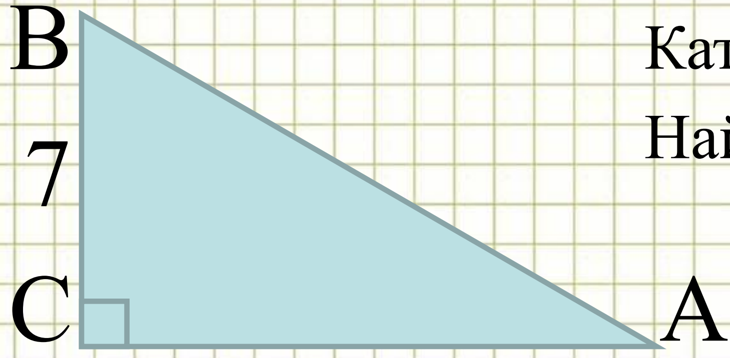
$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot \frac{1}{2} = 6$$

Ответ: 6.

Повторение

Площадь треугольника равна половине произведения двух сторон на синус угла между ними

Модуль «ГЕОМЕТРИЯ» №11



Катет АС на 2 больше катета ВС.

Найти площадь треугольника

Повторение (3)

$$AC = BC + 2 = 7 + 2 = 9$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC$$

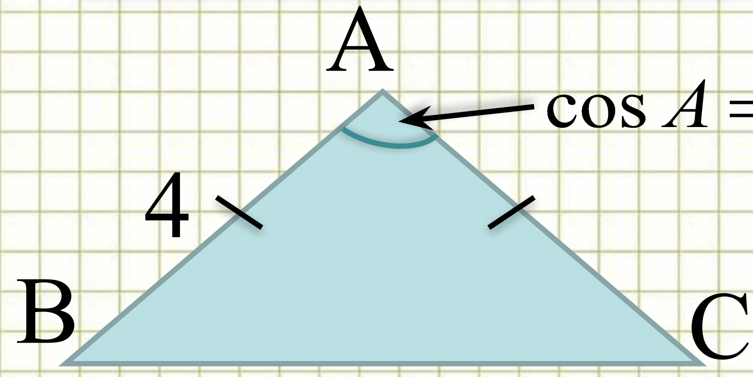
$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 9 = 31{,}5$$

Ответ: 31,5.

Повторение

Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения катетов

Модуль «ГЕОМЕТРИЯ» №11



$\cos A = -\frac{1}{2}$

Найти площадь треугольника

Повторение (3)

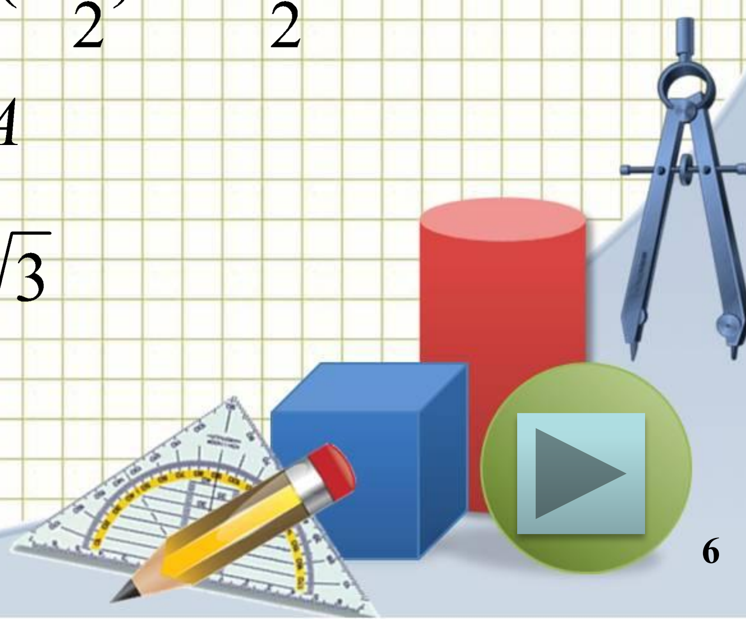
$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$$

$$\sin A = \sqrt{1-\cos^2 A} = \sqrt{1-(-\frac{1}{2})^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot AB \cdot \sin A$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$$

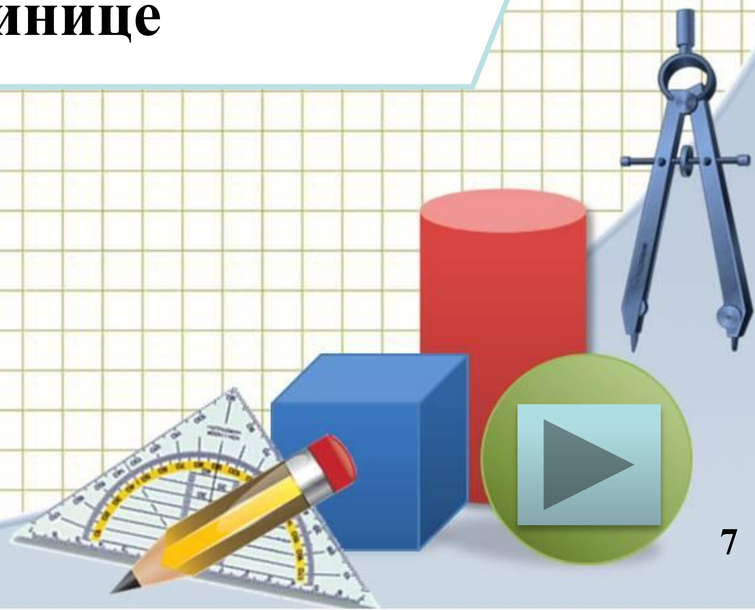
Ответ: $4\sqrt{3}$.



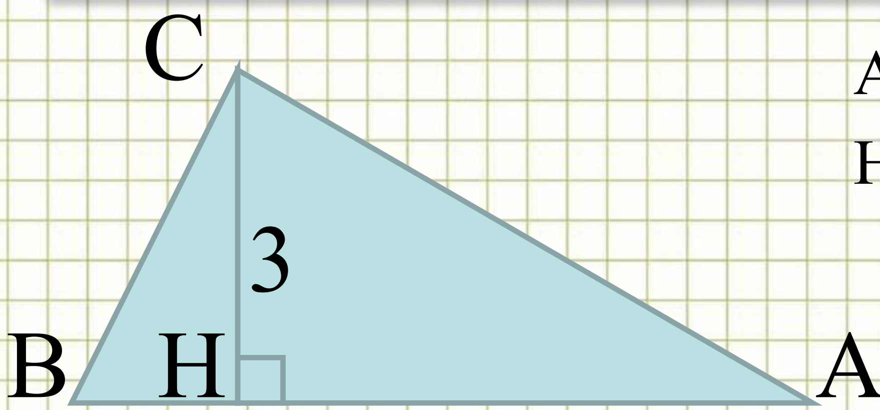
Повторение

Площадь треугольника равна половине произведения двух сторон на синус угла между ними

Сумма квадратов синуса и косинуса одного и того же угла равна единице



Модуль «ГЕОМЕТРИЯ» №11



AB=3CH.

Найти площадь треугольника ABC

Повторение (2)

AB=3CH=3·3=9

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CH$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 9 = 13,5$$

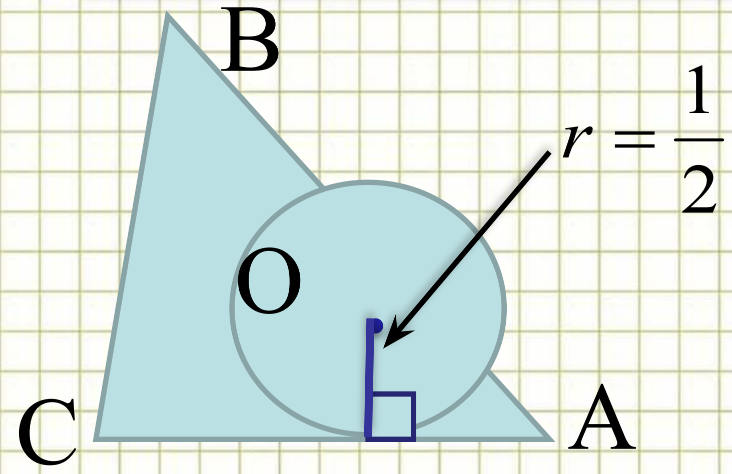
Ответ: 13,5.

Повторение

Высота треугольника – это отрезок, проведенный из вершины к противоположной стороне под прямым углом

Площадь треугольника равна половине произведения основания на высоту

Модуль «ГЕОМЕТРИЯ» №11



$P_{\Delta ABC}=6$. Найти $S_{\Delta ABC}$

Повторение (1)

$$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}P_{\Delta ABC}\cdot r$$

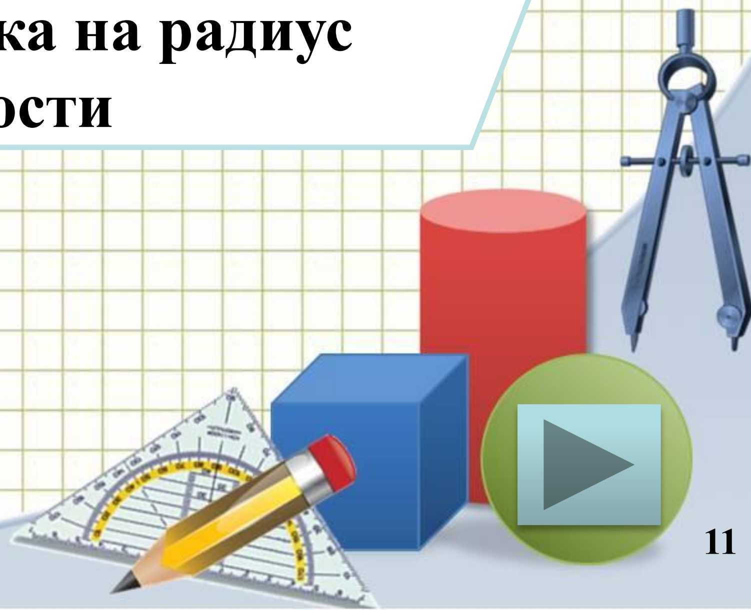
$$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\cdot 6\cdot\frac{1}{2}=1{,}5$$

Ответ:1,5 .

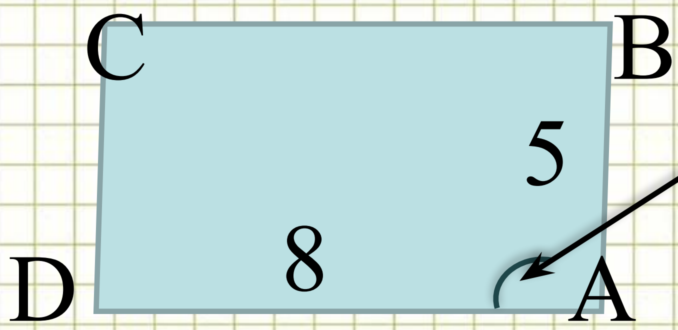
Повторение

Вписанной в треугольник окружностью называется окружность, которая касается всех сторон треугольника

Если в треугольник вписана окружность, то площадь треугольника равна произведению полупериметра треугольника на радиус вписанной окружности



Модуль «ГЕОМЕТРИЯ» №11



$\cos A = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. Найти S∆ABC

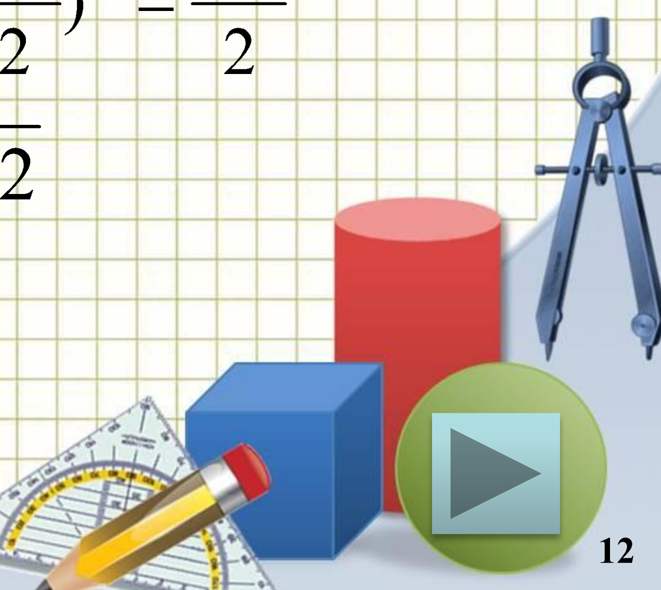
Повторение (2)

$$S_{\Delta ABCD} = AD \cdot AB \cdot \sin A$$

$$\sin A = \sqrt{1-\cos^2 A} = \sqrt{1-\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$S_{\Delta ABCD} = 8 \cdot 5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 20\sqrt{2}$$

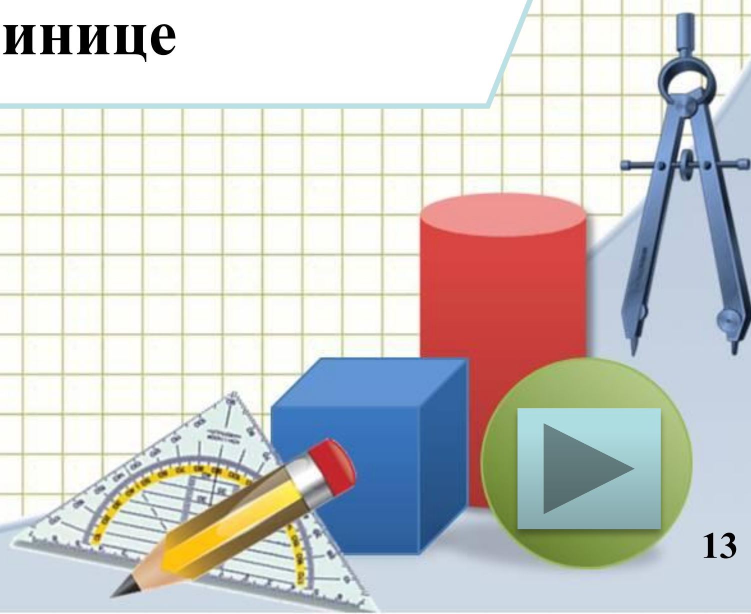
Ответ: $20\sqrt{2}$.



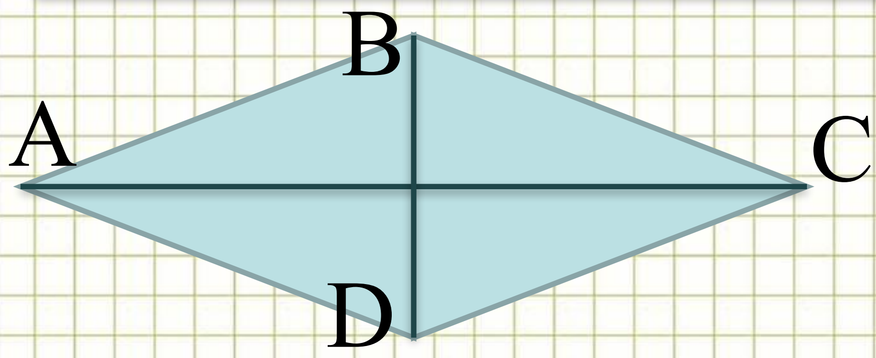
Повторение

Площадь параллелограмма равна произведению двух сторон на синус угла между ними

Сумма квадратов синуса и косинуса одного и того же угла равна единице



Модуль «ГЕОМЕТРИЯ» №11



Диагонали ромба равны 12 и 7.
Найти площадь ромба.

Повторение **(2)**

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BD$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 7 = 42$$

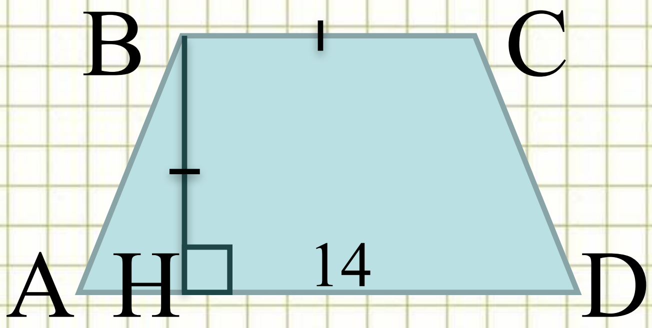
Ответ: 42.

Повторение

Ромб – это параллелограмм с равными сторонами

Площадь ромба равна половине произведения его диагоналей

Модуль «ГЕОМЕТРИЯ» №11



ABCD – трапеция. BC в 2 раза меньше AD. Найти площадь трапеции

Повторение (2)

$$S_{ABCD} = \frac{AD + BC}{2} \cdot BH$$

BC=14:2=7

BC=DH=7

$$S_{ABCD} = \frac{14 + 7}{2} \cdot 7 = 73{,}5$$

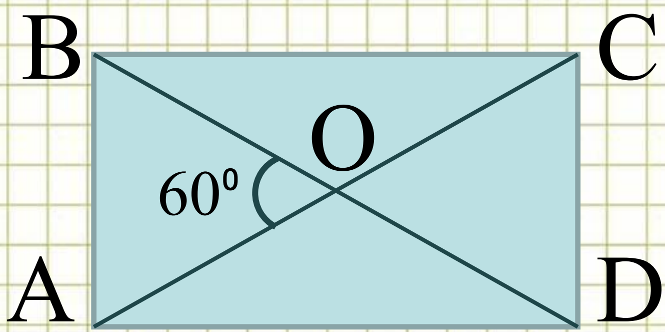
Ответ: 73,5.

Повторение

Трапеция – это четырехугольник, две стороны которого параллельны

Площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований на высоту

Модуль «ГЕОМЕТРИЯ» №11



AC=10.

Найти площадь прямоугольника

Повторение (5)

AO=BO=10:2=5

В ΔAOB, где ∠BAO= ∠ABO=(180^0-60^0):2=60^0 ⇒

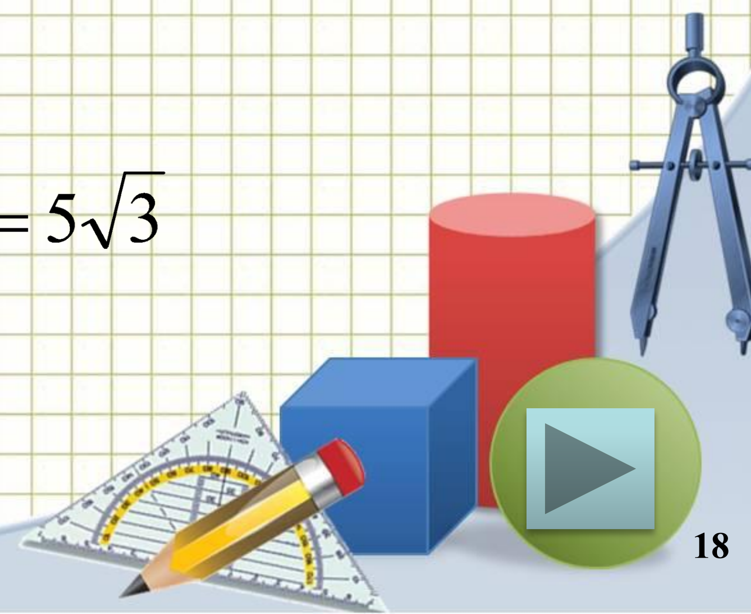
AB=5

По теореме Пифагора в ΔABD

$$\grave{A}D = \sqrt{\hat{A}D^2 - A\hat{A}^2} = \sqrt{10^2 - 5^2} = 5\sqrt{3}$$

$$S = AB \cdot AD = 5 \cdot 5\sqrt{3} = 25\sqrt{3}$$

Ответ: $25\sqrt{3}$.



Повторение

Диагонали прямоугольника равны и делятся точкой пересечения пополам

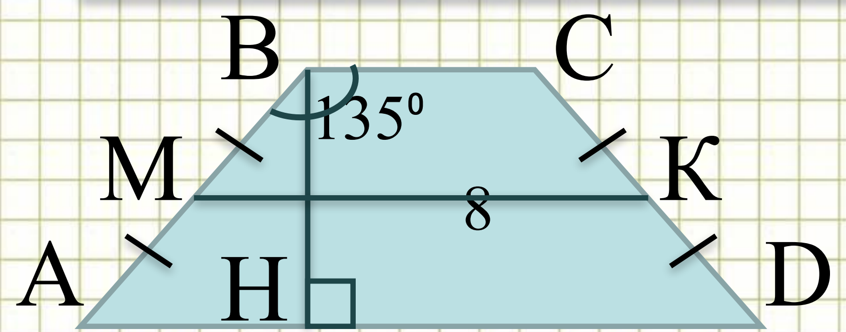
В равнобедренном треугольнике углы при основании равны

Если угол разбит на части, то его градусная мера равна сумме его частей

В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов

Площадь прямоугольника равна произведению соседних сторон

Модуль «ГЕОМЕТРИЯ» №11



ABCD – равнобедренная трапеция
MK=8, боковая сторона равна 5.

Найти площадь трапеции.

Повторение (4)

$$MK = \frac{AD + BC}{2} = 8$$

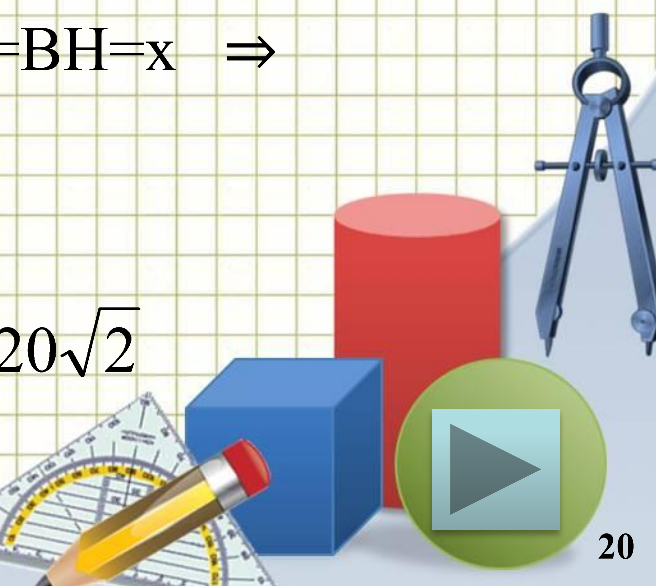
∠ABH=90⁰=135⁰-90⁰=45⁰ ⇒ ∠BAH= ∠ABC=45⁰

По теореме Пифагора в ΔABH, где AH=BH=x ⇒

$$BH = \sqrt{\frac{1}{2} A\hat{A}^2} = \sqrt{\frac{1}{2} 5^2} = \frac{5}{\sqrt{2}}$$

$$S_{ABCD} = \frac{AD + BC}{2} \cdot BH \Rightarrow S_{ABCD} = 8 \cdot \frac{5}{\sqrt{2}} = 20\sqrt{2}$$

Ответ: $20\sqrt{2}$.



Повторение

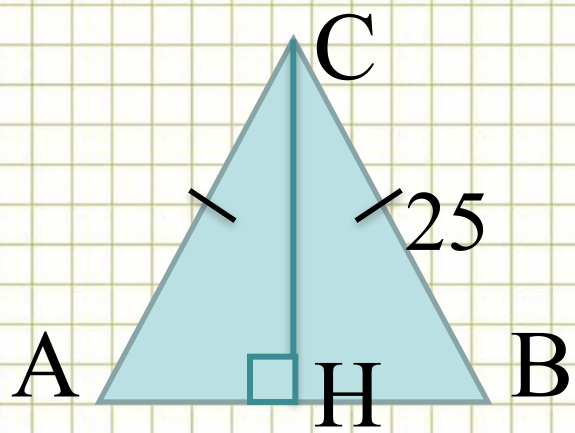
Площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований на высоту

Средняя линия трапеции равна полусумме оснований

Если в прямоугольном треугольнике острый угол равен 45^0, то и другой острый угол равен 45^0

В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов

Модуль «ГЕОМЕТРИЯ» №11



$P_{\Delta ABC}=98.$ Найти $S_{\Delta ABC}$

Повторение (4)

$AB=P_{\Delta ABC}-2BC=98-2\cdot 25=48$

Т.к. ΔABC равнобедренный, то AH=HB=48:2=24

По теореме Пифагора в ΔACH

$$CH=\sqrt{AC^2-AH^2}=\sqrt{25^2-24^2}=7$$

$$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot CH$$

$$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\cdot 48\cdot 7=168$$

Ответ: 168.

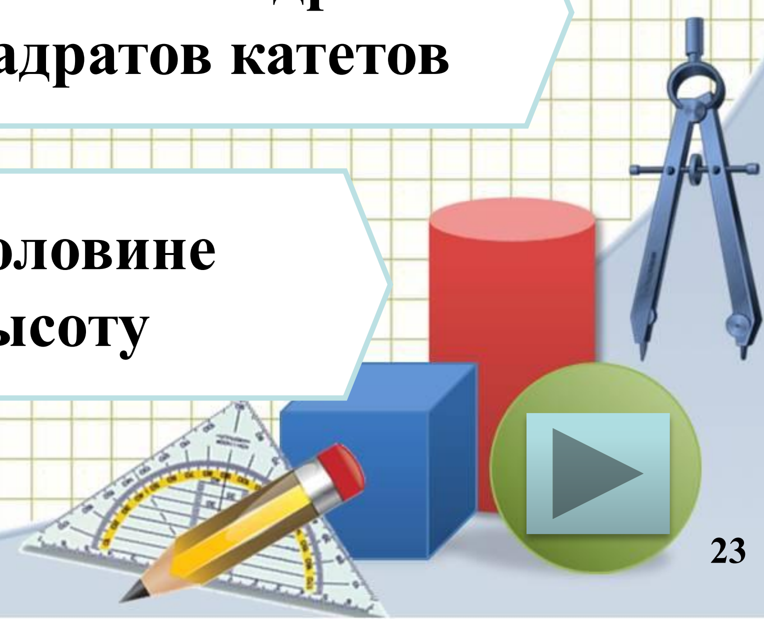
Повторение

Периметр треугольника – это сумма длин сторон треугольника

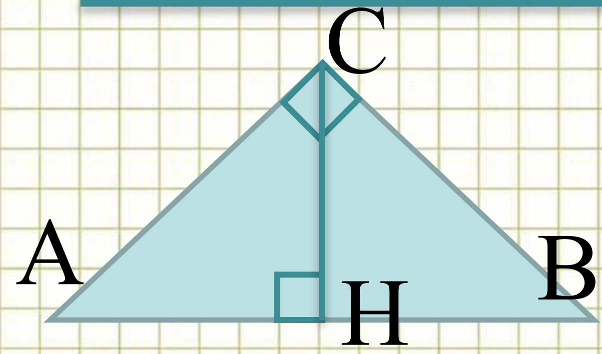
Высота в равнобедренном треугольнике, проведенная к основанию является медианой

В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов

Площадь треугольника равна половине произведения основания на высоту



Модуль «ГЕОМЕТРИЯ» №11



В прямоугольном треугольнике высота, проведенная из вершины прямого угла, равна медиане, проведенной из того же угла, AB=6. Найти $S_{\Delta ABC}$

Повторение (4)

Если высота треугольника равна медиане, то ΔABC – равнобедренный с основанием AB ⇒

$\angle A = \angle B = 45^0$

ΔHBC прямоугольный и равнобедренный, так как $\angle B = 45^0$

⇒ CH=HB=AB:2=3

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CH$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3 = 9$$

Ответ: 9.

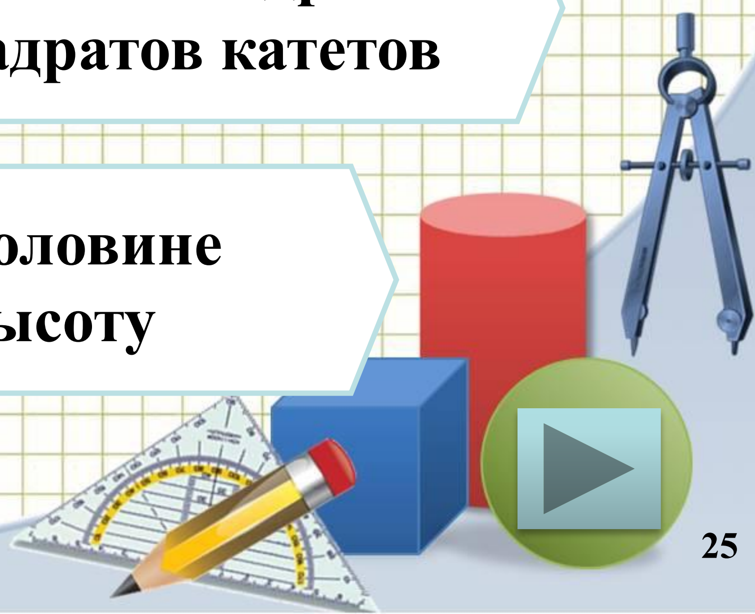
Повторение

Если высота треугольника является и медианой, то такой треугольник равнобедренный

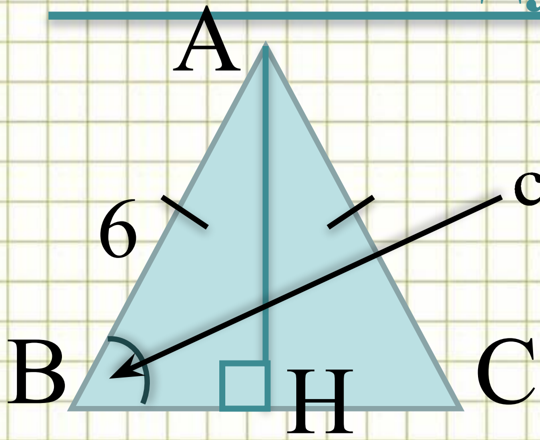
Если прямоугольный треугольник равнобедренный, то его острые углы равны 45^0

В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов

Площадь треугольника равна половине произведения основания на высоту



Модуль «ГЕОМЕТРИЯ» №11



$\cos B = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Найти $S_{\Delta ABC}$

Повторение (4)

$$\cos B = \frac{BH}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{BH}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow BH = 3\sqrt{3}$$

Т.к.ΔABC равнобедренный, то AH – медиана $\Rightarrow$ BC=2BH= $6\sqrt{3}$

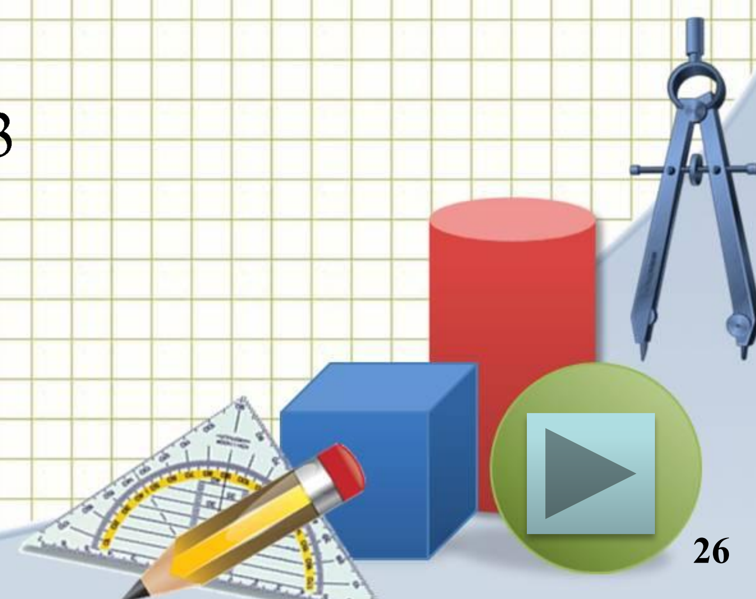
По теореме Пифагора в ΔABH

$$AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{6^2 - (3\sqrt{3})^2} = 3$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AH$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot 6\sqrt{3} \cdot 3 = 9\sqrt{3}$$

Ответ: $9\sqrt{3}$.



Повторение

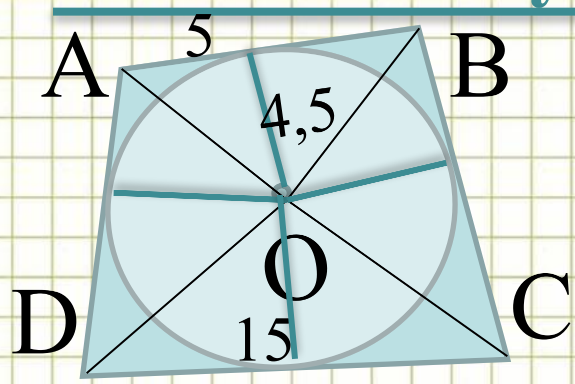
Косинус острого угла прямоугольного треугольника равен отношению прилежащего катета к гипотенузе

Высота прямоугольного треугольника, проведенная к основанию, является медианой

В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов

Площадь треугольника равна половине произведения основания на высоту

Модуль «ГЕОМЕТРИЯ» №11



Четырехугольник ABCD описан около четырехугольника, радиуса 4,5.
Найти $S_{\Delta ABCD}$.

Повторение (4)

Соединим центр окружности с вершинами четырехугольника

Получим треугольники, высоты которых равны радиусу окружности

AB+DC=AD+BC $\Rightarrow$

$S_{\Delta AOB} + S_{\Delta BOC} = S_{\Delta COD} + S_{\Delta AOD}$ $\Rightarrow$ $S_{ABCD} = 2(S_{\Delta AOB} + S_{\Delta BOC})$

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} a \cdot h$$

$$S_{ABCD} = 2 \cdot (\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4{,}5 + \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 4{,}5) = 2 \cdot (\frac{1}{2}(5 + 15) \cdot 4{,}5) = 90$$

Ответ: 90.

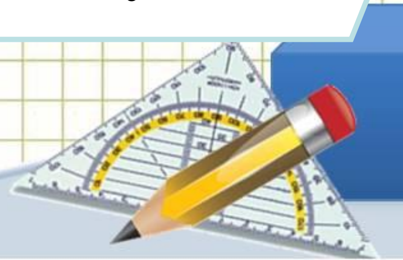
Повторение

Если в четырехугольник можно вписать окружность, то суммы противоположных сторон четырехугольника равны

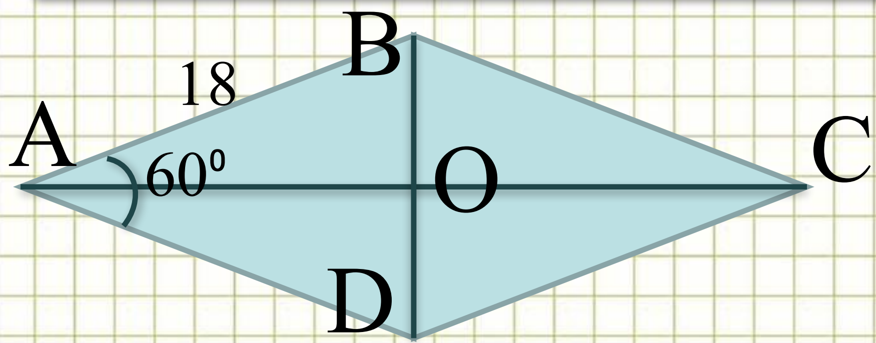
Если фигура разбита на части, то площадь фигуры равна сумме площадей ее частей

Радиус, проведенный в точку касания перпендикулярен касательной

Площадь треугольника равна половине произведения основания на высоту



Модуль «ГЕОМЕТРИЯ» №11



ABCD – ромб.

Найти площадь ромба.

<u>Повторение</u> (3)

В ΔAOB ∠BOA=30⁰ $\Rightarrow$ $\hat{I}\hat{A} = \frac{1}{2}\grave{A}\hat{A} = 9$

По теореме Пифагора в ΔABO

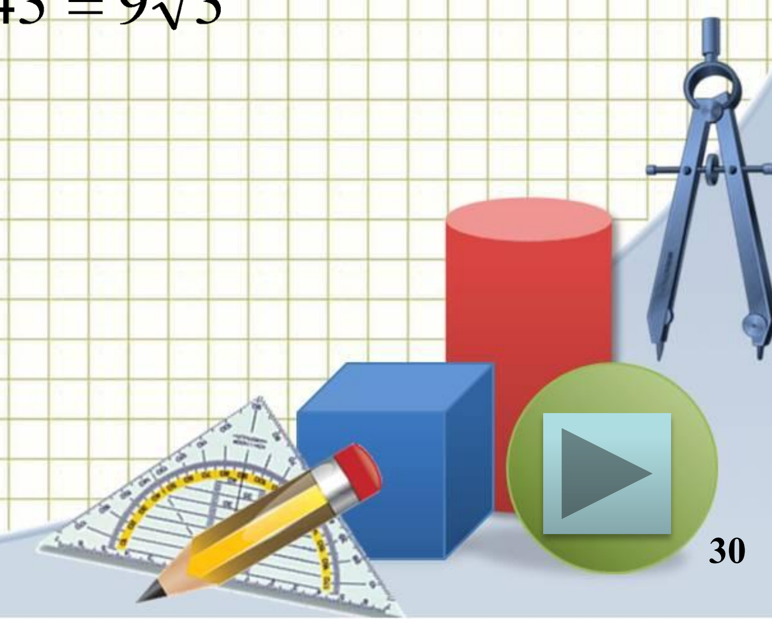
$$A\hat{I} = \sqrt{AB^2 - B\hat{I}^{\,2}} = \sqrt{18^2 - 9^2} = \sqrt{243} = 9\sqrt{3}$$

BD=2BO=18, $AC = 2AO = 18\sqrt{3}$

$$S_{\Delta ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot 18\sqrt{3} \cdot 18 = 162\sqrt{3}$$

Ответ: $162\sqrt{3}$.



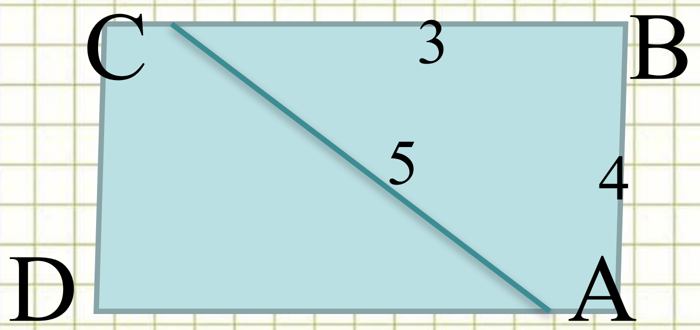
Повторение

Диагонали ромба перпендикулярны и делят углы ромба пополам

В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов

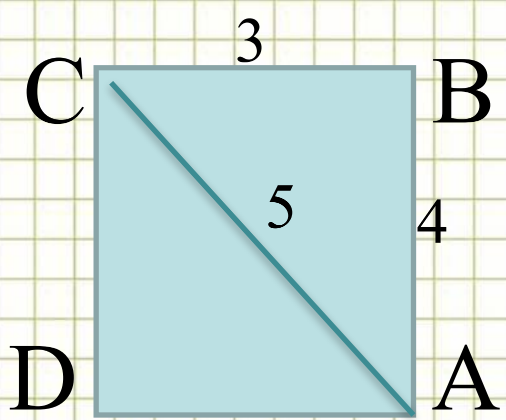
Площадь ромба равна половине произведения его диагоналей

Модуль «ГЕОМЕТРИЯ» №11



Найти площадь параллелограмма

Повторение (2)



Так как ΔABC – прямоугольный, то параллелограмм трансформируется в прямоугольник

$$S_{\Delta ABCD} = AB \cdot CD$$

$$S_{\Delta ABCD} = 3 \cdot 4 = 12$$

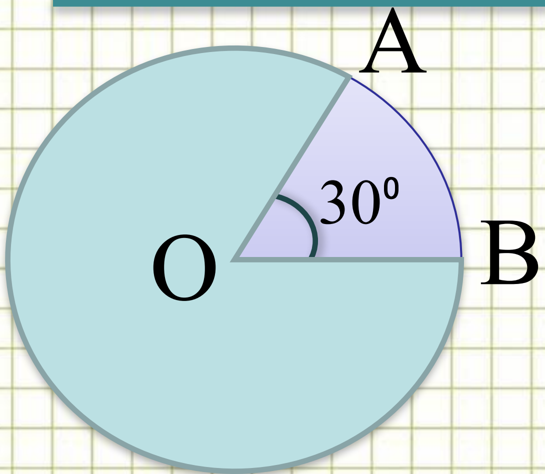
Ответ: 12.

Повторение

Треугольник, в котором стороны равны 3,4,5 называется Пифагоровым (т.е. треугольник является прямоугольным)

Площадь прямоугольника равна произведению его измерений

Модуль «ГЕОМЕТРИЯ» №11



Дуга сектора равна 8π. Найти площадь сектора.

Повторение (2)

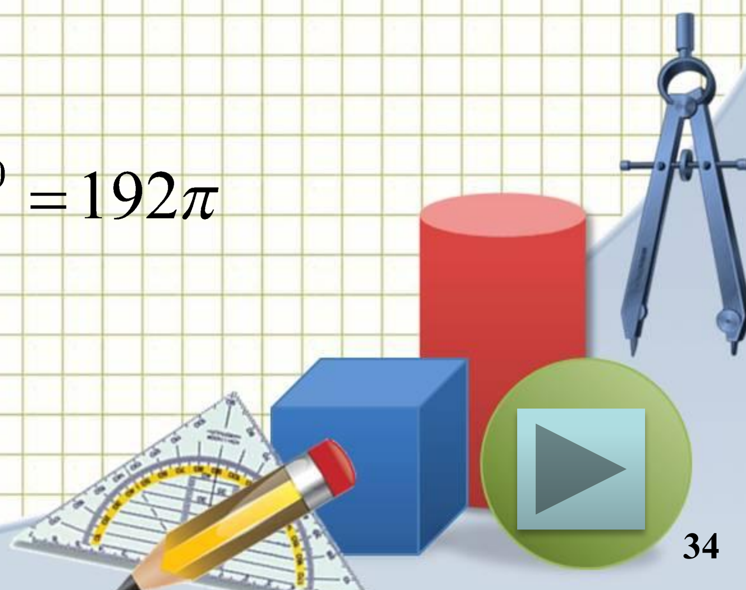
$C_{окр.}=360^0:30^0\cdot 8\pi=96\pi$

$C_{окр.}=2\pi r \quad \Rightarrow \quad r=\dfrac{C}{2\pi}=\dfrac{96\pi}{2\pi}=48$

$$S_{\tilde{n}\mathring{a}\hat{e}.}=\frac{\pi\cdot r^2}{360}\cdot\alpha$$

$$S_{\tilde{n}\mathring{a}\hat{e}.}=\frac{\pi\cdot 48^2}{360^0}\cdot 30^0=192\pi$$

Ответ: 192π .

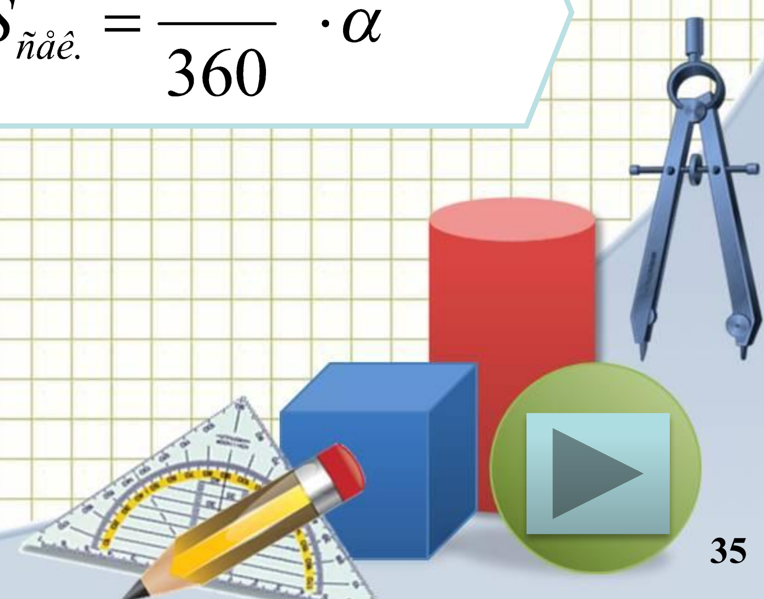


Повторение

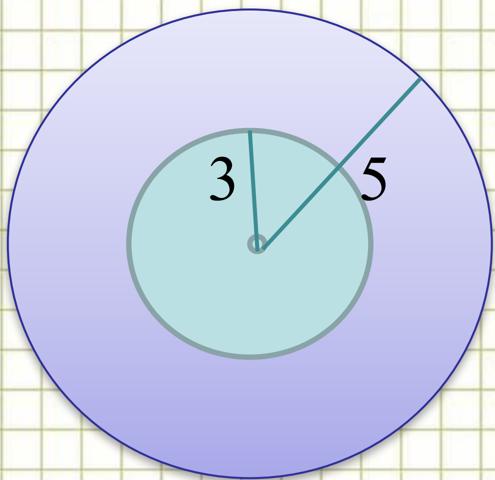
Длина окружности равна удвоенному произведению числа π на радиус окружности

Площадь кругового сектора вычисляется по формуле

$$S_{ñåê.} = \frac{\pi \cdot r^2}{360} \cdot \alpha$$



Модуль «ГЕОМЕТРИЯ» №11



Найти площадь кольца

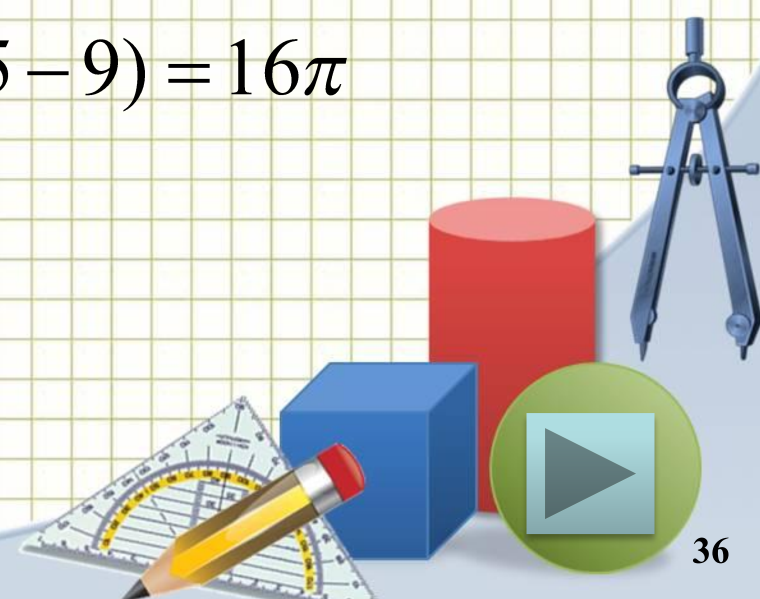
Повторение (2)

$$S = \pi \cdot r^2$$

$$S_{êîëüöà} = \pi \cdot r_1^2 - \pi \cdot r_2^2 \Rightarrow$$

$$S_{êîëüöà} = \pi \cdot 5^2 - \pi \cdot 3^2 = \pi \cdot (25 - 9) = 16\pi$$

Ответ: 16π .

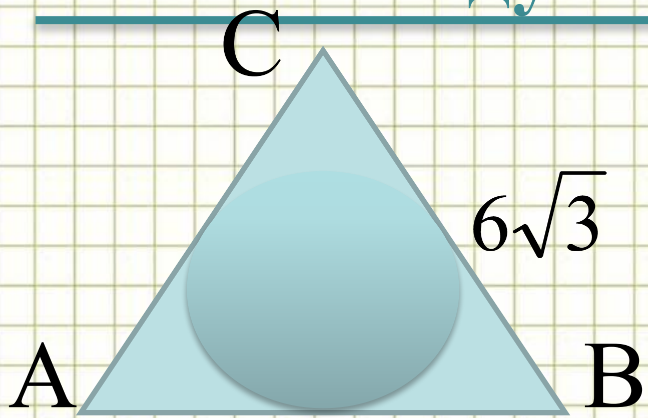


Повторение

Площадь круга равна произведению числа π на квадрат радиуса круга

Если фигура разделена на части, то его площадь равна сумме площадей его частей

Модуль «ГЕОМЕТРИЯ» №11



Найти площадь круга, вписанного в равносторонний треугольник

Повторение (3)

$$a_3 = R\sqrt{3} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{a_3}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 6$$

$$r = R\text{ñîs}\,\frac{180^0}{n} = R\cos 60^0 = \frac{1}{2}R \quad \Rightarrow \quad r = \frac{1}{2}\cdot 6 = 3$$

$$S = \pi \cdot r^2$$

$$S = \pi \cdot 3^2 = 9\pi$$

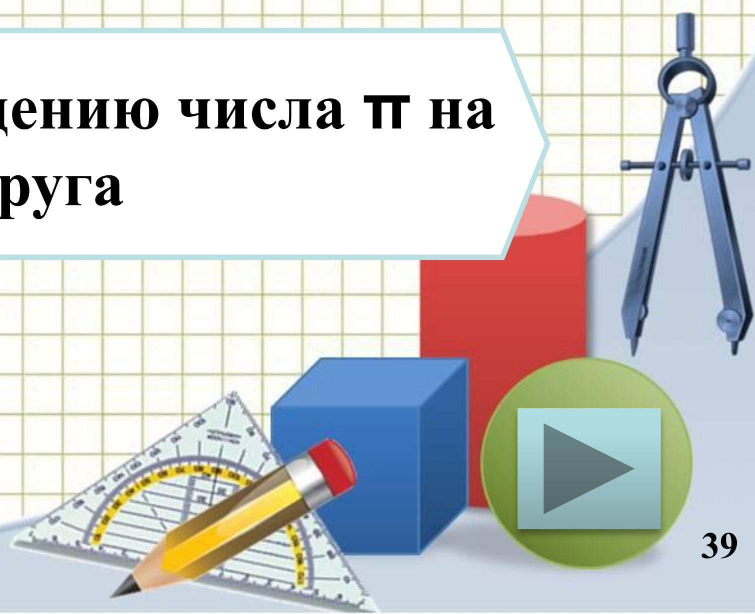
Ответ: 9π .

Повторение

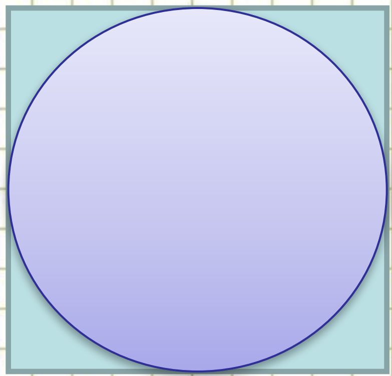
Сторона правильного треугольника, в который вписана окружность, равна $a_3 = R\sqrt{3}$

Радиусы вписанной и описанной окружности около правильного многоугольника связаны формулой $r = R\tilde{n}\hat{\imath}s\,\frac{180^0}{n}$

Площадь круга равна произведению числа π на квадрат радиуса круга



Модуль «ГЕОМЕТРИЯ» №11



18

Найти площадь круга, вписанного в квадрат со стороной 18.

<u>Повторение</u> (3)

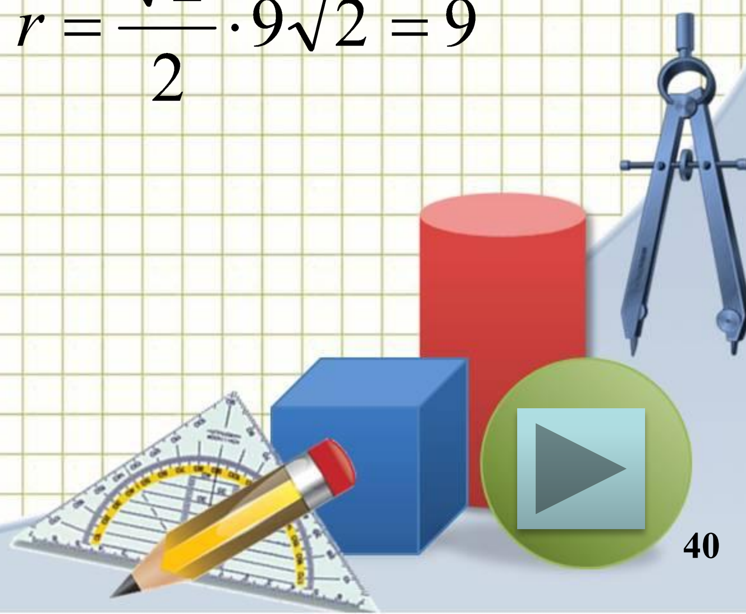
$$a_4 = R\sqrt{2} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{a_4}{\sqrt{2}} = \frac{18}{\sqrt{2}} = 9\sqrt{2}$$

$$r = R\text{ñîs}\,\frac{180^0}{n} = R\cos 45^0 = \frac{\sqrt{2}}{2}R \quad \Rightarrow \quad r = \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot 9\sqrt{2} = 9$$

$$S = \pi \cdot r^2$$

$$S = \pi \cdot 9^2 = 81\pi$$

Ответ: 81π.



Повторение

Сторона правильного четырехугольника, в который вписана окружность, равна $a_4 = R\sqrt{2}$

Радиусы вписанной и описанной окружности около правильного многоугольника связаны формулой $r = R\tilde{n}\hat{\imath}s\,\frac{180^0}{n}$

Площадь круга равна произведению числа π на квадрат радиуса круга

Использованные ресурсы

- Автор шаблона: Ранько Елена Алексеевна учитель начальных классов МАОУ лицей №21 г.Иваново http://www.uchportal.ru/load/160-1-0-31926http://www.uchportal.ru/load/160-1-0-31926e
- «ГИА-2013. Математика: типовые экзаменационные варианты: 30 вариантов» под редакцией А. Л. Семенова, И. В. Ященко. – М.: Изд. «Национальное образование», 2013.