

МОДУЛЬ

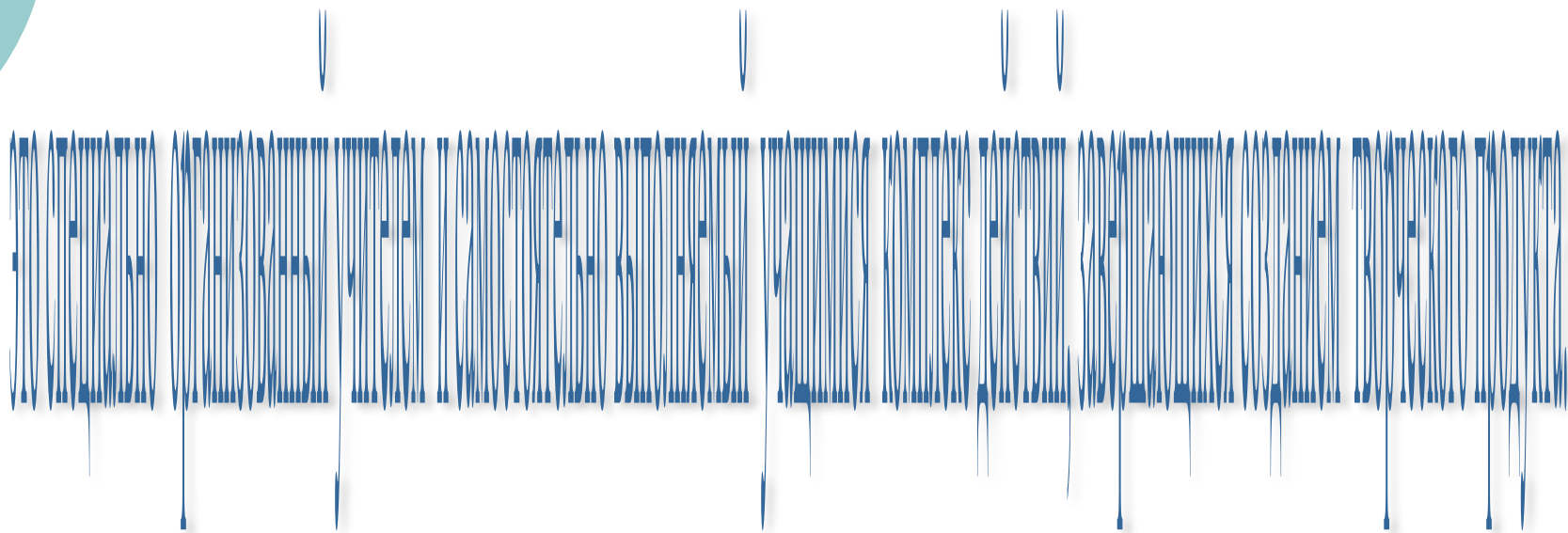
Цель: повторить , обобщить и систематизировать знания учащихся о модуле и его свойствах, умения решать различные уравнения , содержащие модуль.

Тип урока: обобщение и систематизация знаний с элементами исследования и организации проектной деятельности.

Цели урока:

- **Образовательные:** обобщить и систематизировать знания учащихся о модуле и его свойствах; умения решать различные уравнения, содержащие модуль и уравнения, приводимые к уравнениям, содержащим модуль.
- **Развивающие:** развивать творческую и мыслительную деятельность учащихся, навыки проектно-исследовательской деятельности, способствовать формированию навыков коллективной работы, развивать умение чётко и ясно излагать свои мысли.
- **Воспитательные:** формирование интереса к предмету посредством вовлечения их в проектную деятельность, способствовать формированию навыков взаимодействия в малых группах.

ПРОЕКТ -



Определение модуля

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{если } a \geq 0, \\ -a, & \text{если } a < 0. \end{cases}$$

**Свойства
модуля**

$$|ab| = |a||b|$$

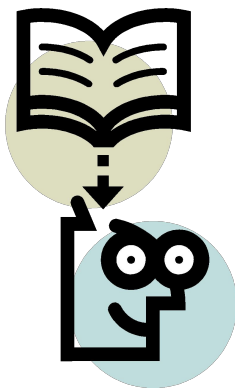
$$\left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|}, y \neq 0.$$

$$|x^2| = |x|^2$$

$$\sqrt{x^2} = |x|$$

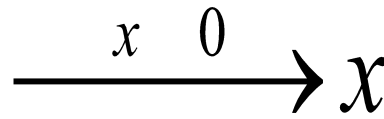
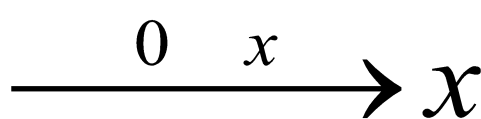
$$\sqrt{x^2 y} = |x| \sqrt{y}$$

$$\log_a x^2 = 2 \log_a |x|$$

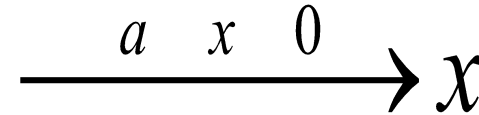
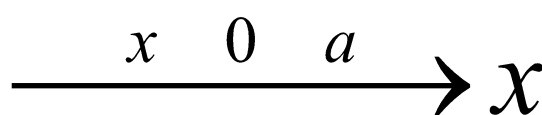
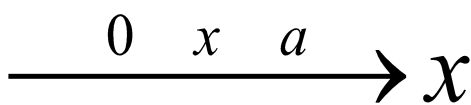


Геометрический смысл модуля

- Геометрически $|x|$ есть расстояние от точки x числовой оси до начала отсчёта – точки O .



- $|x - a|$ есть расстояние между точками x и a числовой оси.



Устная работа



$$1). |5x - 2| = 4$$

$$2). |3 - 7x| = -2$$

$$3). |3 - 4x| = |5 - 6x|$$

$$4). |14 - 2x| = 3 - 5x$$

$$5). 7x^2 + 2|x - 1| + 2 = 0$$

$$6). |3x - 8| + |2 - 4x| + |x - 5| = 7$$

$$7). |\sin x| = \frac{1}{2}$$

$$8). |2x| = |3x - 1|$$

$$9). |10x - 2| = 4x - 8$$

$$10). |3 - 8x| = 5$$

$$11). \sqrt{(4x - 7)^2} = 9$$

$$12). \sqrt{36 + 5x|x + 3|} = x + 6$$

Решите уравнения

$$1. |2x - 3| = 5$$

$$2. \left| 1 - \frac{x+3}{4} \right| = 5$$

$$3. |x + 4| = 3(2 - x)$$

$$4. |8 + 5x| = 2$$

$$5. \sqrt{36 + 5x|x + 3|} = 6 + x$$

$$6. (x^2 - 1) - 7|x^2 - 1| - 18 = 0$$

$$7. |x + 2| + |x - 3| = 5$$

$$8. \sqrt{4x^2 + 20x + 25} = -3x - 10$$

$$9. 9 \log_3 x^2 = 6$$

$$10. |x - 1| + |x - 2| = x + 3$$

$$11. \log_2^2(-x) - 3 \log_2 x^2 - 5 = 0$$

$$12. |6x - 5| = |7 - 3x|$$

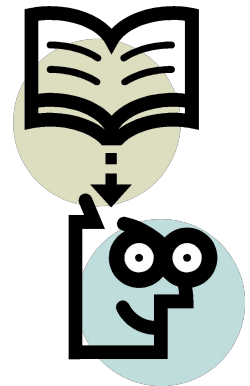
$$13. |8x + 1| = 4x - 13$$

$$14. \sqrt{25 + 9x|x + 4|} - 5 = 2x$$



Инструкция по работе над проектом.

- 1. Решить уравнения.
- 2. Проанализировать способы решения.
- 3. Провести классификацию данных уравнений:
 - а) сгруппировать примеры по способам решения;
 - б) определить, в чём заключается общий вид уравнений в каждой группе;
 - в) дать название каждой группе уравнений.
- 4. Создать проект таблицы: «Решение уравнений, содержащих модуль».
- 5. Подготовить защиту проекта.



Защита проектов.



- **. Оценочный лист.** (5-бальная система)
- Владеет докладчик терминологией, которую использует в своём проекте
- Смог докладчик проекта доказать, что разработанная группой структура самая оптимальная для решения поставленной задачи
- Выполнила ли группа все поставленные перед ней задачи
- Творческие способности докладчика
- Оформление проекта



Простейшие уравнения вида $|f(x)| = b, b > 0$.

○ По определению модуля

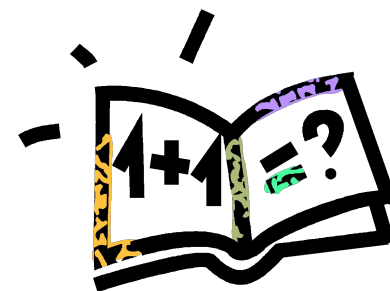
$$1. |2x - 3| = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3 = 5, \\ 2x - 3 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 8, \\ 2x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4, \\ x = -1. \end{cases}$$

Ответ: -1;4

$$2. \left| 1 - \frac{x+3}{4} \right| = 5 \Leftrightarrow \left| \frac{4 - (x+3)}{4} \right| = 5 \Leftrightarrow \left| \frac{1-x}{4} \right| = 5 \Leftrightarrow \frac{|1-x|}{4} = 5 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow |1-x| = 20 \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x = 20, \\ 1-x = -20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -19, \\ x = 21. \end{cases}$$

Ответ: -19;21.



Уравнения более общего вида $|f(x)| = g(x)$

- Условие $g(x) \geq 0$



$$3|x+4| = 3(2-x) \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x \geq 0, \\ x+4 = 3(2-x), \\ x+4 = -3(2-x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x \geq -2, \\ x+4 = 6-3x, \\ x+4 = -6+3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2, \\ 4x = 2, \\ -2x = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2, \\ x = 0,5, \\ x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0,5.$$

Ответ : 0,5.

$$13|8x+1| = 4x-13 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x-13 \geq 0, \\ 8x+1 = 4x-13, \\ 8x+1 = -(4x-13) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x \geq 13, \\ 8x-4x = -13-1, \\ 8x+1 = -4x+13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{13}{4}, \\ 4x = -14, \\ 12x = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3,25, \\ x = -3,5 \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

\Leftrightarrow решений нет.

Ответ : решений нет.

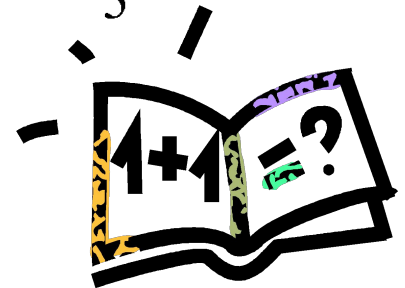
Уравнения вида $|f(x)| = |g(x)|$.

- уравнение

$$|f(x)| = |g(x)| \Leftrightarrow f^2(x) = g^2(x) \Leftrightarrow (f(x) - g(x))(f(x) + g(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) - g(x) = 0, \\ f(x) + g(x) = 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x), \\ f(x) = -g(x). \end{cases}$$

$$12. |6x - 5| = |7 - 3x| = \begin{cases} 6x - 5 = 7 - 3x, \\ 6x - 5 = -(7 - 3x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x = 12, \\ 3x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{3}, \\ x = -\frac{2}{3}. \end{cases}$$

Ответ: $-\frac{2}{3}, 1\frac{1}{3}$.



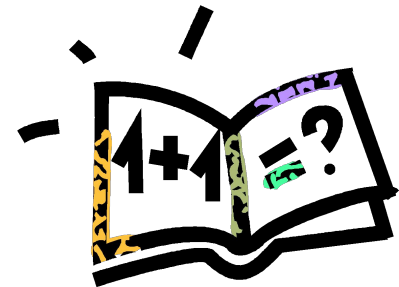
Уравнения, приводимые к уравнениям, содержащим модуль.

- Иррациональное уравнение

$$8. \sqrt{4x^2 + 20x + 25} = -3x - 10 \Leftrightarrow \sqrt{(2x + 5)^2} = -3x - 10 \Leftrightarrow \begin{cases} |2x + 5| = -3x - 10, \\ -3x - 10 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 5 = -3x - 10, \\ 2x + 5 = 3x + 10, \\ -3x - 10 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = -15, \\ -x = 5, \\ -3x \geq 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3, \\ x = -5, \\ x \leq -3\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x = -5.$$

Ответ: -5 .



Уравнения, приводимые к уравнениям, содержащим модуль

- Логарифмическое уравнение

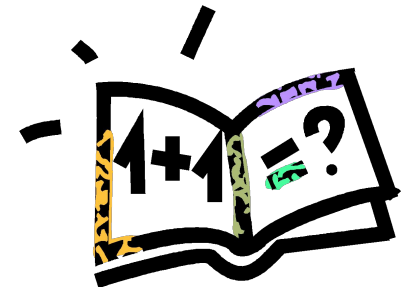
$$9. \log_3 x^2 = 6 \Leftrightarrow 2 \log_3 |x| = 6 \Leftrightarrow \log_3 |x| = 3 \Leftrightarrow |x| = 27 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 27, \\ x = -27. \end{cases}$$

Ответ : $-27; 27$.

$$11. \log_2^2(-x) - 3 \log_2 x^2 + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -x > 0, \\ \log_2^2 |x| - 6 \log_2 |x| + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0, \\ \log_2 |x| = t, \\ t^2 - 6t + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0, \\ \log_2 |x| = t, \\ \begin{cases} t = 1, \\ t = 5 \end{cases} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < 0, \\ \begin{cases} \log_2 |x| = 1, \\ \log_2 |x| = 5 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0, \\ \begin{cases} |x| = 2, \\ |x| = 32 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2, \\ x = -32. \end{cases}$$

Ответ : $-32; -2$.



Иррациональные уравнения, содержащие модуль.

- В силу того, что $x \geq -2,5$ модуль $|x + 4|$ раскрывается однозначно.

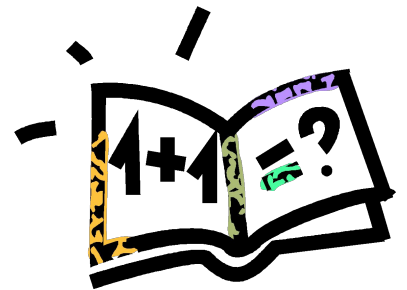
$$\sqrt{25 + 9x|x + 4|} - 5 = 2x \Leftrightarrow \sqrt{25 + 9x|x + 4|} = 2x + 5 \Leftrightarrow \begin{cases} 25 + 9x|x + 4| = 4x^2 + 20x + 25, \\ 2x + 5 \geq 0; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 9x(x + 4) = 4x^2 + 20x, \\ x \geq -2,5; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x^2 + 36x - 4x^2 - 20x = 0, \\ x \geq -2,5; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x^2 + 16x = 0, \\ x \geq -2,5; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, \\ x = -3\frac{1}{5}, \\ x \geq -2,5; \end{cases} \Leftrightarrow x = 0.$$

$$\sqrt{36 + 5x|x+3|} = x+6 \Leftrightarrow \begin{cases} 36 + 5x|x+3| = (x+6)^2, \\ x+6 \geq 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 36 + 5x|x+3| = x^2 + 12x + 36, \\ x \geq -6; \end{cases} \Leftrightarrow$$

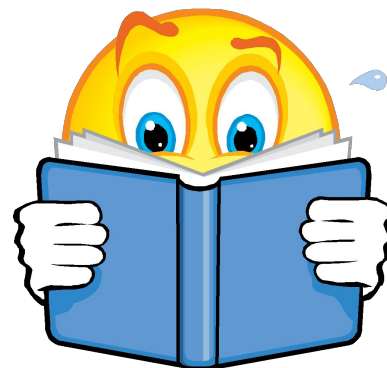
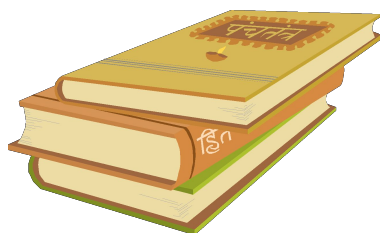
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x|x+3| = x^2 + 12x, \\ x \geq -6; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x+3 \geq 0, \\ 5x(x+3) = x^2 + 12x, \end{cases} \\ \begin{cases} x+3 \leq 0, \\ 5x(-x-3) = x^2 + 12x, \end{cases} \\ x \geq -6; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x \geq -3, \\ 5x^2 + 15x - x^2 - 12x = 0, \end{cases} \\ \begin{cases} x \leq -3, \\ -5x^2 - 15x - x^2 - 12x = 0, \end{cases} \\ x \geq -6; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x \geq -3, \\ 4x^2 + 3x = 0, \end{cases} \\ \begin{cases} x \leq -3, \\ -6x^2 - 27x = 0, \end{cases} \\ x \geq -6; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x \geq -3, \\ \begin{cases} x = 0, \\ x = -\frac{3}{4}, \end{cases} \end{cases} \\ \begin{cases} x \leq -3, \\ \begin{cases} x = 0, \\ x = -4, 5, \end{cases} \end{cases} \\ x \geq -6; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, \\ x = -\frac{3}{4}, \\ x = -4, 5. \end{cases}$$



Иррациональные уравнения, содержащие модуль.

- В силу того, что $x \geq -6$ модуль $|x + 3|$ раскрывается двузначно.
- Ответ: -4,5; -0,75; 0.



Замена модуля.

$$(x^2 - 1)^2 - 7|x^2 - 1| - 18 = 0 \Leftrightarrow |x^2 - 1|^2 - 7|x^2 - 1| - 18 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} |x^2 - 1| = t, \\ t \geq 0, \\ t^2 - 7t - 18 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x^2 - 1| = t, \\ t \geq 0, \\ t = 9, \\ t = -2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow |x^2 - 1| = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 1 = 9, \\ x^2 - 1 = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 10, \\ x^2 = -8 \end{cases} \Leftrightarrow x^2 = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{10}, \\ x = -\sqrt{10}. \end{cases}$$

$$\text{Итого} : -\sqrt{10}; \sqrt{10}.$$



Уравнения, содержащие несколько модулей. (Решаемые с помощью метода интервалов)

$$10|x - 1| + |x - 2| = x + 3$$

- 1.Найдём значения x , при которых значения выражений, стоящих под знаком модуля, равны 0:
 $x - 1 = 0$ при $x = 1$.
 $x - 2 = 0$ при $x = 2$.
- 2. Эти значения разбивают ОДЗ на промежутки:

$$(-\infty; 1), [1; 2], (2; \infty).$$

- 3.Запишем на каждом из промежутков данное уравнение без знаков модуля.
- Получим совокупность систем.



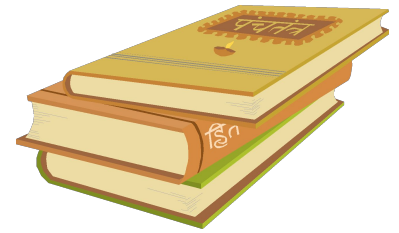
Уравнение, содержащее несколько модулей.

○ Метод интервалов

$$|x-1|+|x-2|=x+3 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1, \\ -(x-1)-(x-2)=x+3, \\ 1 \leq x \leq 2, \\ (x-1)-(x-2)=x+3, \\ x > 2, \\ (x-1)+(x-2)=x+3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1, \\ -x+1-x+2=x+3, \\ 1 \leq x \leq 2, \\ x-1-x+2=x+3, \\ x > 2, \\ x-1+x-2=x+3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1, \\ -3x=0, \\ 1 \leq x \leq 2, \\ x=-2, \\ x > 2, \\ x=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0, \\ x=6. \end{cases}$$

Итого : 0;6.





СЛАЙДЫ ИЗ ПРЕЗЕНТАЦИИ УЧАЩИХСЯ

1. Простейшее уравнение,
содержащее модуль, где $b > 0$:

$$|f(x)| = b \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = b, \\ f(x) = -b. \end{cases}$$

2. Уравнение более общего вида,
содержащее модуль:



$$|f(x)| = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \geq 0, \\ \begin{cases} f(x) = g(x), \\ f(x) = -g(x). \end{cases} \end{cases}$$

Уравнение вида $f(|g(x)|) = b$

- По определению модуля

$$f(|g(x)|) = b \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \geq 0, \\ f(g(x)) = b, \\ g(x) < 0, \\ f(-g(x)) = b. \end{cases}$$



Уравнения, приводимые к уравнениям, содержащим модуль.

- 1



$$\sqrt{f^2(x)} = b \Leftrightarrow |f(x)| = b$$

$$\log_a f^2(x) = b \Leftrightarrow 2 \log_a |f(x)| = b$$

Уравнения, содержащие несколько модулей

и те, которые не сводятся к виду $|f(x)| = g(x)$ решаются с помощью **метода интервалов**:

- 1.Найдём значения x , при которых значение выражений, стоящих под знаком модуля, равны нулю.
- 2.Найденные значения x разбивают ОДЗ на промежутки.
- 3.Запишем на каждом из промежутков уравнение без знаков модуля. Получим совокупность систем.



Всего доброго, Вам!

СПАСИБО



ВА

УРА!