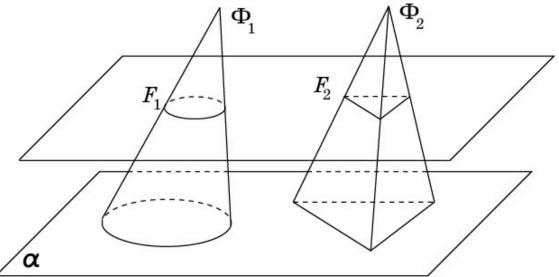
ОБЪЕМ КОНУСА

Теорема. Объем конуса равен одной третьей произведения площади его основания на высоту.

Доказательство. Для данного конуса с основанием площади S и высотой h рассмотрим какую-нибудь пирамиду с теми же площадью основания и высотой. Тогда эти пирамида и конус имеют равные объемы. Но для объема пирамиды имеет место Формула $\frac{1}{3}$

 $V = \frac{1}{3}S \cdot h.$

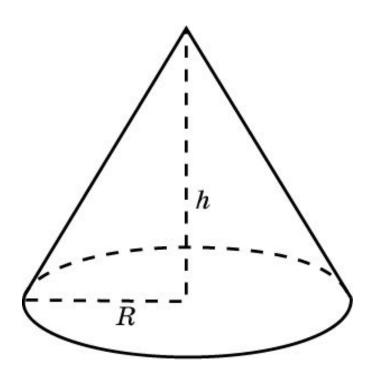
Следовательно, она имеет место и для объема произвольного конуса.



ОБЪЕМ КОНУСА

В частности, для кругового конуса, в основании которого – круг радиуса R, и высота которого равна h, имеет место формула

 $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h.$

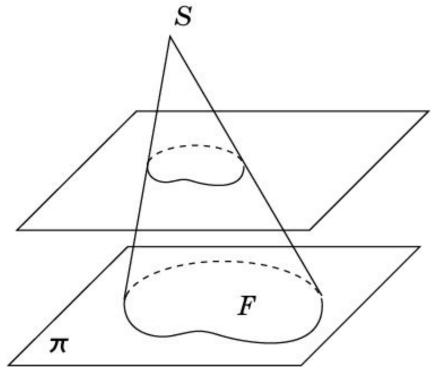


ОБЪЕМ УСЕЧЕННОГО КОНУСА

Для данного конуса рассмотрим плоскость, параллельную основанию и пересекающую конус. Часть конуса, заключенная между этой плоскостью и основанием, называется усеченным

конусом.

Полученное при этом сечение конуса также называется основанием усеченного конуса. Расстояние между плоскостями оснований называется высотой усеченного конуса.



Теорема. Объем усеченного конуса выражается формулой

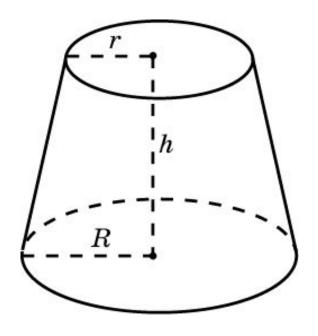
$$V = \frac{1}{3}g(S + \sqrt{S \cdot s} + s).$$

где S, s - площади оснований, g - высота усеченного конуса.

ОБЪЕМ УСЕЧЕННОГО КОНУСА

Объем усеченного конуса, основания которого — круги радиусов R и r, а высота равна h, выражается формулой

$$V = \frac{1}{3}\pi h(R^{2} + R \cdot r + r^{2}).$$



Во сколько раз увеличится объем кругового конуса, если: а) высоту увеличить в 3 раза; б) радиус основания увеличить в 2 раза?

Ответ: а) В 3 раза; б) в 4 раза.

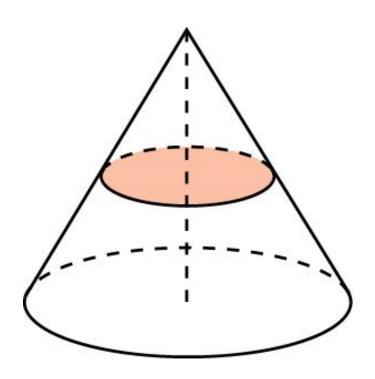
Изменится ли объем кругового конуса, если радиус основания увеличить в 2 раза, а высоту уменьшить в 2 раза?

Ответ: Увеличится в 2 раза.

Цилиндр и конус имеют общее основание и высоту. Вычислите объем цилиндра, если объем конуса равен $40~\pi~\text{cm}^3$.

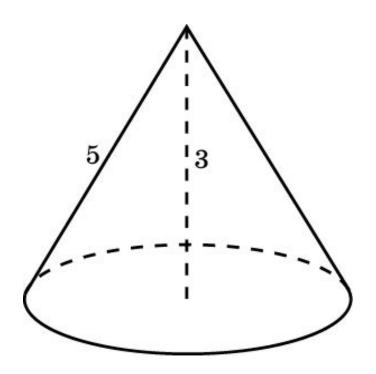
Ответ: $120\pi \text{ см}^3$.

Объем конуса равен 1. Параллельно основанию конуса проведено сечение, делящее высоту пополам. В каком отношении находятся объемы полученных частей конуса?



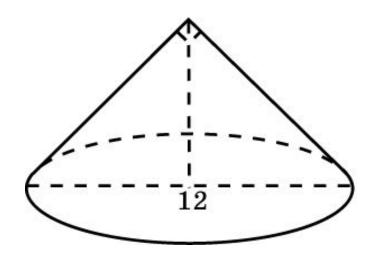
Ответ: 1:7.

Высота конуса 3 см, образующая 5 см. Найдите его объем.



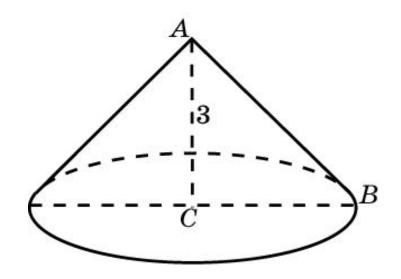
OTBET: $16\pi \text{ cm}^3$.

Диаметр основания конуса равен 12 см, а угол при вершине осевого сечения - 90°. Вычислите объем конуса.



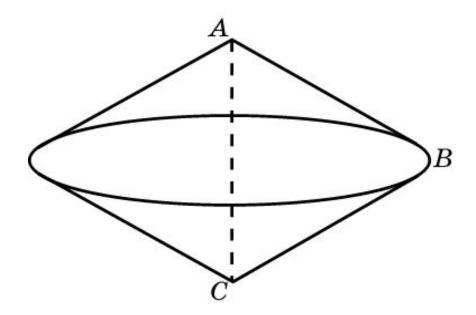
Otbet: $72\pi \text{ cm}^3$.

Найдите объем тела, получающегося при вращении равнобедренного прямоугольного треугольника вокруг катета, равного 3 см.



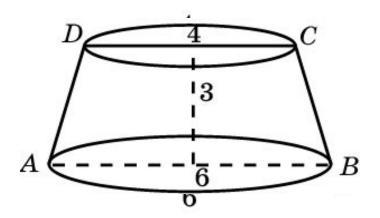
OTBET: $9\pi \text{ cm}^3$.

Равносторонний треугольник вращается вокруг своей стороны, равной 1. Найдите объем тела вращения.



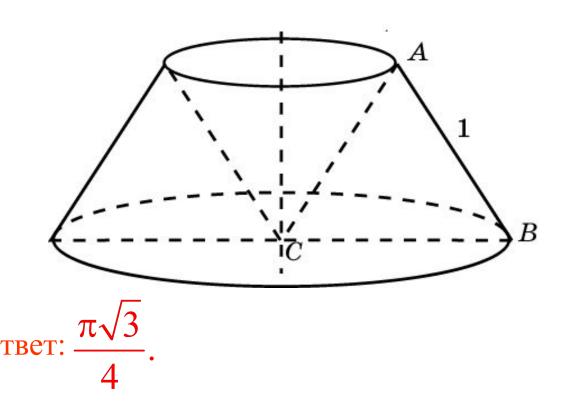
Otbet: $\frac{\pi}{4}$

Равнобедренная трапеция, основания которой равны 4 см и 6 см, а высота — 3 см, вращается относительно оси симметрии. Найдите объем тела вращения.

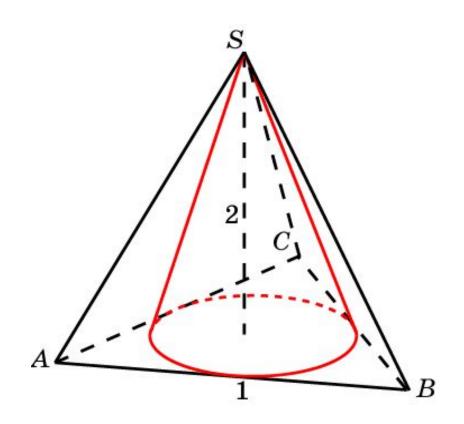


OTBET: 19π cm³.

Равносторонний треугольник со стороной, равной единице, вращается вокруг оси, проходящей через вершину и параллельной высоте треугольника. Найдите объем тела вращения.

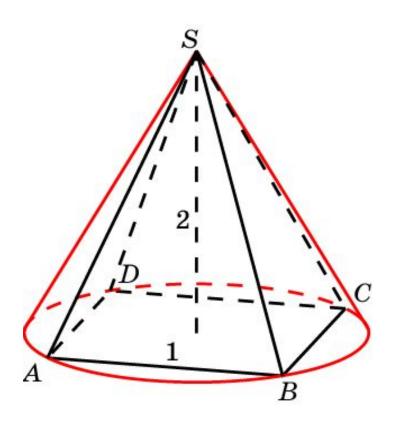


Конус вписан в правильную треугольную пирамиду со стороной основания 1 и высотой 2. Найдите его объем.



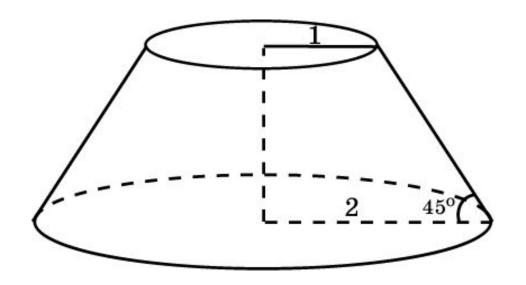
Otbet:
$$\frac{\pi}{18}$$
.

Конус описан около правильной четырехугольной пирамиды со стороной основания a и высотой h. Найдите его объем.



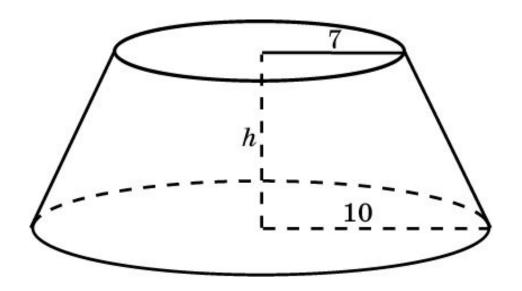
Otbet: $\frac{\pi}{3}$.

Радиусы оснований усеченного конуса равны 1 и 2. Образующая наклонена к основанию под углом 45°. Найдите его объем.



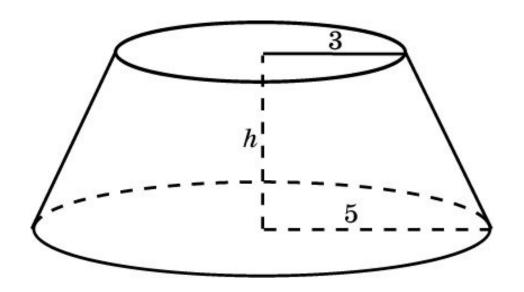
OTBET:
$$\frac{7\pi}{3}$$
.

Объем усеченного конуса равен 584π см³, а радиусы оснований 10 см и 7 см. Найдите высоту усеченного конуса.



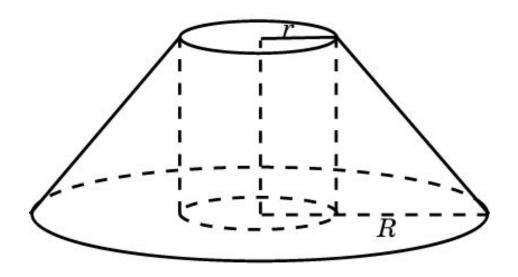
Ответ: 8 см.

Усеченный конус, у которого радиусы оснований 3 см и 5 см, и полный конус такой же высоты равновелики. Чему равен радиус основания полного конуса?



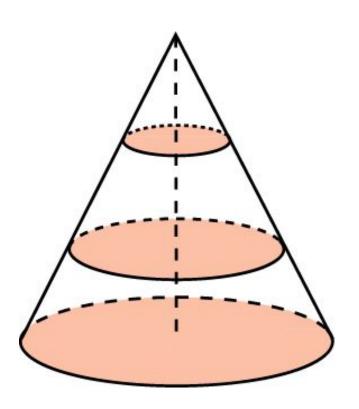
Ответ: 7 см.

На меньшем основании усеченного конуса построен цилиндр, второе основание которого лежит в плоскости большего основания. Объем цилиндра составляет седьмую часть объема усеченного конуса. Найдите зависимость между радиусами оснований усеченного конуса.



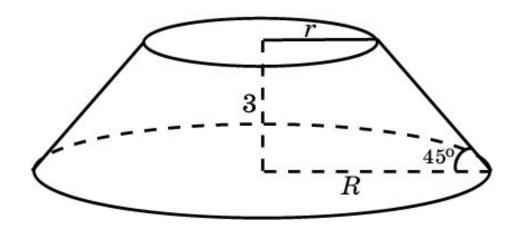
Otbet: R = 4r.

Объем конуса равен 1. Его высота разделена на три равные части, и через точки деления параллельно основанию проведены плоскости. Найдите объем средней части конуса.



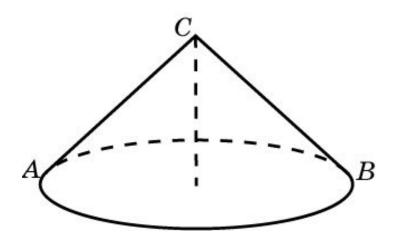
Ответ: $\frac{7}{27}$.

Высота усеченного конуса равна 3. Радиус одного основания вдвое большее другого, а образующая наклонена к основанию под углом 45°. Найдите объем.



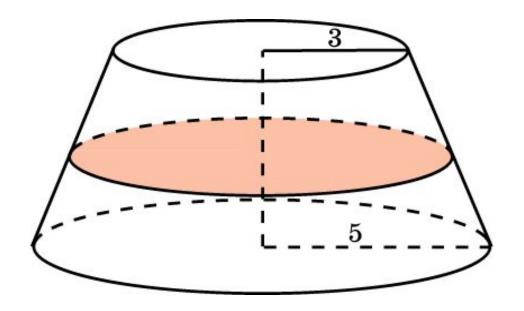
Otbet: 63π .

Осевым сечением конуса служит равнобедренный прямоугольный треугольник площади 9 см². Найдите объем конуса.



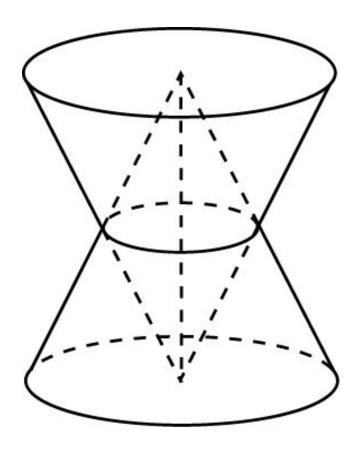
Ответ: $18\sqrt{2}\pi \text{ cm}^3$.

Радиусы оснований усеченного конуса равны 3 см и 5 см. Найдите отношение объемов частей усеченного конуса, на которые он делится средним сечением.



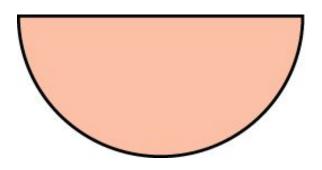
Ответ: 37:61.

Два конуса имеют общую высоту и параллельные основания. Найдите объем их общей части, если объем каждого конуса равен 1.



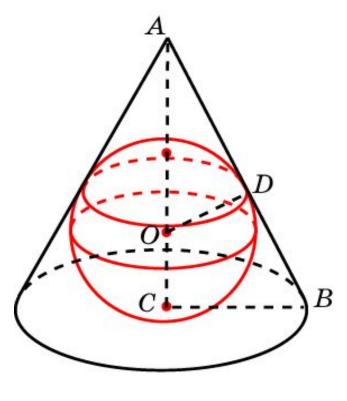
Otbet: $\frac{1}{4}$.

Разверткой боковой поверхности конуса служит полукруг радиуса 2. Найдите объем конуса.



Ответ:
$$\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$$
.

В конус, радиус основания которого равен 2, вписан шар радиуса 1. Найдите объем конуса.



Otbet: $\frac{32\pi}{9}$.

Решение. Треугольники *АВС* и *АОО* подобны. Следовательно,

$$\frac{BC}{AC} = \frac{OD}{AD}.$$
Пусть $AO = x$. Имеем: $BC = 2$, $AC = 1+x$, $OD = 1$, $AD = \sqrt{x^2 - 1}$.

Откуда находим $x = \frac{5}{2}$.

Таким образом, высота конуса равна

$$\frac{8}{3}$$
. Объем конуса равен $\frac{32\pi}{9}$