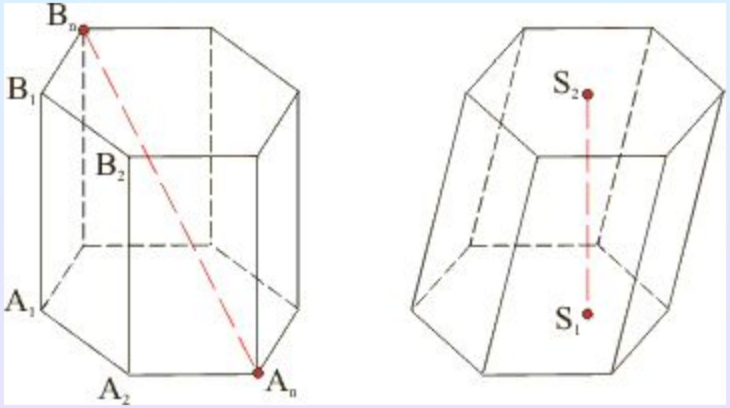
Объем прямой призмы

Цели урока:

- Вспомнить понятие призмы.
- Изучить теорему об объеме призмы.
- Провести доказательство.
- Применить полученные знания на практике.

- **Призма** – многогранник, составленный из двух равных многоугольников $A_1A_2…A_n$ и B_1B_2 и B_n, расположенных в параллельных плоскостях, и n параллелограммов

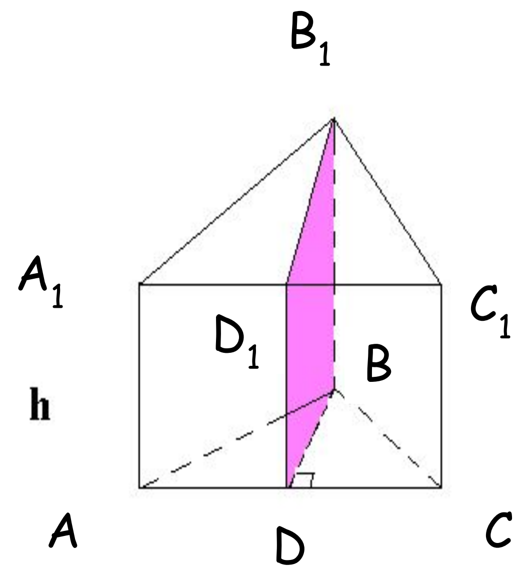


- Если боковые ребра призмы перпендикулярны к основаниям, то призма называется **прямой**.
- Прямая призма называется **правильной**, если её основания – правильные многоугольники.

Теорема: Объем прямой призмы равен произведению площади основания на высоту

- **Доказательство**

Сначала докажем теорему для прямоугольной призмы, а затем –для произвольной прямой призмы.



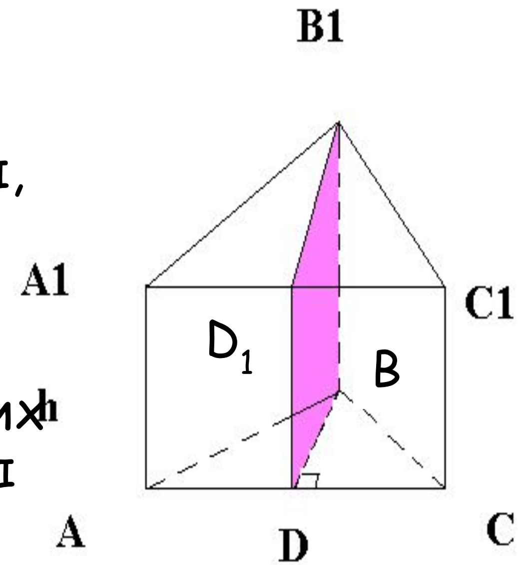
1) Рассмотрим прямую треугольную призму $ABCA_1B_1C1$ с объёмом V и высотой h.

2) Проведем такую высоту треугольника ABC (на рис. BD),которая разделяет этот треугольник на два треугольника.

3) Плоскость BB_1D разделяет данную призму на 2 призмы, основаниями которых являются прямоугольные треугольники ABD и BDC.

4) Поэтому объемы V_1 и V_2 этих призм соответственно равны $S_{ABD} \cdot h$ и $S_{BDC} \cdot h$. По свойству 2° объемов $V=V_1+V_2$, т.е $V=S_{ABD} \cdot h=(S_{ABD}+S_{BDC}) \cdot h$.

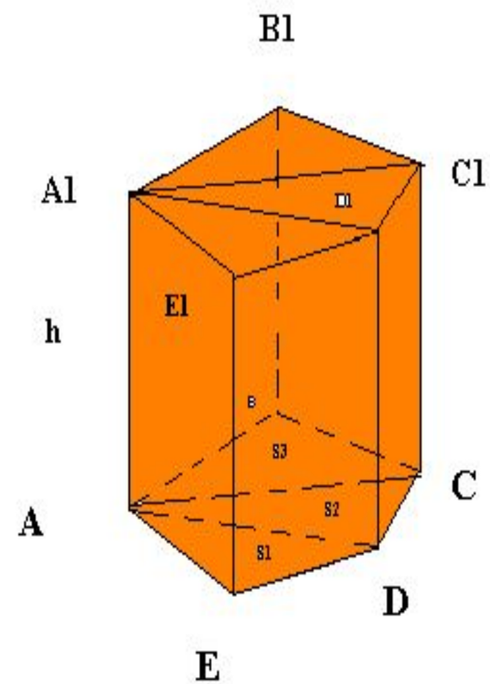
5) Таким образом, $V=S_{ABC} \cdot h$.



V= $\boxed{V=S_{ABC} \cdot h}$

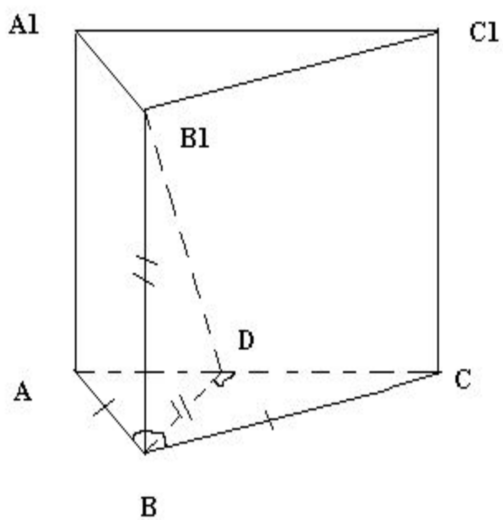
Теорема для произвольной прямой призмы с высотой h и площадью основания S.

- Такую призму можно разбить на прямые треугольные призмы с высотой h. На рис. изображена пятиугольная призма, которая разбита на три прямоугольные призмы.
- Выразим объем каждой прямоугольной призмы по формуле $V = S_{ABC} \cdot h$ и сложим эти объемы. Мы вынесем за скобки общий множитель h, потом получим в скобках сумму площадей оснований треугольных призм, т.е. площадь S основания исходной призмы.



Таким образом, объем исходной призмы равен произведению S · h.

Задача



- Дано: $ABCA_1B_1C_1$- прямая призма.

$AB=BC=m; \angle ABC= \varphi$,

BD- высота в Δ ABC;

BB1=BD.

Найти: $V_{ABCA1B1C1}$-?

Решение:

1) $S_{ABC} \cdot h$, $h=BB_1$.
2) Рассмотрим Δ ABC; Δ ABC- р/б. BD- высота Δ ABC, следовательно медиана и биссектриса.

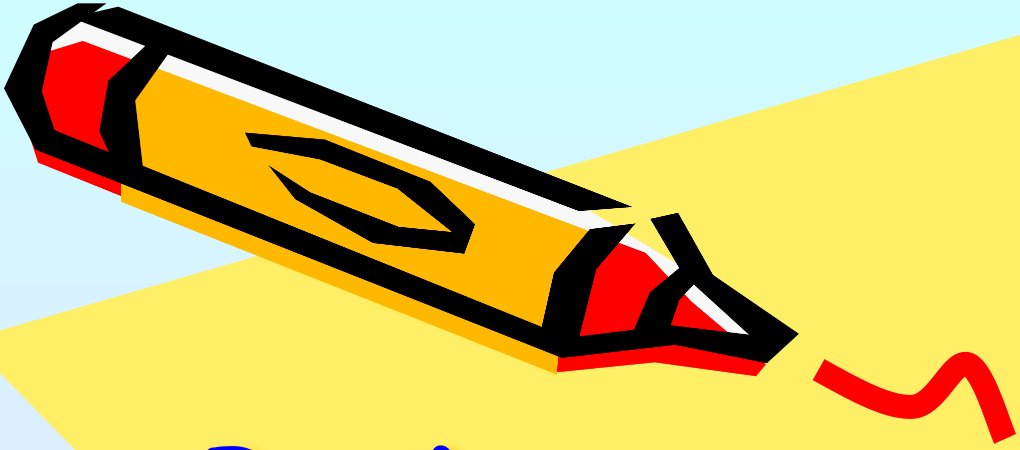
$\angle ABD = \angle DBC = \varphi/2$

3) Рассмотрим Δ ABD; Δ ABD- прямоугольный. Из соотношения в Δ: $\cos\varphi/2 = BD/AB \Rightarrow BD = \cos\varphi/2\ AB$, $BD = m\cos\varphi/2$ $(AB=m)$
4) Т.к. $BD=BB_1 \Rightarrow BB_1 = m \cdot \cos\varphi/2$
5) $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin\varphi$; $S_{ABC} = \frac{1}{2} m^2 \cdot \sin\varphi \Rightarrow$
6) $V = \frac{1}{2} m^2 \cdot \sin\varphi \cdot m\cos\varphi/2 = \frac{1}{2} m^3 \cdot \sin\varphi \cdot \cos\varphi/2$

Ответ: $\frac{1}{2} m^3 \cdot \sin\varphi \cdot \cos\varphi/2$

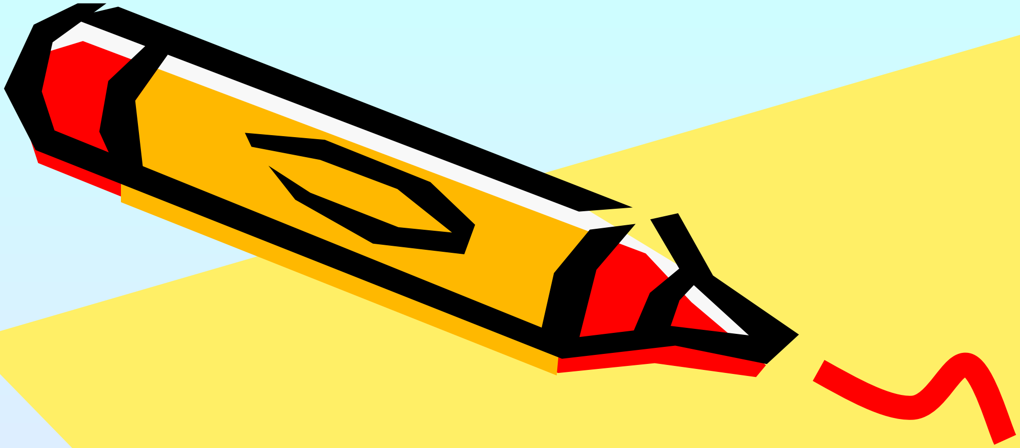
Вопросы:

- Как найти объем прямой призмы?
- Основные шаги при доказательстве теоремы прямой призмы?



Работу выполнили:

Шахбазян Эллена,11"В"
Шмырева Юлия,11 "В"
Дваднеко Аня,11 "В"



СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ =)