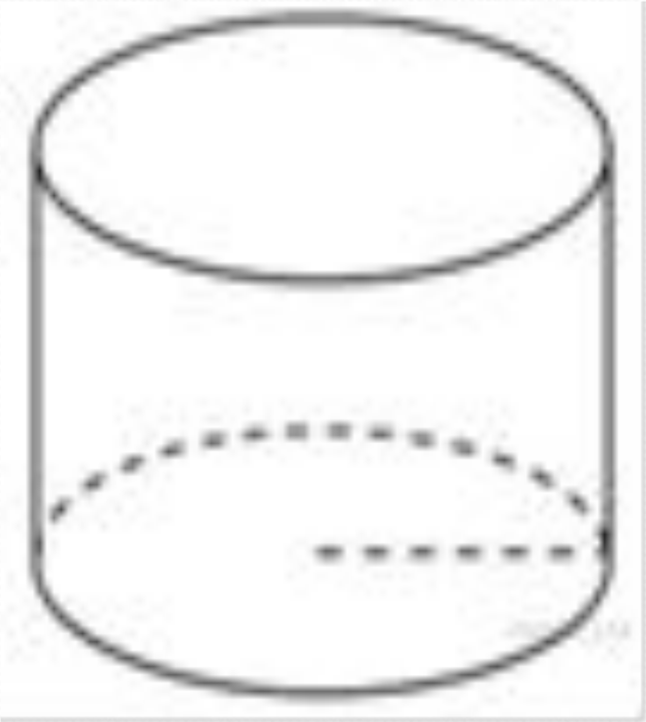
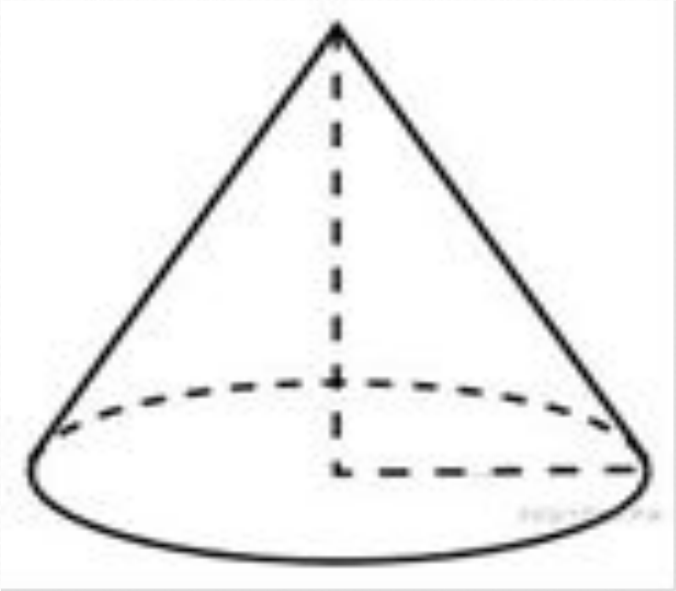
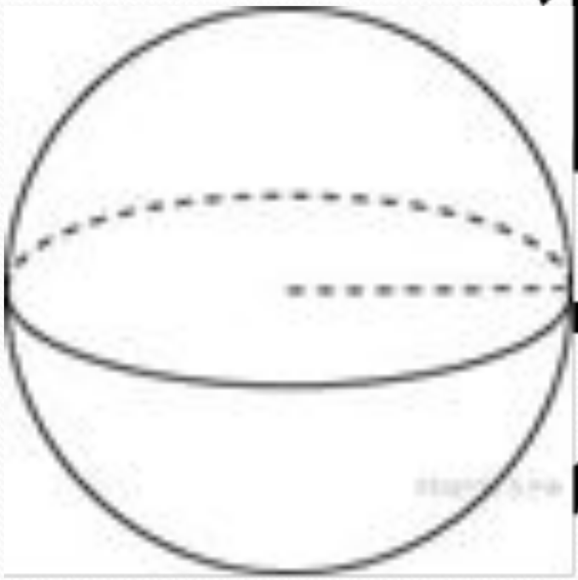
Объёмы тел



$$V = \pi R^2 H$$

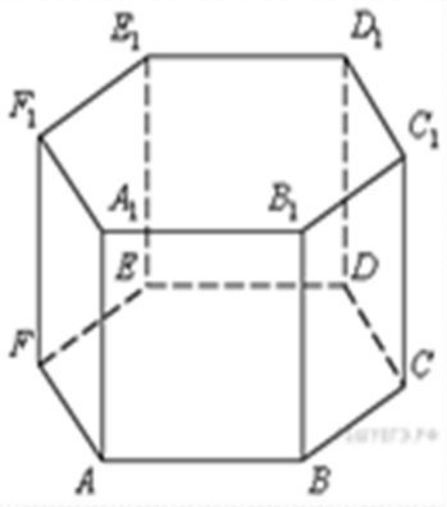


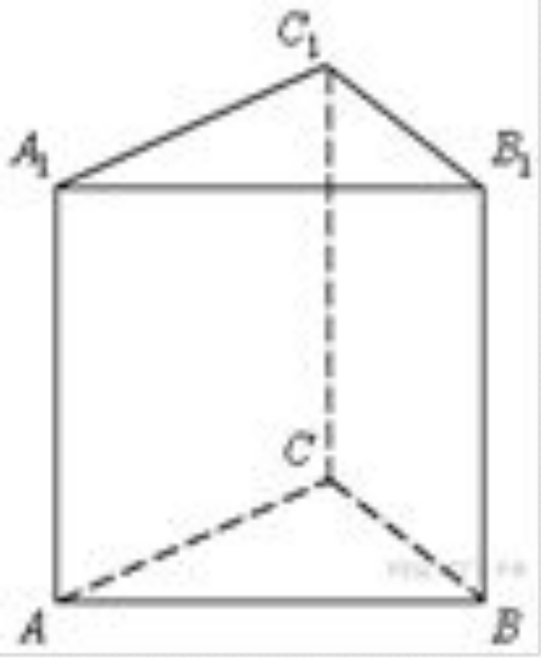
$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$$

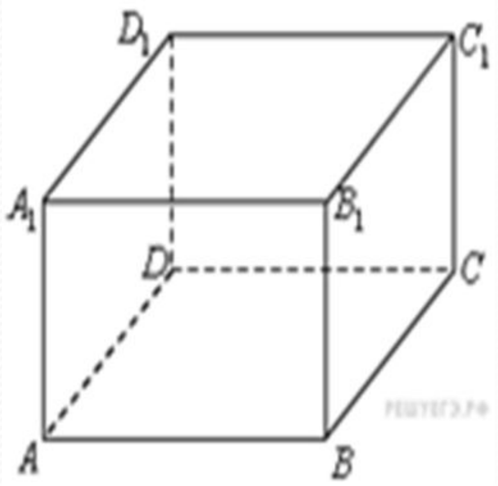


$$\frac{1}{3}\pi R^2 H$$

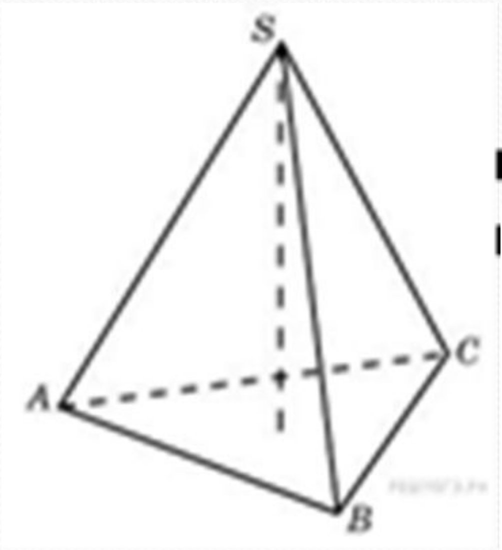
$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$$

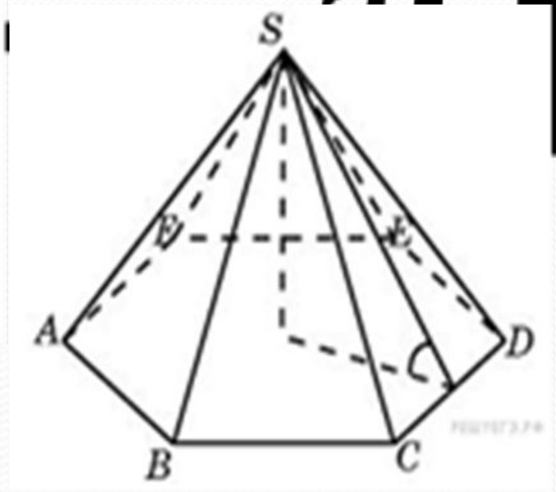


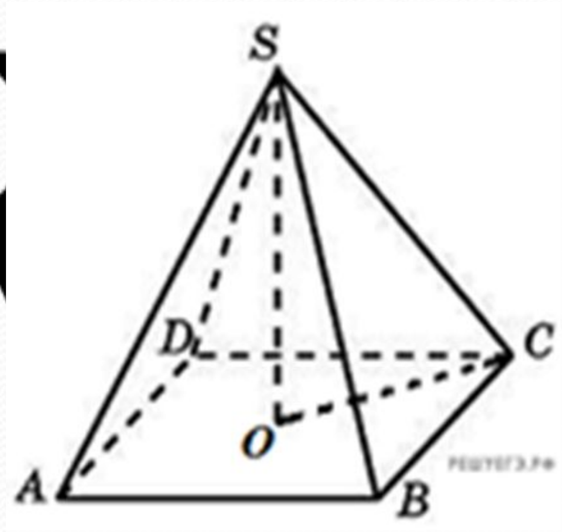




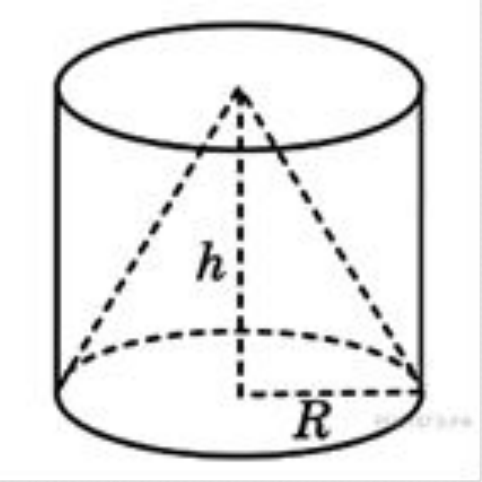
1





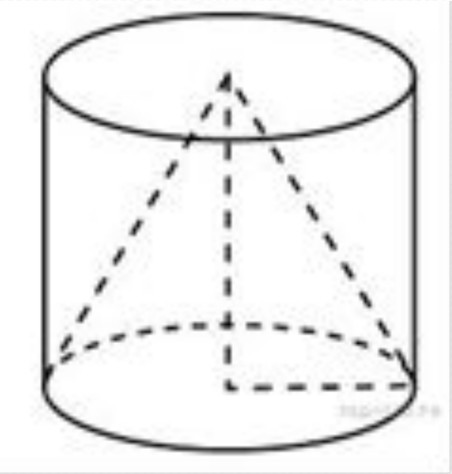


Цилиндр и конус имеют общее основание и общую высоту. Вычислите объём цилиндра, если объём конуса равен 25.



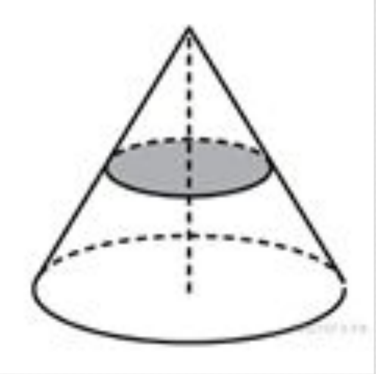
Ответ: 75

Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Найдите объём конуса, если объём цилиндра равен 150.



Ответ:50

Объем конуса равен 16. Через середину высоты параллельно основанию конуса проведено сечение, которое является осно ванием меньшего конуса с той же вершиной. Найдите объем меньшего конуса.

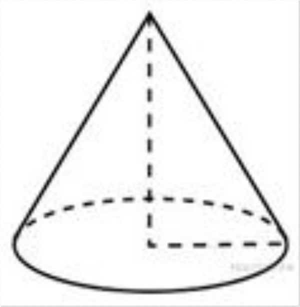


Решение.

Больший конус подобен меньшему с коэффициентом 2. Объе мы подобных тел относятся как куб коэффициента подобия. Поэтому объем меньшего конуса в восемь раз меньше объема большего конуса.

Ответ: 8

Во сколько раз уменьшится объем конуса, если его высоту умень шить в 3 раза?



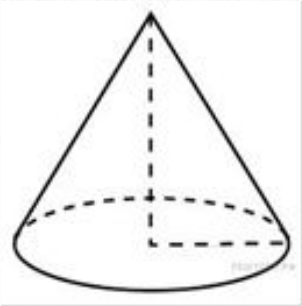
Решение.

Объем конуса равен $V = \frac{1}{3}Sh$

где S – площадь основания, а h – высота конуса. При уменьшении высо ты в 3 раза объем конуса также уменьшится в 3 раза.

Ответ: 3.

Во сколько раз увеличится объем конуса, если его радиус основания увеличить в 1,5 раза?



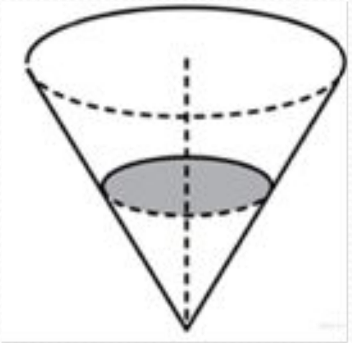
Решение.

Объем конуса равен $V = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

где – площадь основания, – высота конуса, а – радиус основания. При увеличении радиуса основания в 1,5 раза объем конуса увеличится в 2,25 раза.

Ответ: 2,25.

В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости дости гает высоты. Объём жидкости равен 70 мл. Сколько милли литров жидкости нужно долить, чтобы полностью наполнить сосуд?

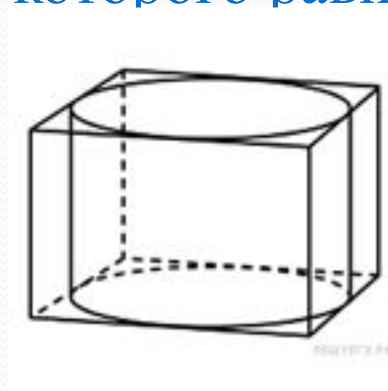


Решение.

Меньший конус подобен большему с коэффициентом 0,5. Объемы подоб ных тел относятся как куб коэффициента подобия. Поэтому объем боль шего конуса в 8 раз больше объема меньшего конуса, он равен 560 мл. Следовательно, необходимо долить 560 − 70 = 490 мл жидкости.

Ответ: 490.

Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, ра
диус основания и высота которого равны 1. Найдите объем
параллелепипеда.



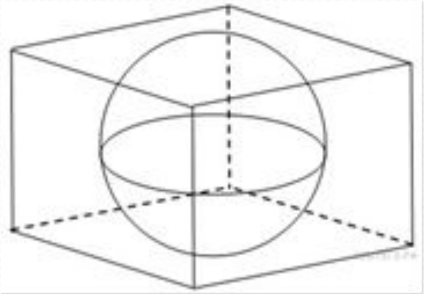
Решение.

Высота параллелепипеда равна высоте вписанного в него цилиндра. Ос
нованием параллелепипеда является квадрат, сторона которого в два раза
больше радиуса вписанной в него окружности. Поэтому площадь основа
ния равна 4, а объем параллелепипеда равен

$$V_{\text{пар}} = S_{\text{осн}} H = 4 \cdot 1 = 4$$

Ответ: 4.

В куб вписан шар радиуса 1. Найдите объем куба.



Решение.

Ребро куба равно диаметру вписанного в него шара, а объем куба равен кубу его ребра. Отсюда имеем:

$$V_{\text{к}} = 2^3 = 8$$

Ответ: 8.

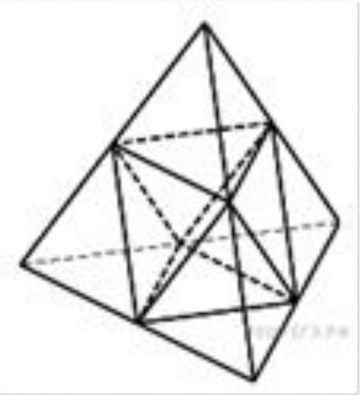
Во сколько раз объем конуса, описанного около правильной четырехугольной пирамиды, больше объема конуса, вписан ного в эту пирамиду?

Решение.

Объемы данных конусов соотносятся как площади их оснований, и, сле довательно, как квадраты их диаметров. Диаметр вписанного конуса равен стороне квадрата, диаметр описанного – диагонали квадрата, длина которой равна $\sqrt{2}$ длины стороны. Поэтому объем описанного конуса в 2 раза больше объема вписанного.

Ответ: 2.

Объём тетраэдра равен 19. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются середины рёбер данного тетраэдра.



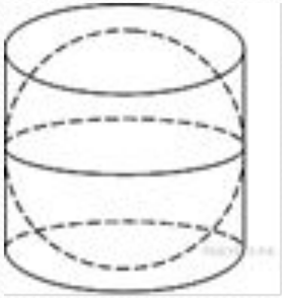
Решение.

Объем данного многогранника равен разности объемов исходного тетра эдра и четырех тетраэдров, одни из вершин которых совпадают с верши нами исходного:

$$V = V_0 - 4 \cdot \frac{1}{8} V_0 = \frac{1}{2} V_0 = 9,5$$

Ответ: 9,5.

Цилиндр описан около шара. Объем цилиндра равен 33. Най дите объем шара.



Решение.

$$V_{\text{цил}} = S_{\text{осн}} h = \pi R^2 2R = 2\pi R^3 = 33$$

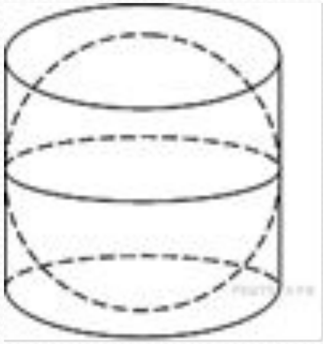
$$V_{\text{шар}} = \frac{4}{3}\pi R^3$$

Выразим из формулы для объёма цилиндра R^3 и подставим в формулу для объёма шара

$$V_{\text{шар}} = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \frac{33}{2\pi} = 22$$

Ответ: 22.

Цилиндр описан около шара. Объем шара равен 24. Найдите объем цилиндра.



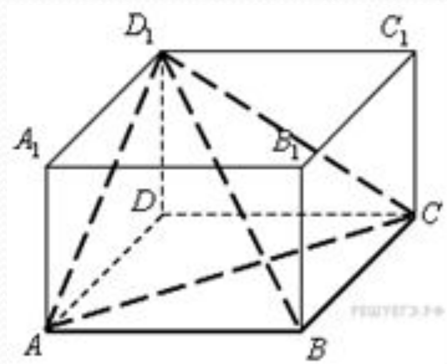
Решение.

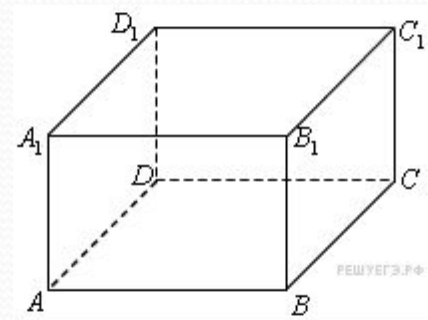
Объем цилиндра равен произведению площади основания на высоту. Площадь основания цилиндра равна площади большого круга вписанного шара, а высота цилиндра равна диаметру вписанного шара. Поэтому

$$V_{\text{цил}} = S_{\text{осн}}h = \pi R^2 2R = 2\pi R^3 = \frac{3}{2}\cdot\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{3}{2}V_{\text{шар}} = \frac{3}{2}\cdot 24 = 36.$$

Ответ: 36.

Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, D_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, у которого $AB=4$, $AD=3$, $AA_1=4$.





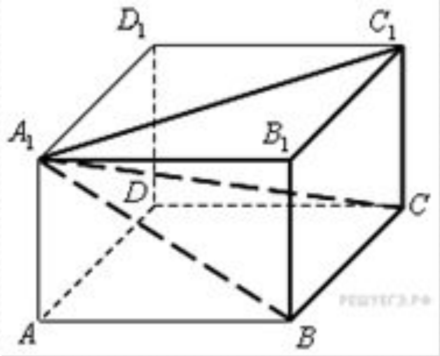
Решение.

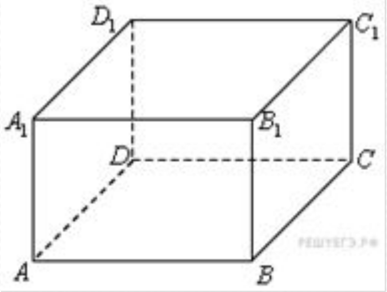
Площадь основания пирамиды в два раза меньше площади основания параллелепипеда, а высота у них общая. Поэтому

$$V_{\text{пир}} = \frac{1}{3}S_{\text{пир}}h = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}S_{\text{пар}}h = \frac{1}{6}S_{\text{пар}}h = \frac{1}{6}\cdot 4\cdot 3\cdot 4 = 8.$$

Ответ: 8.

Найдите объем многогранника, вершинами которого являют ся точки A_1,B,C, C_1, B_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, у которого AB=4, AD=3, AA_1=4.





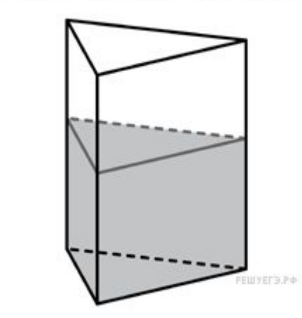
Решение.

Основанием пирамиды, объем которой нужно найти, является боковая грань параллелепипеда, а ее высотой является ребро A_1B_1. Поэтому

$$V_{\text{пир}} = \frac{1}{3}S_{\text{пир}}h = \frac{1}{3}S_{BCB_1C_1}h = \frac{1}{3}\cdot 4\cdot 3\cdot 4 = 16.$$

Ответ: 16.

В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили 2300 $см^3$ воды и погрузили в воду деталь. При этом уровень воды поднялся с отметки 25 см до отметки 27 см. Найдите объем детали.



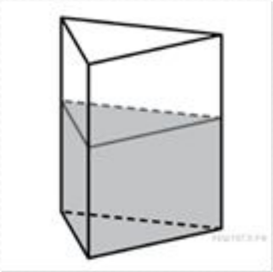
Решение.

Объём детали равен объёму вытесненной ею жидкости. Объём вытесненной жидкости равен 2/25 исходного объёма:

$$V_{\text{дет}} = \frac{2}{25} \cdot 2300 = 184 \text{см}^3.$$

Ответ: 184.

В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили воду. Уровень воды достигает 80 см. На какой высоте будет находиться уровень воды, если ее перелить в другой такой же сосуд, у которого сторона осно вания в 4 раза больше, чем у первого? Ответ выразите в см.



Решение.

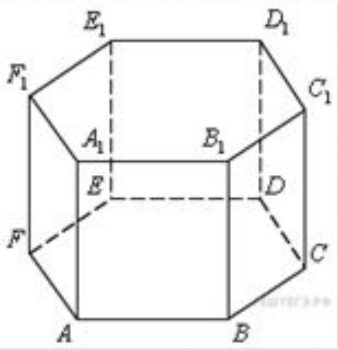
Объем призмы равен произведению площади ее основания на высоту и выражается через сторону основания *a* и высоту H формулой

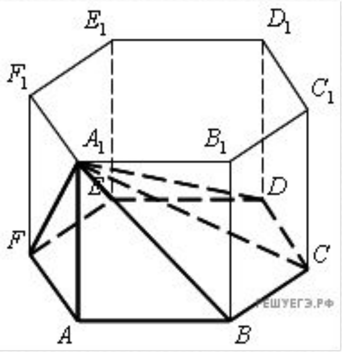
$$V = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}H$$

Поэтому $H = \frac{4V}{\sqrt{3}a^2}$, а значит, при увеличении стороны *a* в 4 раза знаме натель увеличится в 16 раз, то есть высота уменьшится в 16 раз и будет равна 5 см.

Ответ: 5.

Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки A, B,C, D,E, F,A_1 правильной шестиугольной призмы $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$, площадь основания которой равна 4, а боковое ребро равно 3.





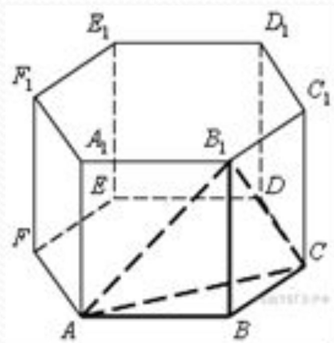
Решение.

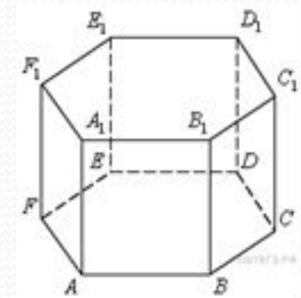
Основание пирамиды такое же, как основание правильной шестиуголь ной призмы, и высота у них общая. Поэтому

$$V_{\text{пир}} = \frac{1}{3}S_{\text{пир}}h_{\text{пир}} = \frac{1}{3}S_{\text{пр}}h_{\text{пр}} = \frac{1}{3}\cdot 4\cdot 3 = 4.$$

Ответ: 4.

Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, B_1 правильной шестиугольной призмы $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$, площадь основания которой равна 6, а боковое ребро равно 3.





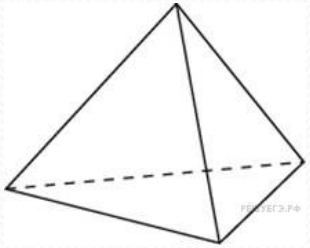
Решение.

Площадь основания треугольной пирамиды равна одной шестой площади основания правильной шестиугольной призмы, а высота у них общая. Поэтому

$$V_{\text{пир}} = \frac{1}{3}S_{\text{осн}}H = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{6}V_{\text{шест}} = \frac{1}{18}\cdot 6\cdot 3 = 1$$

Ответ: 1.

Во сколько раз увеличится объем правильного тетраэдра, если все его ребра увеличить в два раза?



Решение.

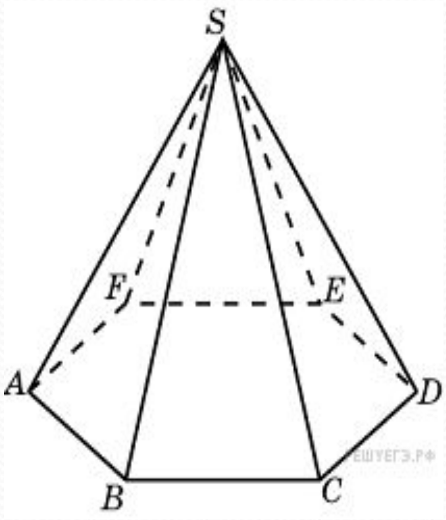
Объёмы подобных тел относятся как куб коэффициента подобия. Поэтому если все ребра увеличить в 2 раза, объём увеличится в 8 раз.

Это же следует из формулы для объёма правильного тетраэдра

$V = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3$, где a — длина его ребра.

Ответ: 8.

Во сколько раз увеличится объем пирамиды, если ее высоту увеличить в четыре раза?



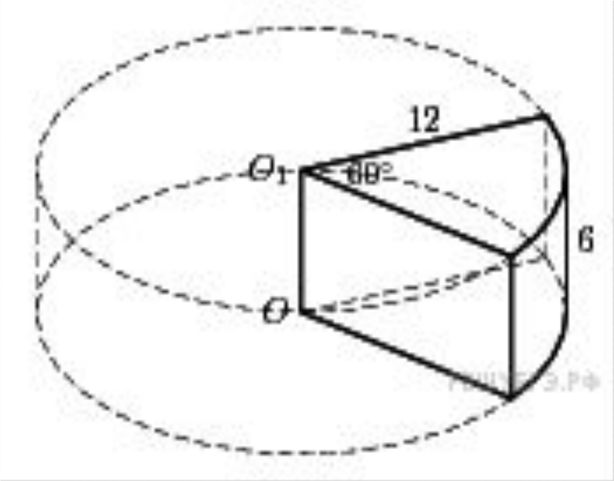
Решение.

Объем пирамиды равен $V = \frac{1}{3}Sh$

где S – площадь основания, а h – высота пирамиды. При увеличении вы соты в 4 раза объем пирамиды также увеличится в 4 раза.

Ответ: 4.

Найдите объем V части цилиндра, изображенной на рисунке. В ответе укажите V/π.



Решение.

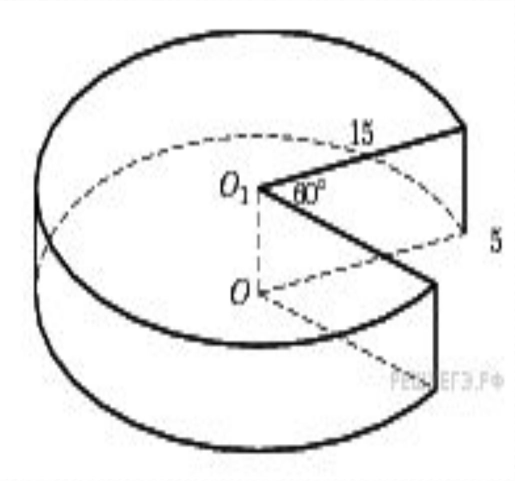
Объем данной части цилиндра равен

$$\frac{60^\circ}{360^\circ}\pi R^2 H = \frac{1}{6}12^2 \cdot 6\pi = 144\pi$$

Ответ: 144.

Найдите объем V части цилиндра, изображенной на рисунке.

В ответе укажите V/π .



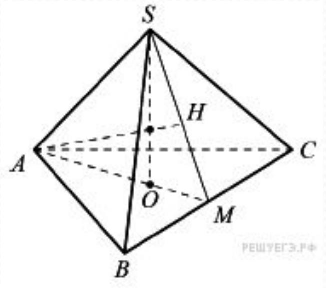
Решение.

Объем данной части цилиндра равен

$$\frac{300^\circ}{360^\circ}\pi r^2 h = \frac{5}{6}\cdot 5\pi \cdot 15^2 = 937,5\pi$$

Ответ: 937,5.

16-1. В правильной треугольной пирамиде SABC с основанием ABC боковое ребро равно 5, а сторона основания равна 6. Найдите расстояние от вершины A до плоскости *SBC*.



Решение.

Пусть SO – высота пирамиды. Тогда

$$AO = \frac{AB}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3},\ SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{25-12} = \sqrt{13}.$$

Пусть V – объём пирамиды, тогда $V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot \frac{AB^2\sqrt{3}}{4} = 3\sqrt{39}.$

С другой стороны, $V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot S_{SBC},$ где *h* – искомое расстояние.

В треугольнике SBC высота SM равна $\sqrt{SB^2 - MB^2} = \sqrt{25-9} = 4.$

Площадь треугольника SBC равна $S_{SBC} = \frac{1}{2} \cdot SM \cdot BC = 12.$

Получаем, что

$$h = \frac{3V}{S_{SBC}} = \frac{3\sqrt{39}}{12} = \frac{3\sqrt{39}}{4}.$$

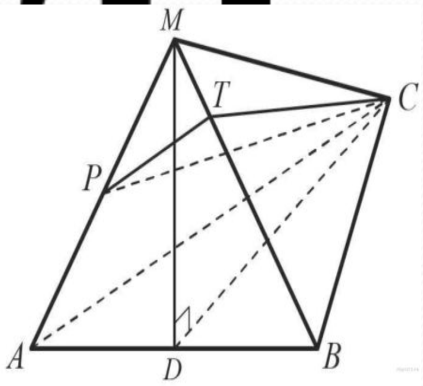
Ответ: $\frac{3\sqrt{39}}{4}.$

$$V=\frac{1}{3}\pi R^2H$$

$$CD=\frac{AB\sqrt{3}}{2}=\frac{10\sqrt{3}\sqrt{3}}{2}=15.$$

$$\frac{MP}{MA}=\frac{1}{2},\ \frac{MT}{MB}=\frac{1}{4}\Rightarrow\frac{S_{MPT}}{S_{MAB}}=\frac{MP\cdot MT}{MA\cdot MB}=\frac{1}{8}.$$

$$\frac{1}{8}S_{ABM}.$$



$$S_{MPT}=\frac{AB^2\sqrt{3}}{32}=\frac{300\sqrt{3}}{32}=\frac{75\sqrt{3}}{8}.$$

$$V=\frac{1}{3}S_{MPT}\cdot CD=\frac{1}{3}\cdot\frac{75\sqrt{3}}{8}\cdot 15=\frac{375\sqrt{3}}{8}.$$

$$\frac{375\sqrt{3}}{8}.$$

Список используемой литературы и ресурсов :

1. ЕГЭ-2015.Математика.50 вариантов типовых тестовых заданий / под ред. И.В.Ященко. – М.: Издательство «Экзамен», 2015

3.mathege.ru

4.reshuege.ru


Спасибо за
урок