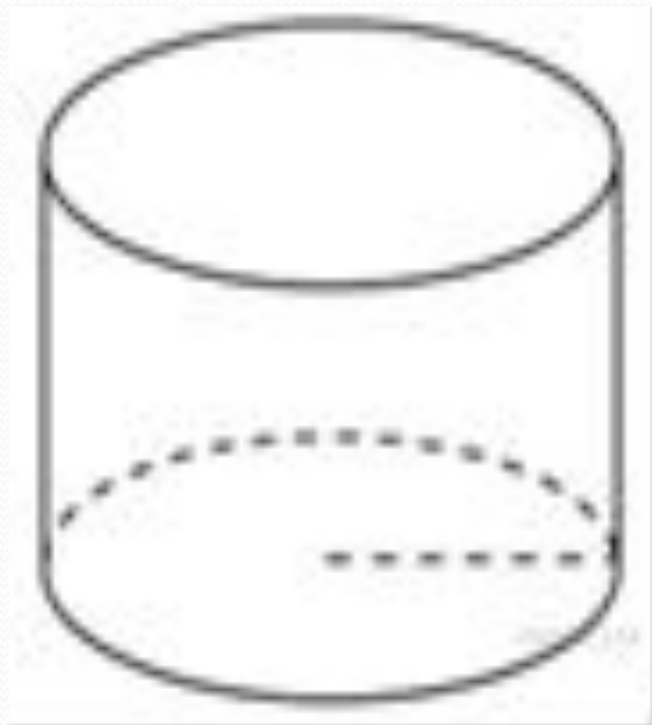
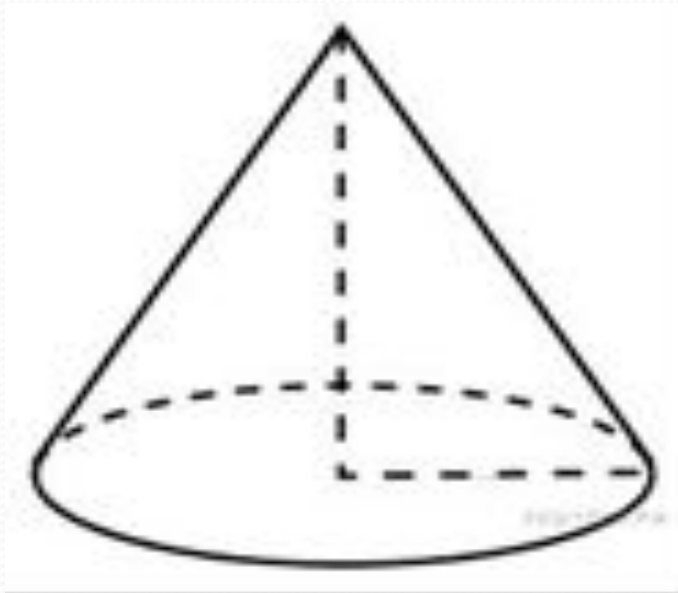


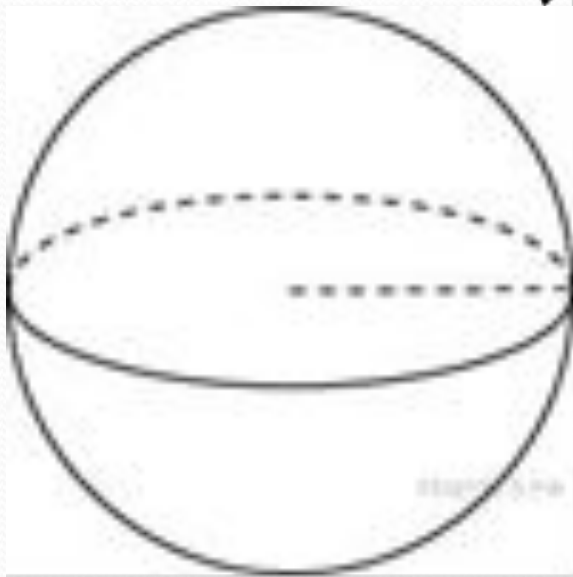
Объёмы тел



$$V = \pi R^2 H$$

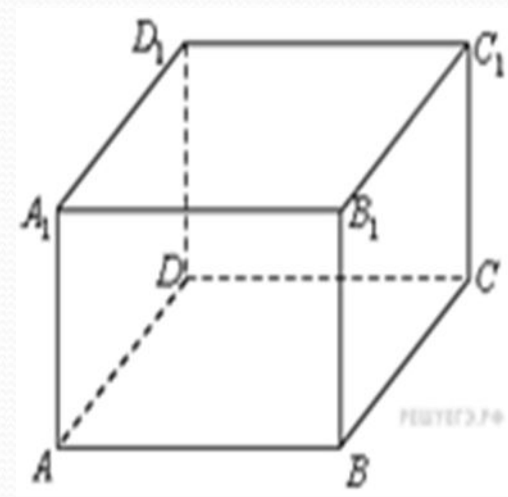
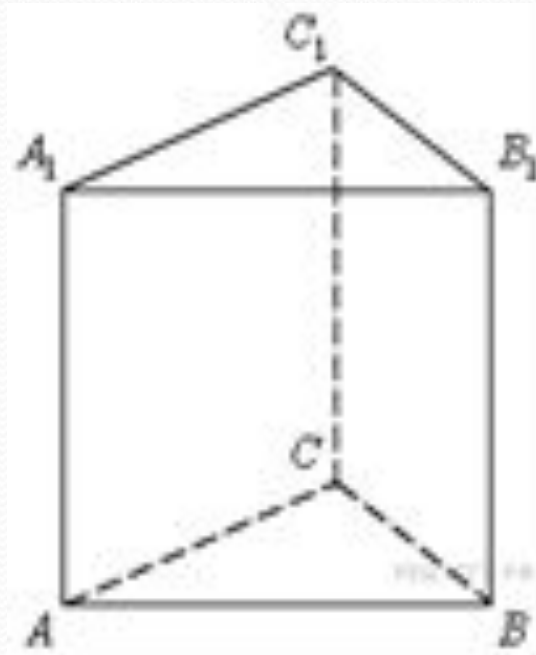
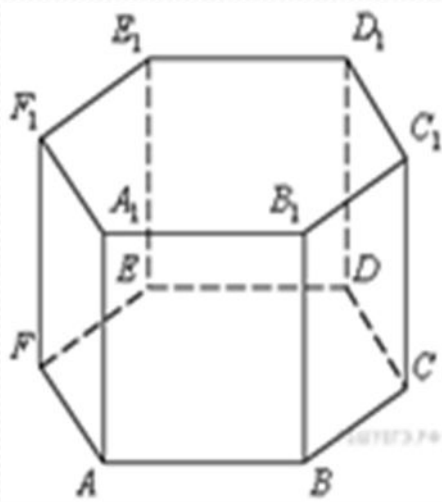


$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$$

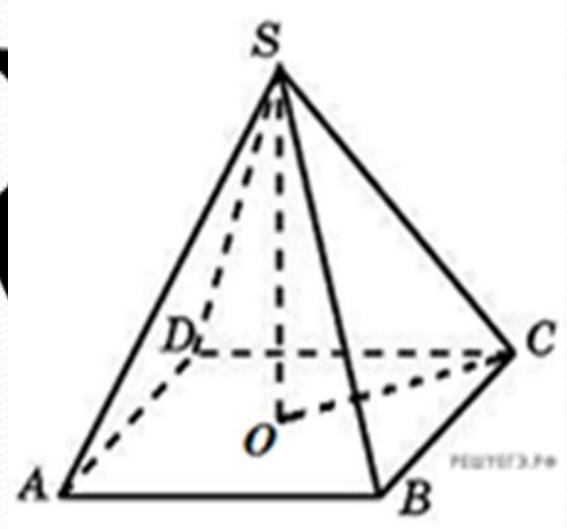
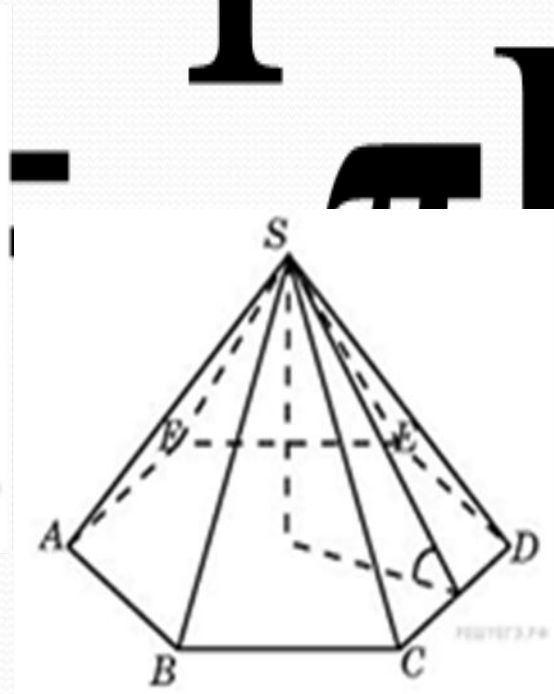
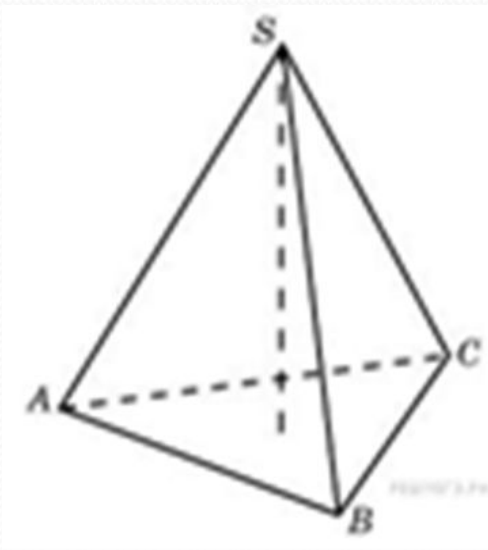


$$\frac{1}{3} \pi R^2 H$$

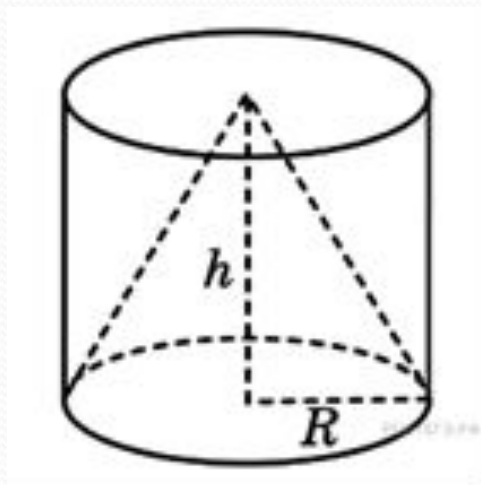
$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$$



1

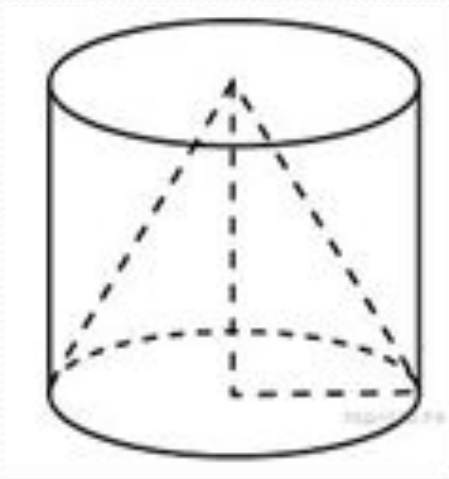


Цилиндр и конус имеют общее основание и общую высоту.
Вычислите объём цилиндра, если объём конуса равен 25.



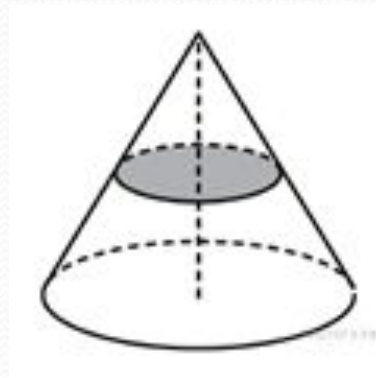
Ответ: 75

Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту.
Найдите объём конуса, если объём цилиндра равен 150.



Ответ:50

Объем конуса равен 16. Через середину высоты параллельно основанию конуса проведено сечение, которое является основанием меньшего конуса с той же вершиной. Найдите объем меньшего конуса.

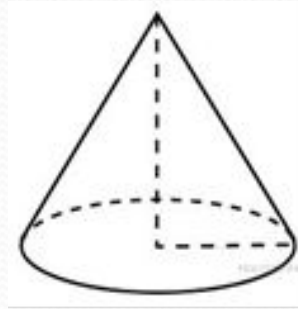


Решение.

Большой конус подобен меньшему с коэффициентом 2. Объемы подобных тел относятся как куб коэффициента подобия. Поэтому объем меньшего конуса в восемь раз меньше объема большего конуса.

Ответ: 8

Во сколько раз уменьшится объем конуса, если его высоту уменьшить в 3 раза?



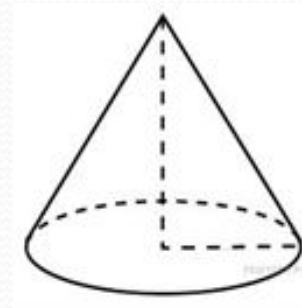
Решение.

Объем конуса равен $V = \frac{1}{3}Sh$

где S – площадь основания, а h – высота конуса. При уменьшении высоты в 3 раза объем конуса также уменьшится в 3 раза.

Ответ: 3.

Во сколько раз увеличится объем конуса, если его радиус основания увеличить в 1,5 раза?



Решение.

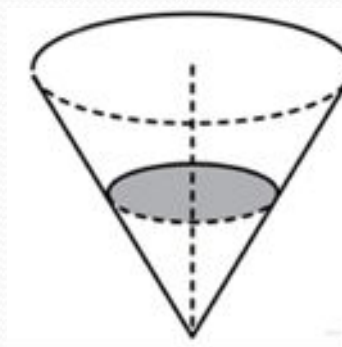
Объем конуса равен

$$V = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

где S – площадь основания, h – высота конуса, а r – радиус основания. При увеличении радиуса основания в 1,5 раза объем конуса увеличится в 2,25 раза.

Ответ: 2,25.

В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает высоты. Объём жидкости равен 70 мл. Сколько миллилитров жидкости нужно долить, чтобы полностью наполнить сосуд?

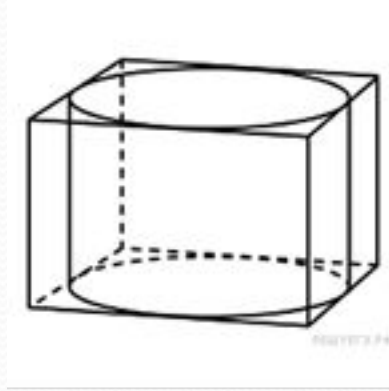


Решение.

Меньший конус подобен большему с коэффициентом 0,5. Объёмы подобных тел относятся как куб коэффициента подобия. Поэтому объём большего конуса в 8 раз больше объёма меньшего конуса, он равен 560 мл. Следовательно, необходимо долить $560 - 70 = 490$ мл жидкости.

Ответ: 490.

Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 1. Найдите объем параллелепипеда.



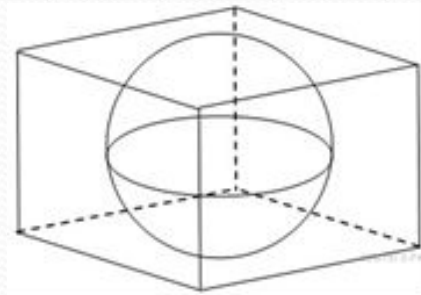
Решение.

Высота параллелепипеда равна высоте вписанного в него цилиндра. Основанием параллелепипеда является квадрат, сторона которого в два раза больше радиуса вписанной в него окружности. Поэтому площадь основания равна 4, а объем параллелепипеда равен

$$V_{\text{пар}} = S_{\text{осн}} H = 4 \cdot 1 = 4$$

Ответ: 4.

В куб вписан шар радиуса 1. Найдите объем куба.



Решение.

Ребро куба равно диаметру вписанного в него шара, а объем куба равен кубу его ребра. Отсюда имеем:

$$V_{\text{к}} = 2^3 = 8$$

Ответ: 8.

Во сколько раз объем конуса, описанного около правильной четырехугольной пирамиды, больше объема конуса, вписанного в эту пирамиду?

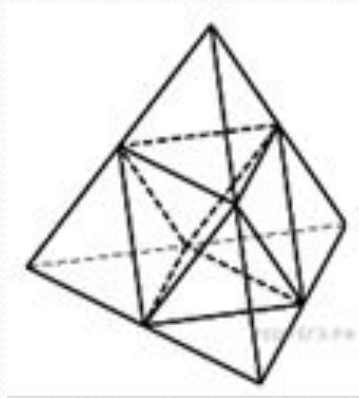


Решение.

Объемы данных конусов соотносятся как площади их оснований, и, следовательно, как квадраты их диаметров. Диаметр вписанного конуса равен стороне квадрата, диаметр описанного – диагонали квадрата, длина которой равна $\sqrt{2}$ длины стороны. Поэтому объем описанного конуса в 2 раза больше объема вписанного.

Ответ: 2.

Объём тетраэдра равен 19. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются середины рёбер данного тетраэдра.



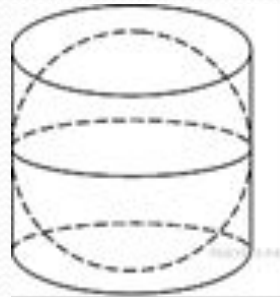
Решение.

Объём данного многогранника равен разности объёмов исходного тетраэдра и четырех тетраэдров, одни из вершин которых совпадают с вершинами исходного:

$$V = V_0 - 4 \cdot \frac{1}{8} V_0 = \frac{1}{2} V_0 = 9,5$$

Ответ: 9,5.

Цилиндр описан около шара. Объем цилиндра равен 33. Найдите объем шара.



Решение.

$$V_{\text{цил}} = S_{\text{осн}} h = \pi R^2 2R = 2\pi R^3 = 33$$

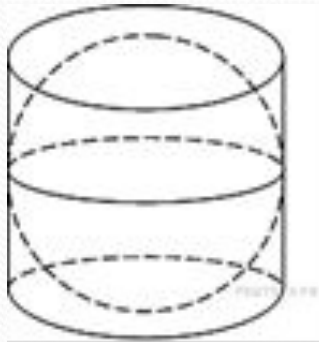
$$V_{\text{шар}} = \frac{4}{3}\pi R^3$$

Выразим из формулы для объёма цилиндра R^3 и подставим в формулу для объёма шара

$$V_{\text{шар}} = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \frac{33}{2\pi} = 22$$

Ответ: 22.

Цилиндр описан около шара. Объем шара равен 24. Найдите объем цилиндра.



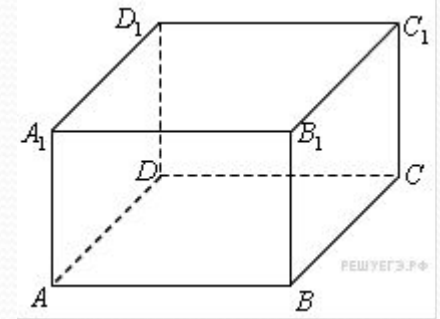
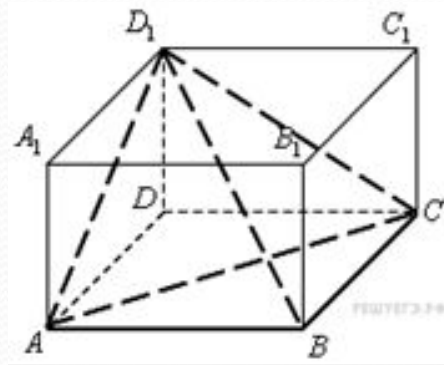
Решение.

Объем цилиндра равен произведению площади основания на высоту. Площадь основания цилиндра равна площади большого круга вписанного шара, а высота цилиндра равна диаметру вписанного шара. Поэтому

$$V_{\text{цил}} = S_{\text{осн}}h = \pi R^2 2R = 2\pi R^3 = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{3}{2} V_{\text{шар}} = \frac{3}{2} \cdot 24 = 36.$$

Ответ: 36.

Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки A , B , C , D_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, у которого $AB=4$, $AD=3$, $AA_1=4$.



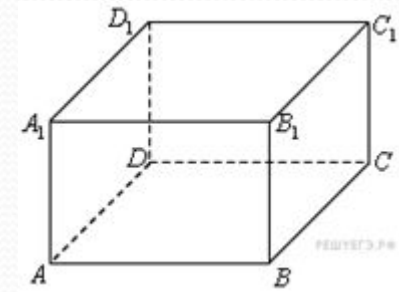
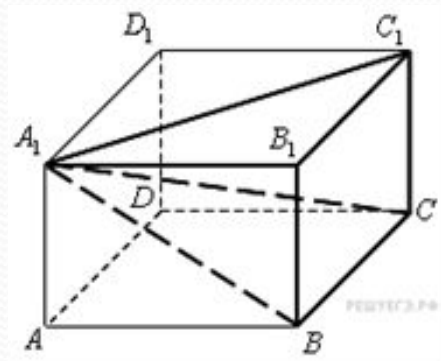
Решение.

Площадь основания пирамиды в два раза меньше площади основания параллелепипеда, а высота у них общая. Поэтому

$$V_{\text{пир}} = \frac{1}{3} S_{\text{пир}} h = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} S_{\text{пар}} h = \frac{1}{6} S_{\text{пар}} h = \frac{1}{6} \cdot 4 \cdot 3 \cdot 4 = 8.$$

Ответ: 8.

Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки A_1, B, C, C_1, B_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, у которого $AB=4, AD=3, AA_1=4$.



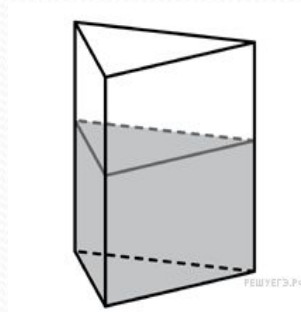
Решение.

Основанием пирамиды, объем которой нужно найти, является боковая грань параллелепипеда, а ее высотой является ребро $A_1 B_1$. Поэтому

$$V_{\text{пир}} = \frac{1}{3} S_{\text{пир}} h = \frac{1}{3} S_{BCB_1 C_1} h = \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 3 \cdot 4 = 16.$$

Ответ: 16.

В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили 2300 см^3 воды и погрузили в воду деталь. При этом уровень воды поднялся с отметки 25 см до отметки 27 см .
Найдите объем детали.



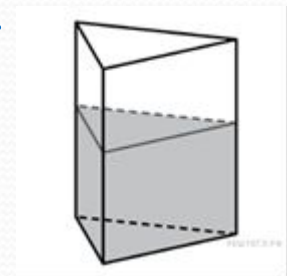
Решение.

Объем детали равен объёму вытесненной ею жидкости. Объем вытесненной жидкости равен $\frac{2}{25}$ исходного объёма:

$$V_{\text{дет}} = \frac{2}{25} \cdot 2300 = 184 \text{ см}^3.$$

Ответ: 184.

В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили воду. Уровень воды достигает 80 см. На какой высоте будет находиться уровень воды, если ее перелить в другой такой же сосуд, у которого сторона основания в 4 раза больше, чем у первого? Ответ выразите в см.



Решение.

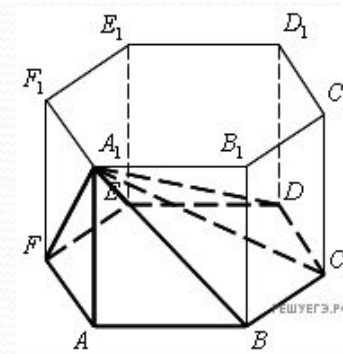
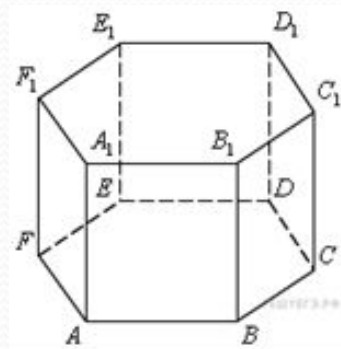
Объем призмы равен произведению площади ее основания на высоту и выражается через сторону основания a и высоту H формулой

$$V = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}H$$

Поэтому $H = \frac{4V}{\sqrt{3}a^2}$, а значит, при увеличении стороны a в 4 раза знаменатель увеличится в 16 раз, то есть высота уменьшится в 16 раз и будет равна 5 см.

Ответ: 5.

Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки $A, B, C, D, E, F, A_1, B_1, C_1, D_1, E_1, F_1$ правильной шестиугольной призмы $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$, площадь основания которой равна 4, а боковое ребро равно 3.



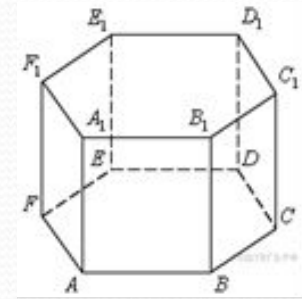
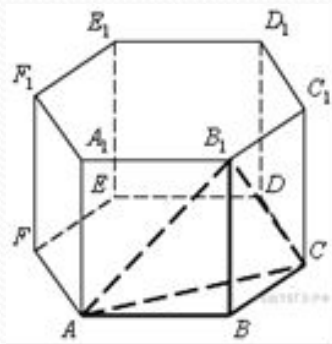
Решение.

Основание пирамиды такое же, как основание правильной шестиугольной призмы, и высота у них общая. Поэтому

$$V_{\text{пир}} = \frac{1}{3} S_{\text{пир}} h_{\text{пир}} = \frac{1}{3} S_{\text{пр}} h_{\text{пр}} = \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 3 = 4.$$

Ответ: 4.

Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки A , B , C , B_1 правильной шестиугольной призмы $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$, площадь основания которой равна 6, а боковое ребро равно 3.



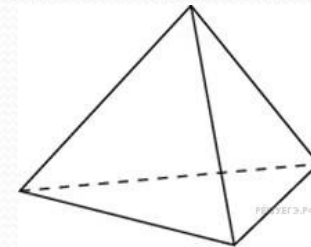
Решение.

Площадь основания треугольной пирамиды равна одной шестой площади основания правильной шестиугольной призмы, а высота у них общая. По этому

$$V_{\text{пир}} = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} H = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} V_{\text{шест}} = \frac{1}{18} \cdot 6 \cdot 3 = 1$$

Ответ: 1.

Во сколько раз увеличится объем правильного тетраэдра, если все его ребра увеличить в два раза?



Решение.

Объёмы подобных тел относятся как куб коэффициента подобия. Поэтому если все ребра увеличить в 2 раза, объём увеличится в 8 раз.

Это же следует из формулы для объёма правильного тетраэдра

$$V = \frac{\sqrt{2}}{12} a^3, \text{ где } a \text{ — длина его ребра.}$$

Ответ: 8.

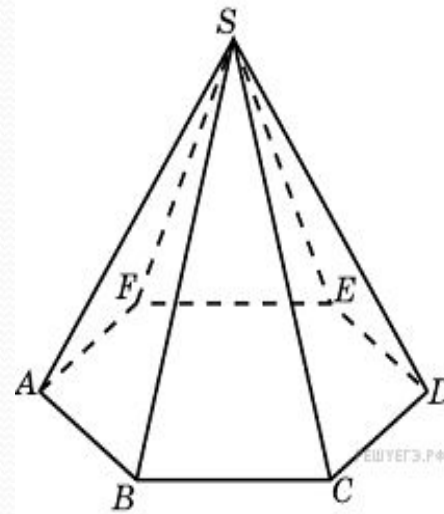
Во сколько раз увеличится объем пирамиды, если ее высоту увеличить в четыре раза?

Решение.

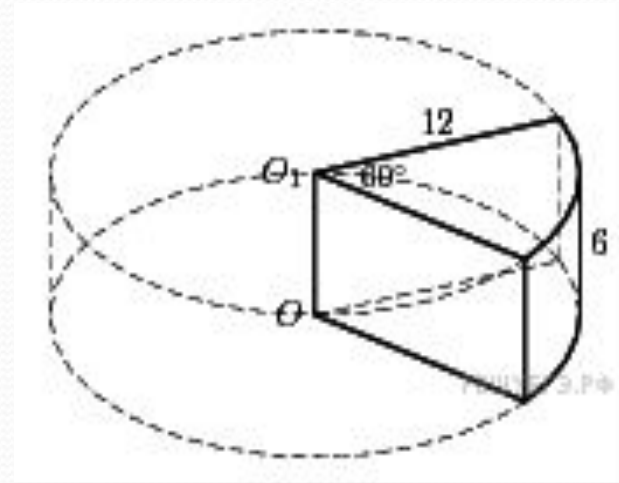
Объем пирамиды равен $V = \frac{1}{3}Sh$

где S – площадь основания, а h – высота пирамиды. При увеличении высоты в 4 раза объем пирамиды также увеличится в 4 раза.

Ответ: 4.



Найдите объем V части цилиндра, изображенной на рисунке.
В ответе укажите V/π .



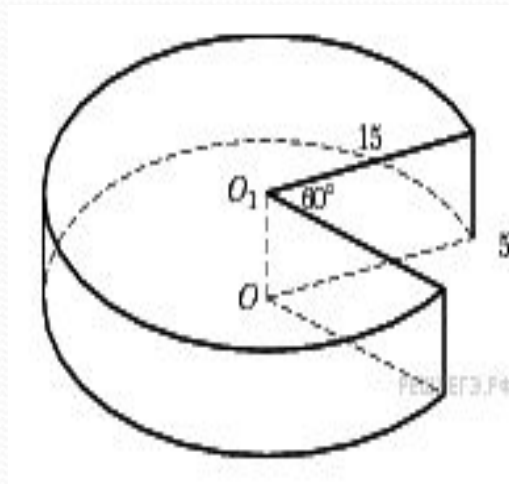
Решение.

Объем данной части цилиндра равен

$$\frac{60^\circ}{360^\circ} \pi R^2 H = \frac{1}{6} 12^2 \cdot 6\pi = 144\pi$$

Ответ: 144.

Найдите объем V части цилиндра, изображенной на рисунке.
В ответе укажите V/π .



Решение.

Объем данной части цилиндра равен

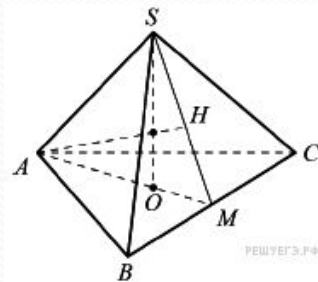
$$\frac{300^\circ}{360^\circ} \pi r^2 h = \frac{5}{6} \cdot 5\pi \cdot 15^2 = 937,5\pi$$

Ответ: 937,5.

16-1. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC боковое ребро равно 5, а сторона основания равна 6. Найдите расстояние от вершины A до плоскости SBC .

Решение.

Пусть SO – высота пирамиды. Тогда



$$AO = \frac{AB}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}, \quad SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{25 - 12} = \sqrt{13}.$$

Пусть V – объём пирамиды, тогда $V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot \frac{AB^2 \sqrt{3}}{4} = 3\sqrt{39}$.

С другой стороны, $V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot S_{SBC}$, где h – искомое расстояние.

В треугольнике SBC высота SM равна $\sqrt{SB^2 - MB^2} = \sqrt{25 - 9} = 4$.

Площадь треугольника SBC равна

$$S_{SBC} = \frac{1}{2} \cdot SM \cdot BC = 12.$$

Получаем, что

$$h = \frac{3V}{S_{SBC}} = \frac{3\sqrt{39}}{12} = \frac{3\sqrt{39}}{4}.$$

Ответ: $\frac{3\sqrt{39}}{4}$.

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$$

$$CD = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{10\sqrt{3}\sqrt{3}}{2} = 15.$$

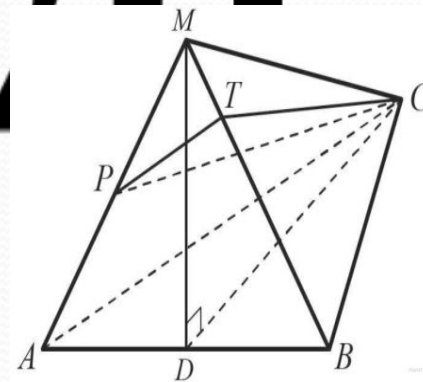
$$\frac{MP}{MA} = \frac{1}{2}, \frac{MT}{MB} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{S_{MPT}}{S_{MAB}} = \frac{MP}{MA} \cdot \frac{MT}{MB} = \frac{1}{8}.$$

$$\frac{1}{8} S_{ABM}.$$

$$S_{MPT} = \frac{AB^2\sqrt{3}}{32} = \frac{100\sqrt{3}}{32} = \frac{75\sqrt{3}}{8}.$$

$$V = \frac{1}{3} S_{MPT} \cdot CD = \frac{1}{3} \cdot \frac{75\sqrt{3}}{8} \cdot 15 = \frac{375\sqrt{3}}{8}.$$

$$\frac{375\sqrt{3}}{8}.$$



Список используемой литературы и ресурсов :

1. ЕГЭ-2015. Математика. 50 вариантов типовых тестовых заданий / под ред. И.В.Ященко. – М.: Издательство «Экзамен», 2015

3.mathege.ru

4.reshuege.ru

A close-up, top-down view of a large number of white daisy flowers with bright yellow centers. The flowers are packed closely together, filling the entire frame. The lighting is bright, highlighting the texture of the petals and the vibrant color of the centers.

Спасибо за
урок