

# Объемы тел

## 11 класс



**Составитель:**

**Варенко Оксана Валентиновна,**

**учитель математики**

**МБОУ СОШ №14**

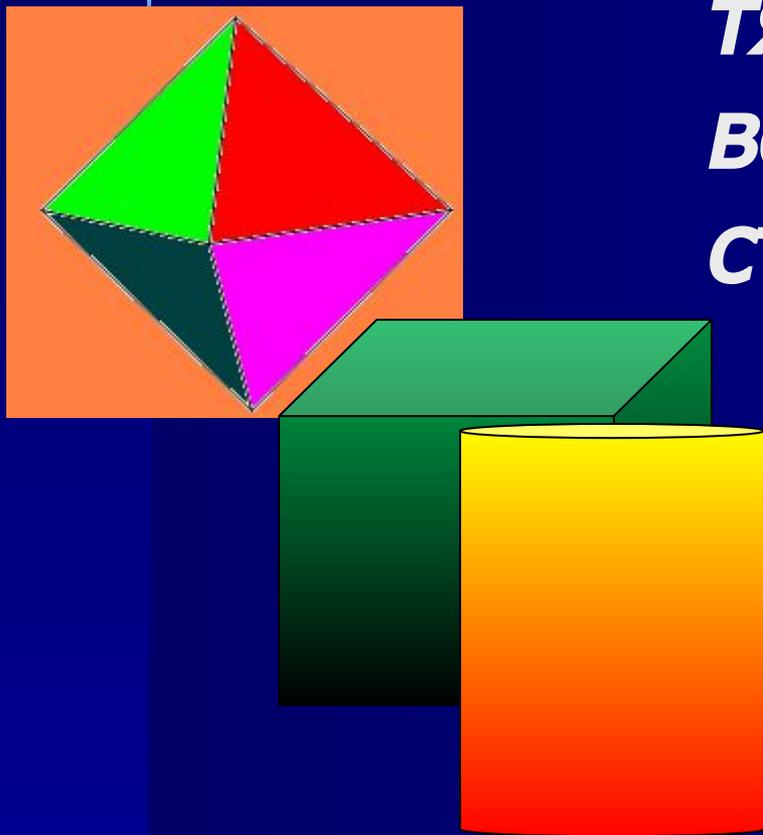
**г.Ангарск**

**Иркутской области**

# Цели урока:

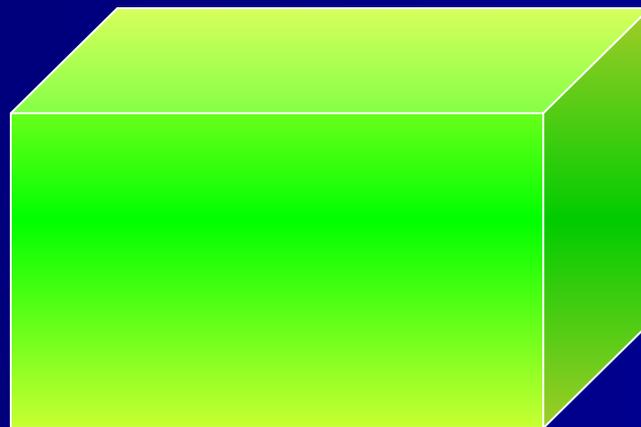
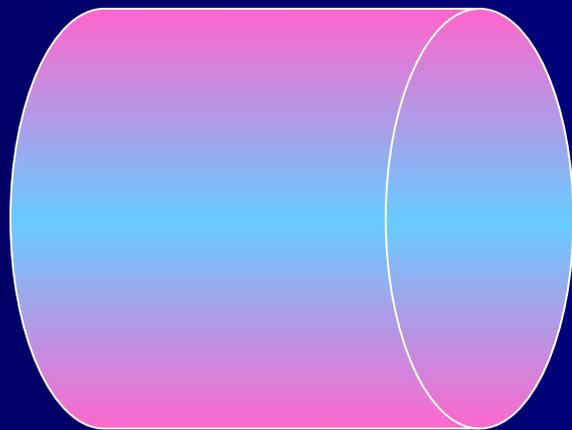
- Ввести понятие объема тел, его свойств, единиц измерения объёма.
- Повторить с учащимися формулы для нахождения объёма параллелепипеда, куба.
- Познакомить учащихся с объёмами прямой призмы, пирамиды, цилиндра и конуса, руководствуясь наглядно-иллюстративными соображениями.

*Подобно тому как все  
искусства  
тяготеют к музыке,  
все науки  
стремятся к математике.  
Д. Сантаяна*



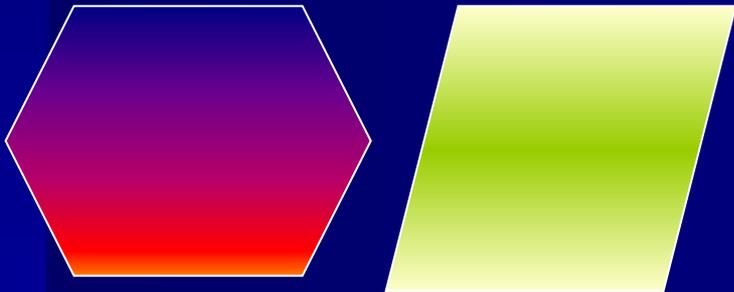
- Геометрия есть искусство правильно рассуждать на неправильных чертежах.

Пойа Д.



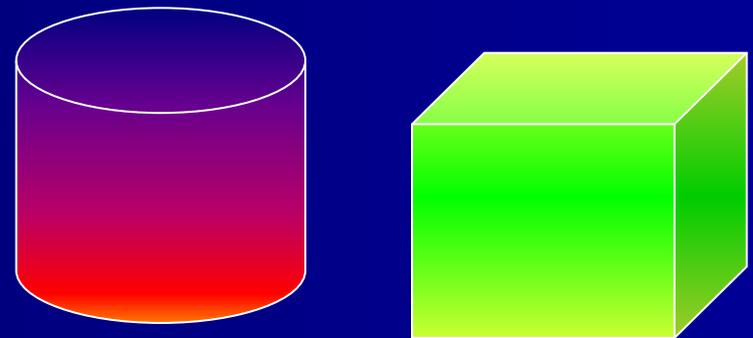
## Площадь

Площадь многоугольника- это положительная величина той части плоскости , которую занимает многоугольник.



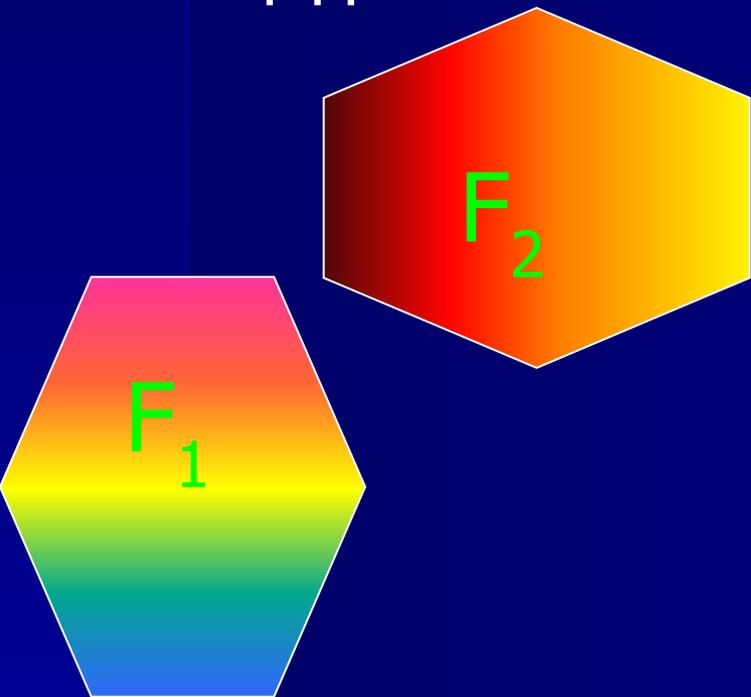
## Объем

Объем тела – это положительная величина той части пространства , которую занимает геометрическое тело.



# Свойства площадей:

1. Равные  
многоугольники  
имеют равные  
площади



# Свойства объемов:

1. Равные тела имеют  
равные объемы

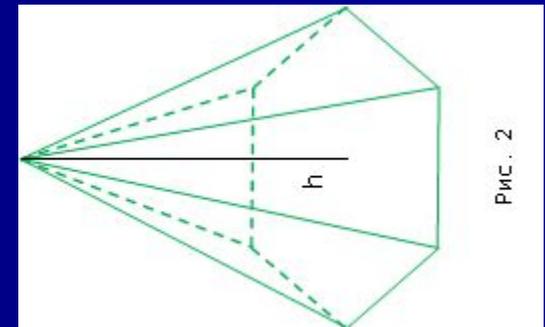
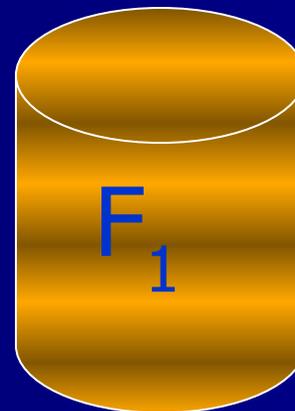
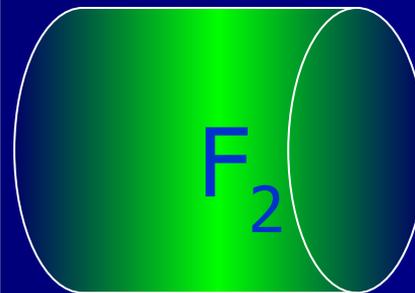


Рис. 2

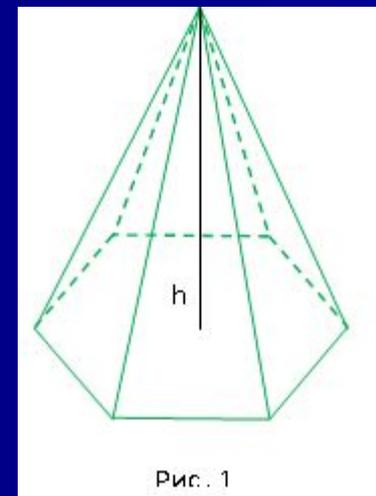
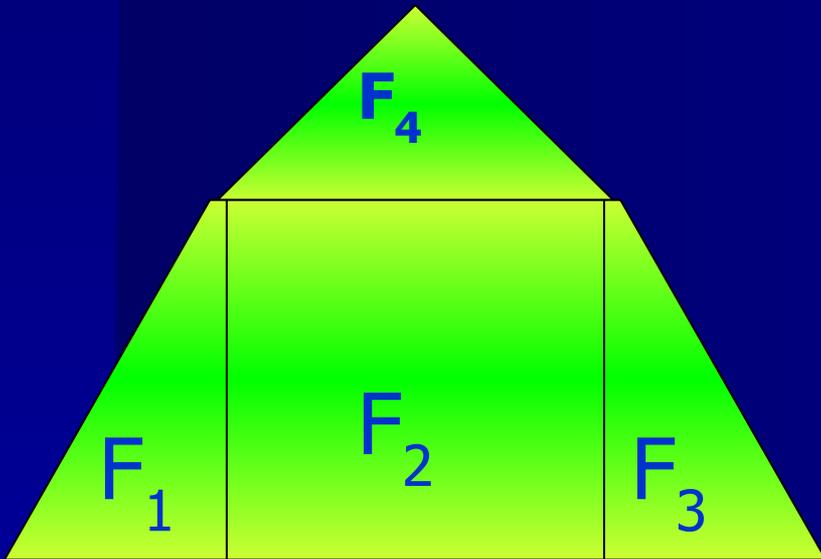


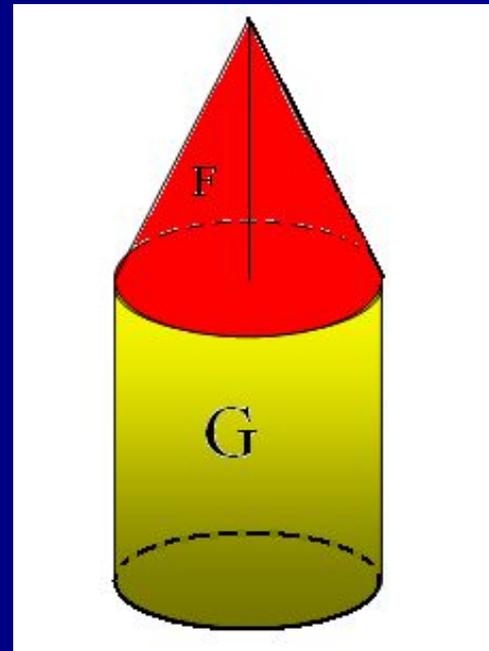
Рис. 1

2. Если многоугольник составлен из нескольких многоугольников, то его площадь равна сумме площадей этих многоугольников.

$$S_F = S_{F_1} + S_{F_2} + S_{F_3} + S_{F_4}$$



2. Если тело составлено из нескольких тел, то его объем равен сумме объемов этих тел.



$$V_F = V_{F_1} + V_{F_2}$$

## Площадь

За единицу измерения площадей берут квадрат, сторона которого равна единице измерения отрезков.

$1 \text{ км}^2$ ,  $1 \text{ м}^2$ ,  $1 \text{ дм}^2$ ,  $1 \text{ см}^2$ ,  
 $1 \text{ мм}^2$ ,  $1 \text{ а}$ ,  $1 \text{ га}$  и т.д.

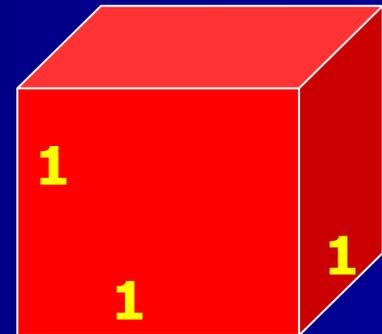


## Объем

За единицу измерения объемов примем куб, ребро которого равно единице измерения отрезков.

Куб с ребром 1 см называют кубическим сантиметром и обозначают  $\text{см}^3$ .

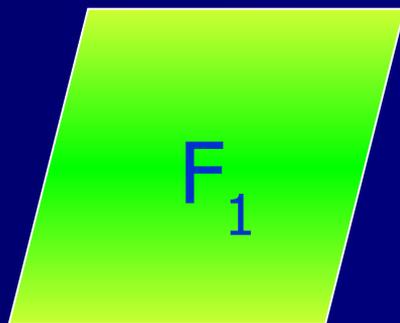
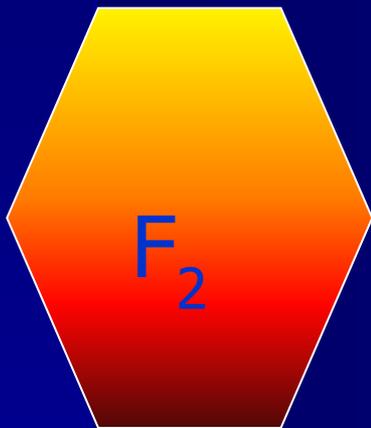
Аналогично определяют  $1 \text{ м}^3$ ,  $1 \text{ дм}^3$ ,  $1 \text{ см}^3$ ,  $1 \text{ мм}^3$  и т.д.



## Площадь

Равновеликими называются геометрические фигуры, имеющие равные площади

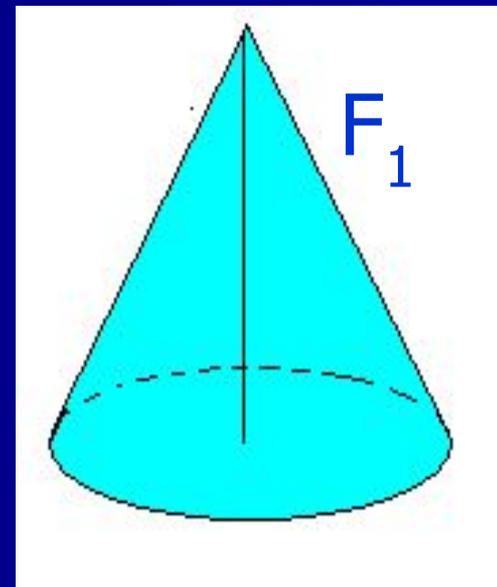
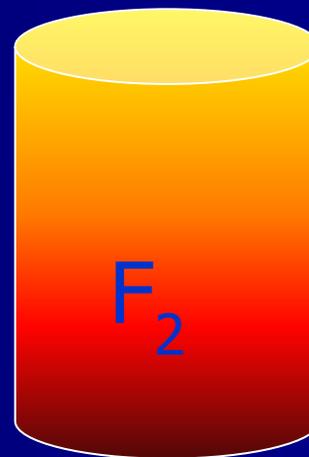
$$S_F = S_{F_1}$$



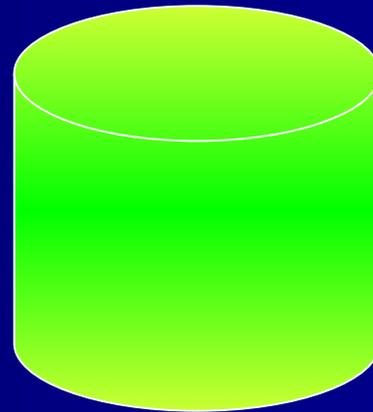
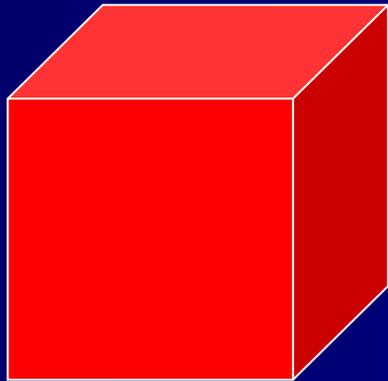
## Объем

Равновеликими называются тела, объемы которых равны

$$V_F = V_{F_1}$$



В стереометрии рассматриваются  
объемы многогранников и объемы  
тел вращения.



# Объем прямоугольного параллелепипеда:



а-длина

б-ширина

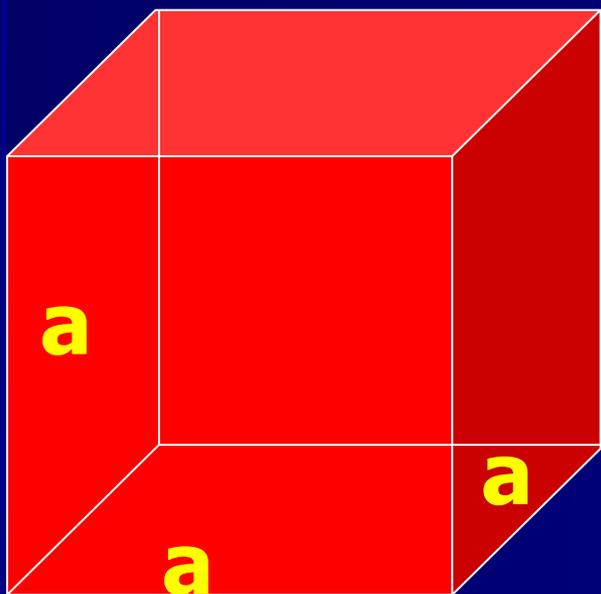
с- высота

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$S_{\text{осн}} = a \cdot b$$

$$V = S_{\text{осн}} \cdot H$$

# Объем куба:

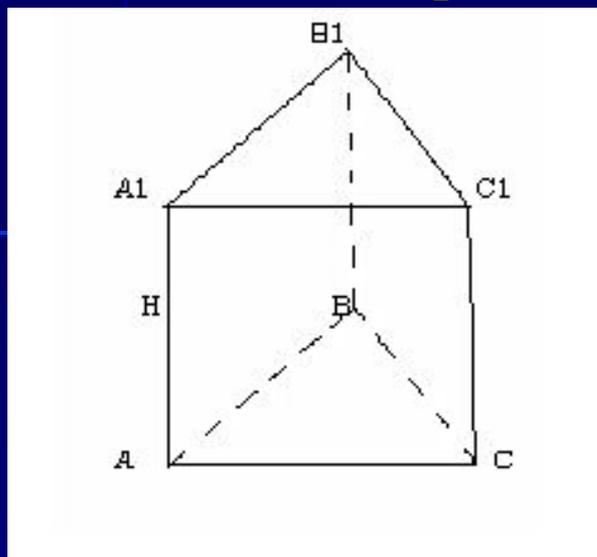


$$S_{\text{OCH}} = a^2$$

$$V = a^3$$

$$V = S_{\text{OCH}} \cdot H$$

# Объем прямой призмы:



$$V_{\text{парал}} = S_{\text{осн}} \cdot H$$

$$S_{\text{осн}} = 2 \cdot S_{\text{ABC}}$$

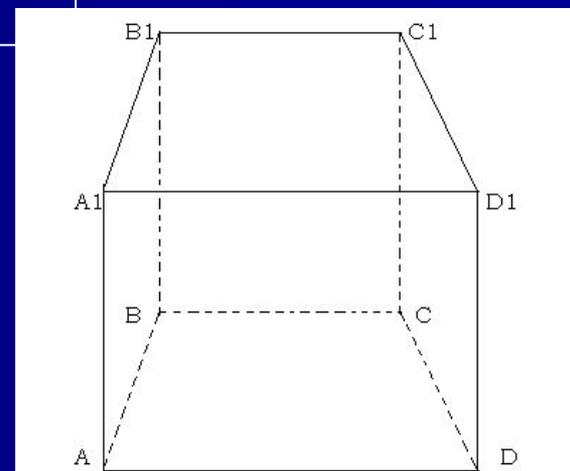
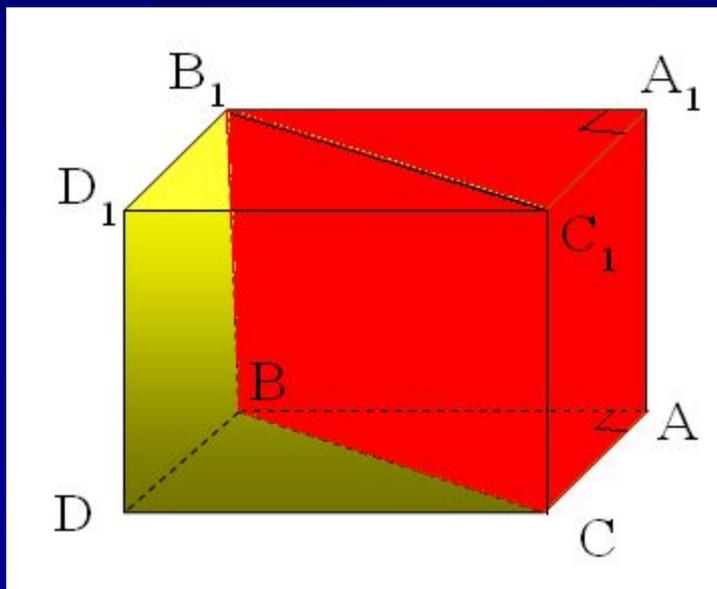
По свойству объемов

$$V_{\text{парал}} = 2 \cdot S_{\text{ABC}} \cdot H$$

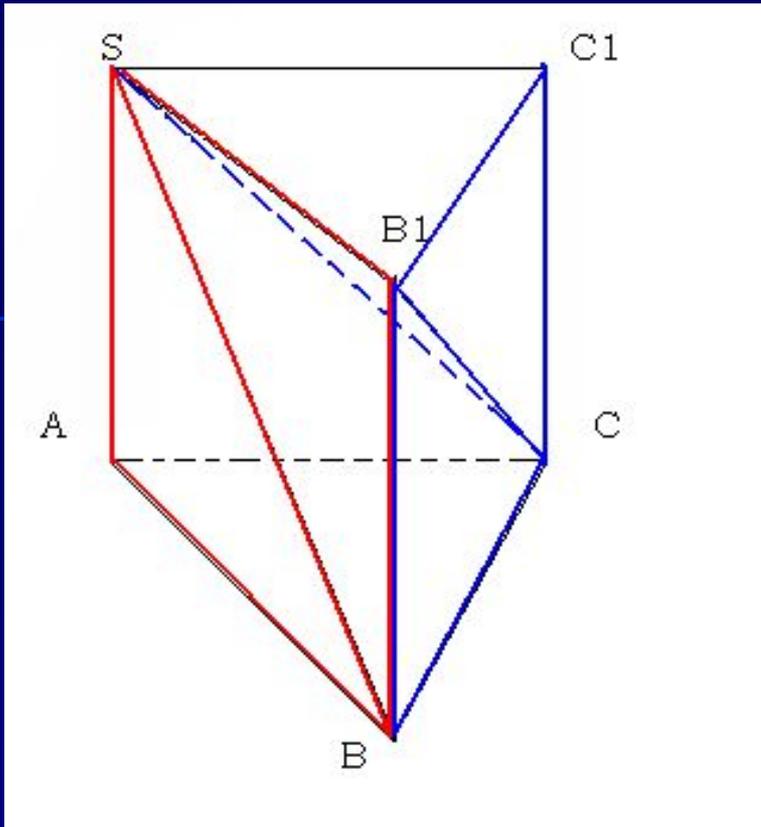
$$V_{\text{призмы}} = (V_{\text{парал}}) : 2$$

$$V_{\text{призмы}} = (2 \cdot S_{\text{ABC}} \cdot H) : 2$$

$$V = S_{\text{осн}} \cdot H$$



# Объем пирамиды:



Достроим пирамиду  
ABCS до призмы. Достроенная  
призма будет состоять из 3  
пирамид-  $SABC$ ,  $SCC_1B_1$ ,  $SCBB_1$

У 2 и 3 пирамиды-  $SC$ - общая,

тр  $CC_1B_1 =$  тр  $CBV_1$

У 1 и 3 пирамиды-  $CS$ - общая,

тр  $SAB =$  тр  $BB_1S$

$$V_1 = V_2 = V_3$$

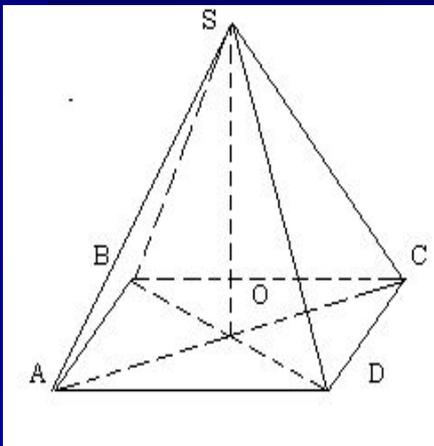
$V$  призмы = 3  $V$  пирам

$V$  пирамиды =  $\frac{1}{3} V$  призмы

3

$V$  пирамиды =  $\frac{1}{3} S_{осн} \cdot H$

3



# Объем цилиндра:

## Обозначения:

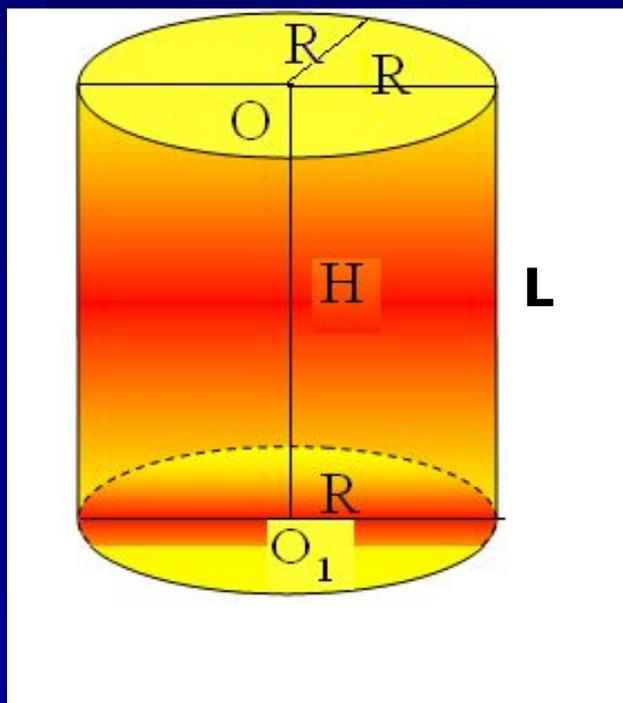
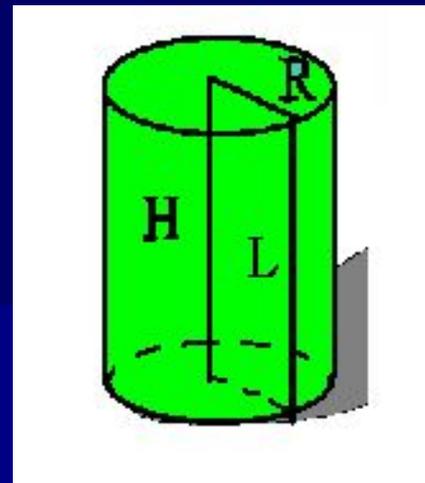
R - радиус основания

H - высота

L - образующая

L=H

V - объем цилиндра



$$V = \pi R^2 H$$

- объём

$$V = S_{\text{осн}} \cdot H$$

$$S_{\text{осн}} = \pi R^2$$

# Конус:

## ОБОЗНАЧЕНИЯ:

R - радиус основания

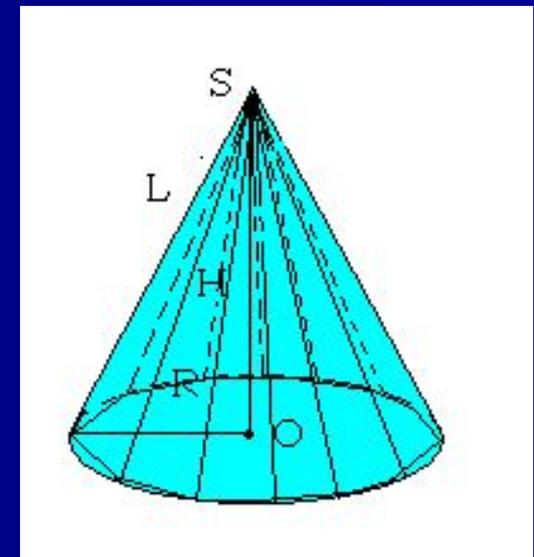
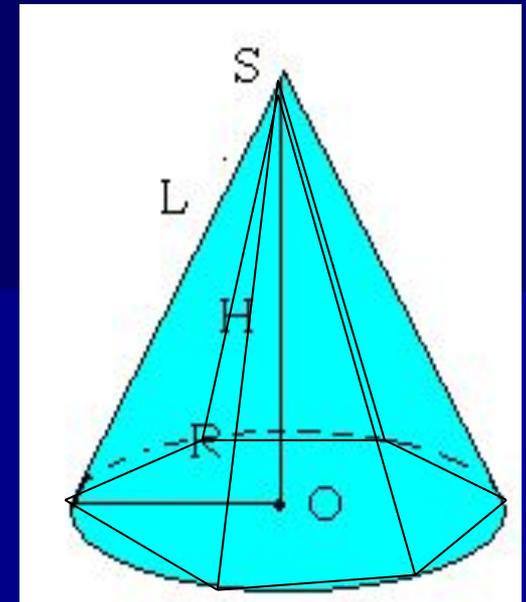
L - образующая  
конуса

H - высота

V - объем

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

- объём



# Это интересно:



В геологии существует понятие "конус выноса". Это форма рельефа, образованная скоплением обломочных пород, вынесенных горными реками на предгорную равнину или в более плоскую широкую долину.

В биологии есть понятие "конус нарастания". Это верхушка побега и корня растений, состоящая из клеток образовательной ткани.



"Конусами" называется семейство морских моллюсков подкласса пережнежаберных. Укус конусов очень опасен. Известны смертельные случаи.

В физике встречается понятие "телесный угол". Это конусообразный угол, вырезанный в шаре.



# Проверь свои знания:

- Сформулируйте понятие объема.
- Сформулируйте основные свойства объемов тел.
- Назовите единицы измерения объема тел.
- Назовите формулу для измерения объема
  - прямоугольного параллелепипеда;
  - объема куба;
  - объем прямой призмы;
  - объем пирамиды;
  - объем цилиндра и объем конуса.
- Изменится ли объем цилиндра, если радиус его основания увеличить в 2 раза, а высоту уменьшить в 4 раза?

$$V = \pi R^2 H \quad V = \pi (2R)^2 \cdot \frac{H}{4} = \pi 4R^2 \cdot \frac{H}{4} = \pi R^2 \cdot H$$

- Основаниями двух пирамид с равными высотами являются четырехугольники с соответственно равными сторонами. Равны ли объемы этих пирамид?
- Из каких тел состоит тело, полученное вращением равнобедренной трапеции вокруг большего основания?

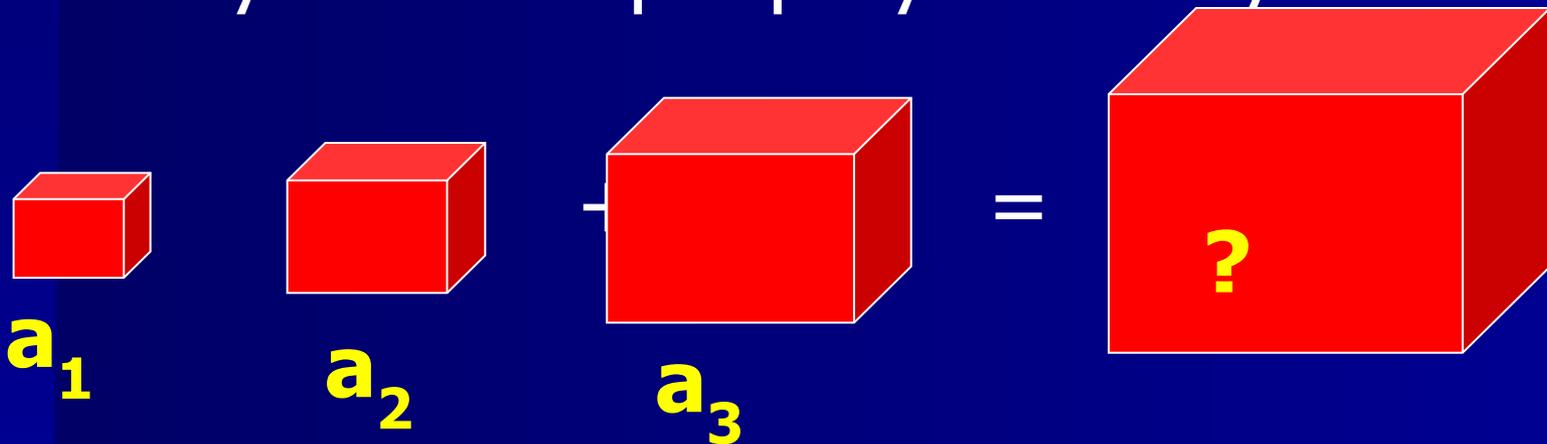
# Домашняя работа:

- Выучить формулы объемов тел, определения.
- № 648(а,в), № 685, № 666(а,в)

# Закрепление пройденного материала:

## Задача №1

Три латунных куба с ребрами 3 см, 4 см и 5 см переплавлены в один куб. Какое ребро у этого куба?



## Решение:

$$V_F = V_{F1} + V_{F2} + V_{F3}$$

$$V_{F1} = 3^3 = 27 \text{ (см}^3\text{)}$$

$$V_{F2} = 4^3 = 64 \text{ (см}^3\text{)}$$

$$V_{F3} = 5^3 = 125 \text{ (см}^3\text{)}$$

$$V_F = 27 + 64 + 125 = 216 \text{ (см}^3\text{)}$$

$$V_F = a^3$$

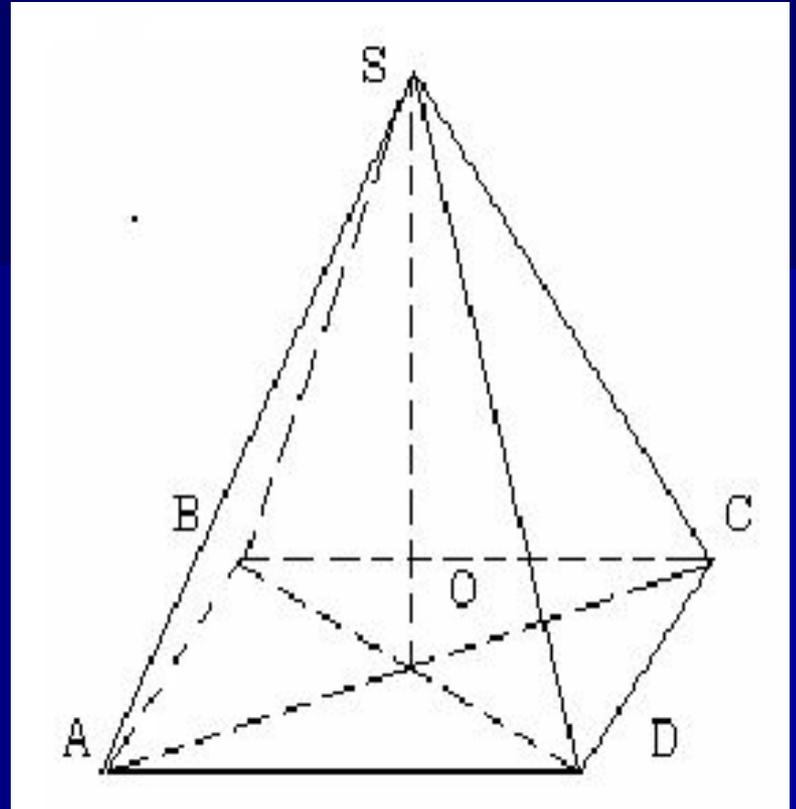
$$a^3 = 216 \text{ (см}^3\text{)}$$

$$a = 6 \text{ (см)}$$

Ответ: ребро куба равно 6 см.

# Задача №2

Найдите объем правильной четырехугольной пирамиды, высота которой равна 12 см, а сторона основания 13 см.



# Решение:

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot H$$

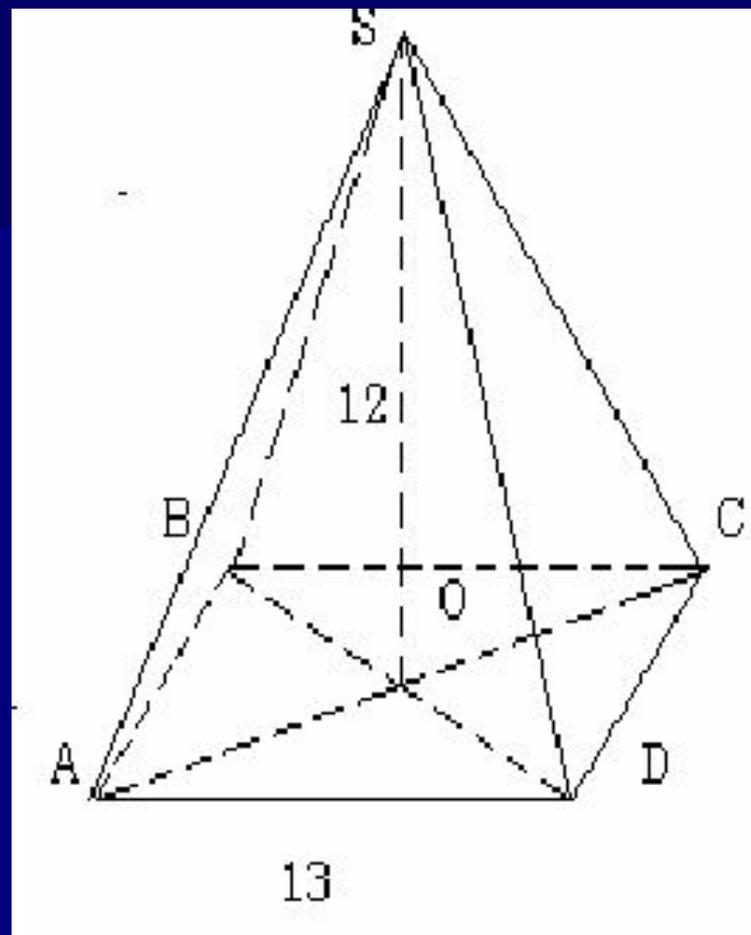
ABCD- квадрат

$$S_{\text{ABCD}} = a^2$$

$$S_{\text{ABCD}} = 13^2 = 169$$

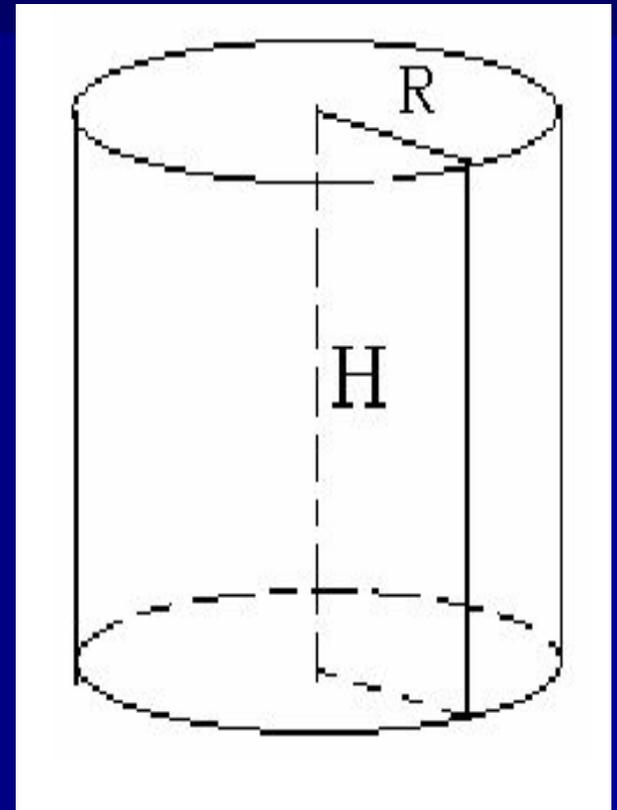
$$V = \frac{1}{3} 169 \cdot 12 = 676 \text{ (см}^3\text{)}$$

Ответ : Объем правильной  
четырёхугольной пирамиды  
равен  $676 \text{ см}^3$



# Задача №3

Найдите объем цилиндра, если радиус его основания равен 6 см, а высота 8 см.

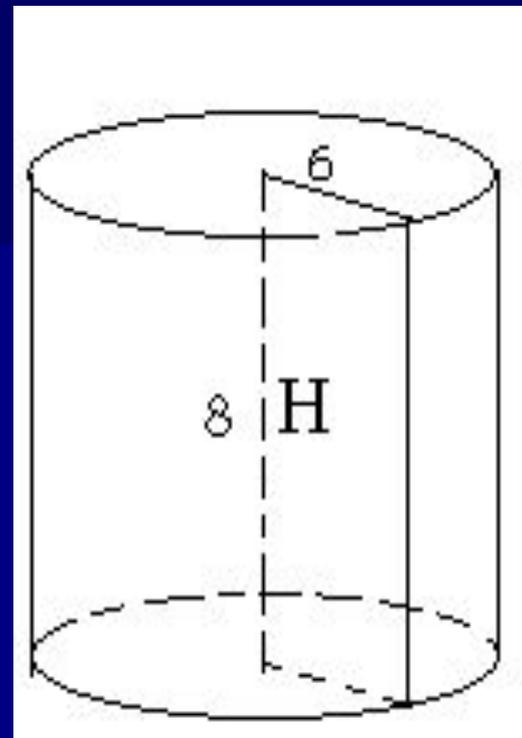


# Решение:

$$V = \pi R^2 H$$

$$V = \pi \cdot 6^2 \cdot 8 = 288\pi \text{ (см}^3\text{)}$$

Ответ: объем цилиндра равен  $288\pi \text{ см}^3$ .



- Все рисунки и чертежи выполнены автором данной работы- Варенко Оксаной Валентиновной в программах: Microsoft Office Word, Paint.

- В данной работе использованы фотографии с сайтов

- [ru.wikipedia.org](http://ru.wikipedia.org)-

[ru.wikipedia.org>wiki/Конус выноса](http://ru.wikipedia.org/wiki/Конус_выноса)

 [images.yandex.ru](http://images.yandex.ru)>[конус нарастания](http://images.yandex.ru/conus_narastaniya)

 [medusy.ru](http://medusy.ru)[medusy.ru>diving/yad mollusk/index.shtml](http://medusy.ru/diving/yad_mollusk/index.shtml)

 [reinesland.ru](http://reinesland.ru)[reinesland.ru>wiki/Телесный угол](http://reinesland.ru/wiki/Телесный_угол)

Успеха в  
изучении  
материала!!!