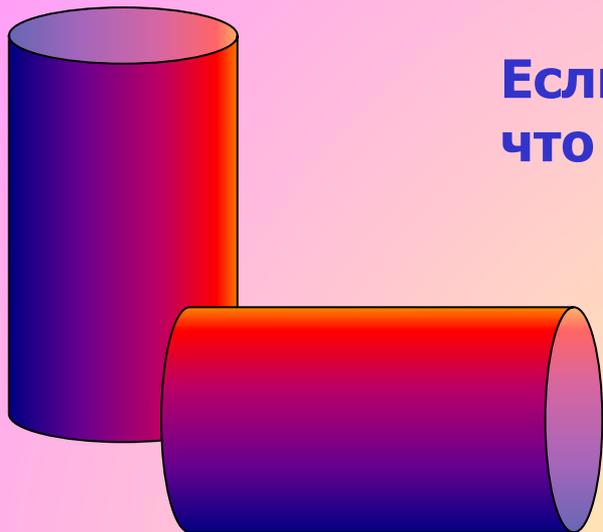


МОУ «Средняя общеобразовательная школа с. Погорелка  
Шадринский район Курганская область

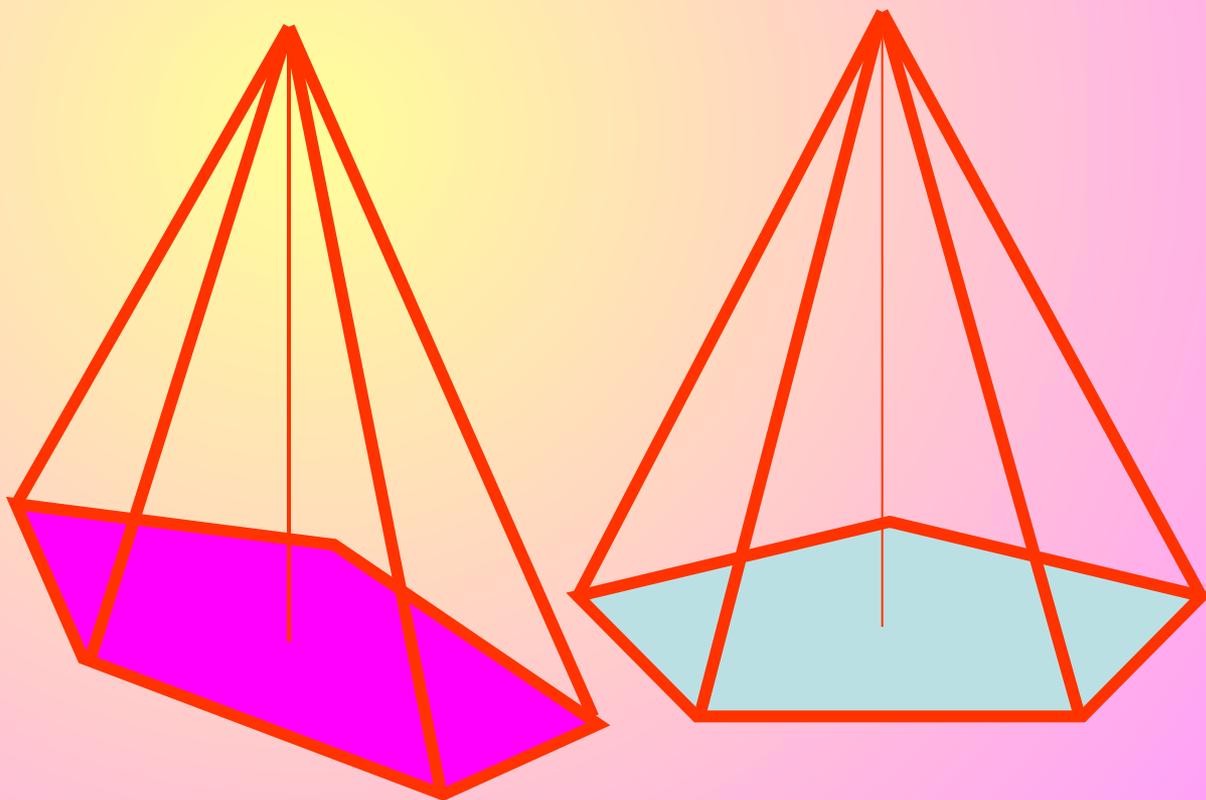
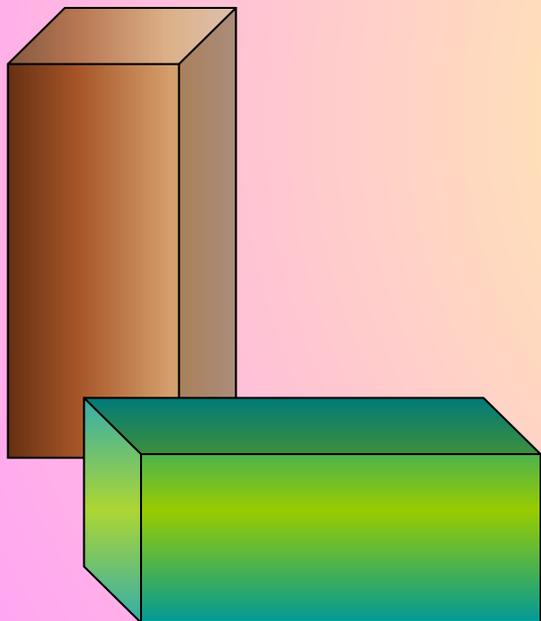
# ОБЪЕМ ТЕЛ

Учитель математики  
первой квалификационной  
категории Кощеев М.М.

Если тела А , В, С имеют равные размеры, то что можно сказать об объемах этих тел?

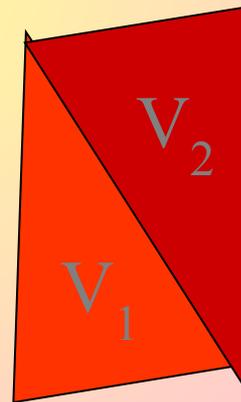
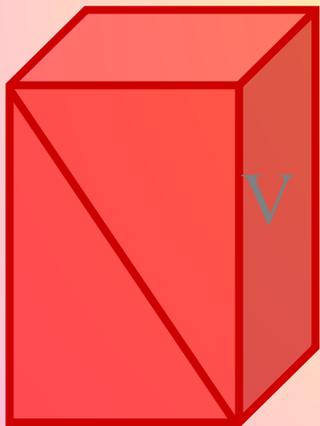


Равные тела имеют равные объемы



# Как определить объем тела , если известен объем его частей.

Если тело разбито на части, являющиеся простыми телами, то объем тела равен объему его частей.



$$V = V_1 + V_2$$



# Объем наклонной призмы



# Объем наклонной призмы

Объем наклонной призмы равен произведению площади основания на высоту

## 1. Треугольная призма

имеет  $S$  основания и высоту  $h$ .

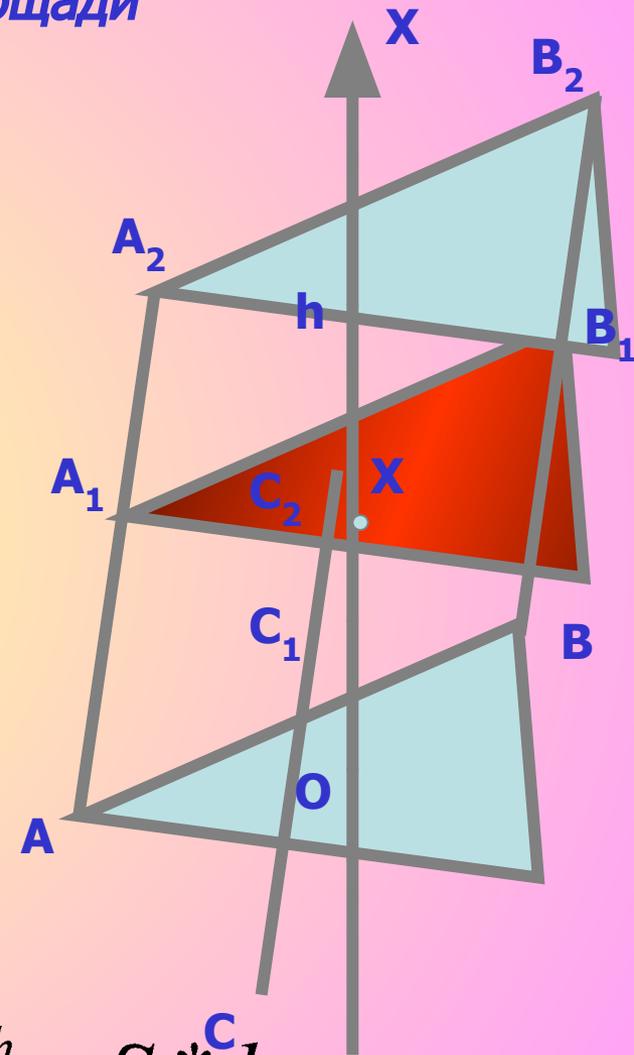
$O = OX \cap (ABC)$ ;  $OX \perp (ABC)$ ;  $(ABC) \parallel (A_1B_1C_1)$ ;

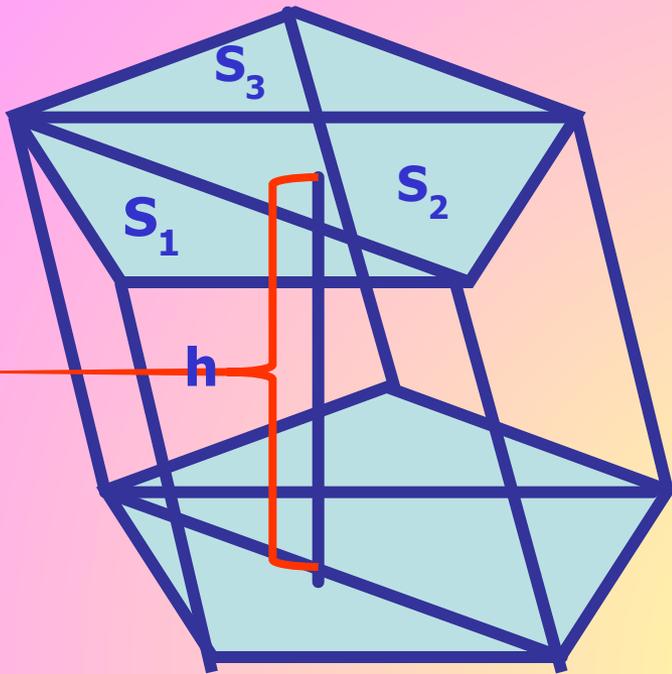
$(A_1B_1C_1)$ -плоскость сечения:  $(A_1B_1C_1) \perp OX$

$S(x)$ -площадь сечения;  $S = S(x)$ , т.к.

$(ABC) \parallel (A_1B_1C_1)$  и  
 $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$  ( $AA_1C_1C$ -  
параллелограмм  $\rightarrow AC = A_1C_1, BC = B_1C_1,$   
 $AB = A_1B_1$ )

$$V = \int_0^h S(x) dx = \int_0^h S dx = S \int_0^h dx = Sx \Big|_0^h = S \cdot h$$





## 2. Наклонная призма с многоугольником в основании

$$\begin{aligned}V &= V_1 + V_2 + V_3 = \\ &= S_1 * h + S_2 * h + S_3 * h = \\ &= h(S_1 + S_2 + S_3) = S * h\end{aligned}$$

*Объем наклонной призмы равен произведению бокового ребра на площадь перпендикулярного ребру сечения*

№ 676 Найти объем наклонной призмы, у которой основанием является треугольник со сторонами 10см, 10см, 12см, а боковое ребро равно 8см, составляет с плоскостью основания угол  $60^\circ$

Дано:  $ABCA_1B_1C_1$  - наклонная прямая призма.  $\angle B_1BK = 60^\circ$ ,  
 $BC = 10\text{см}$ ,  $AB = 10\text{см}$ ,  $AC = 12\text{см}$ ,  $BB_1 = 8\text{см}$ .

Найти:  $V_{\text{призмы}} = ?$

Решение:  $V = S_{ABC} \cdot h$ ,  $S_{\text{осн.}} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$  - формула Герона

$$S_{\text{осн.}} = \sqrt{16 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 6} = 4 \cdot 2 \cdot 6 = 48 \text{ (см}^2\text{)}$$

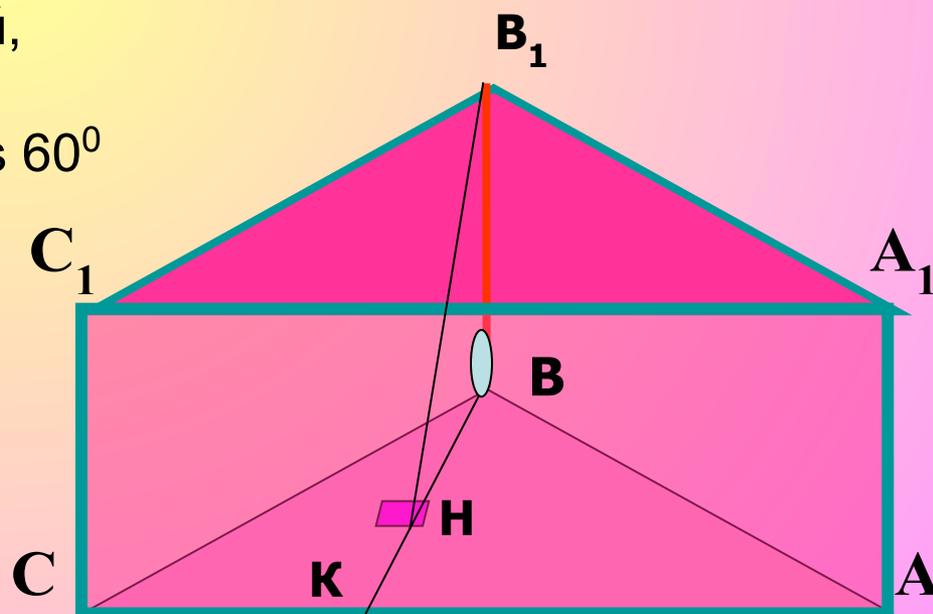
Треугольник  $BB_1H$  - прямоугольный,

так как  $B_1H$  - высота  $B_1H = BB_1 \cdot \cos 60^\circ$

$$B_1H = 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} \text{ (см)}$$

$$V = 4\sqrt{3} \cdot 48 = 192\sqrt{3} \text{ (см}^3\text{)}$$

Ответ:  $V_{\text{пр.}} = 192\sqrt{3} \text{ (см}^3\text{)}$



**№ 680** Основанием наклонной призмы является прямоугольный треугольник со сторонами **a** и **b**. Боковые ребра длины **c** составляет со смежными сторонами основания углы, равные  **$\beta$** . Найти объем призмы? (стр 180)

Дано:  $ABCDA_1B_1C_1D_1$ -призма,  $ABCD$ -прямоугольник,  $AB=a$ ,  $AD=b$ ,  $AA_1=c$ ,  
 $\angle A_1AD = \angle A_1AB = \beta$

Найти:  $V_{\text{призмы}} = ?$

Решение:

1.  $\angle A_1AD = \angle A_1AB$  значит точка  $A_1$  проецируется на биссектрису  $\angle A$ ,  $A_1O \perp (ABC)$ ,  $AO$ -биссектриса  $\angle A$

2. Так как  $A_1O \perp (ABC)$ ,  $OM \perp AD$  ( $OM$ -проекция,  $A_1M$ -наклонная) отсюда следует,  $A_1M \perp AD$

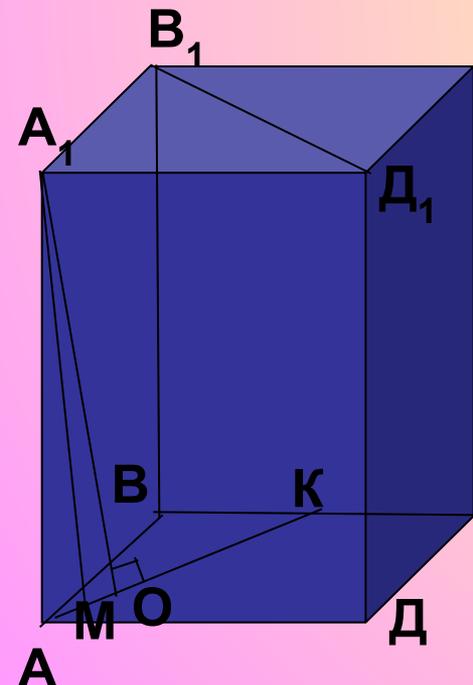
3. Треугольник  $AA_1M$ -прямоугольный,  $AM = c \cdot \cos \beta$

4. Треугольник  $AOM$ -прямоугольный,  $AO = \sqrt{2} \cdot AM$ ,  
 $AO = \sqrt{2} \cdot c \cdot \cos \beta$

5.  $A_1O = \sqrt{c^2 - 2c^2 \cdot \cos^2 \beta} = c \sqrt{1 - 2\cos^2 \beta} = c \sqrt{-\cos 2\beta}$ .

6.  $V = S_{\text{осн.}} \cdot h = a \cdot b \cdot c \sqrt{-\cos 2\beta}$

**Ответ :**  $V = a \cdot b \cdot c \sqrt{-\cos 2\beta}$



## **Свойство объемов №1**

**Равные тела имеют равные объемы**

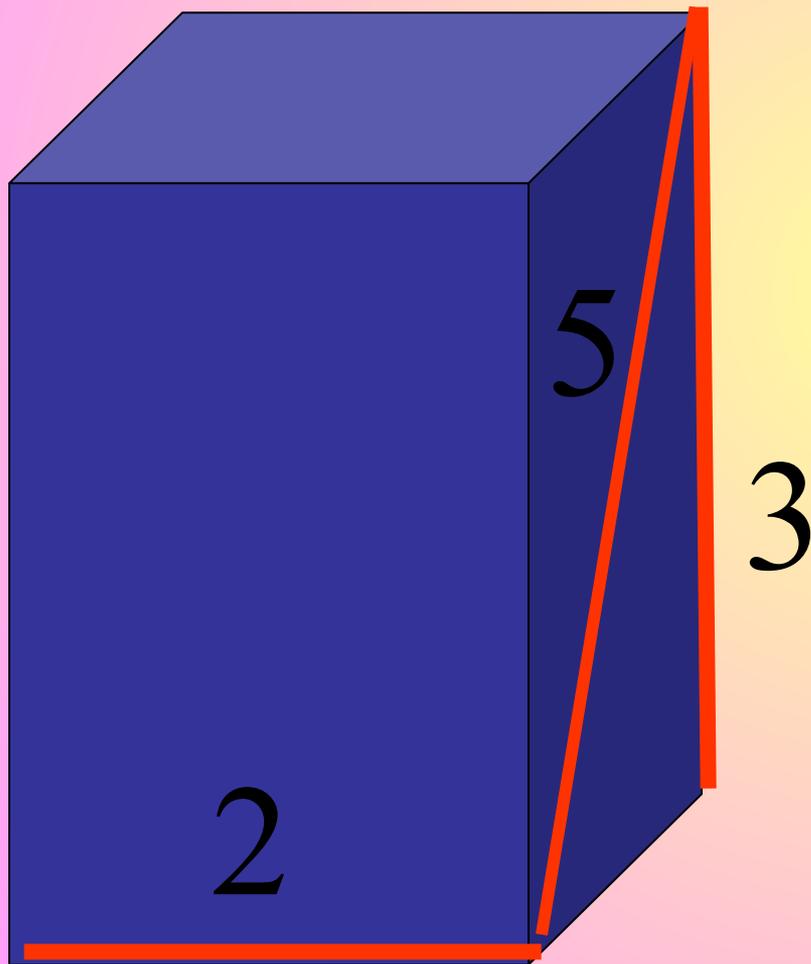
## **Свойство объемов №2**

**Если тело составлено из нескольких тел, то его объем равен сумме объемов этих тел.**

## **Свойство объемов №3**

**Если одно тело содержит другое, то объем первого тела не меньше объема второго.**

# Реши задачу

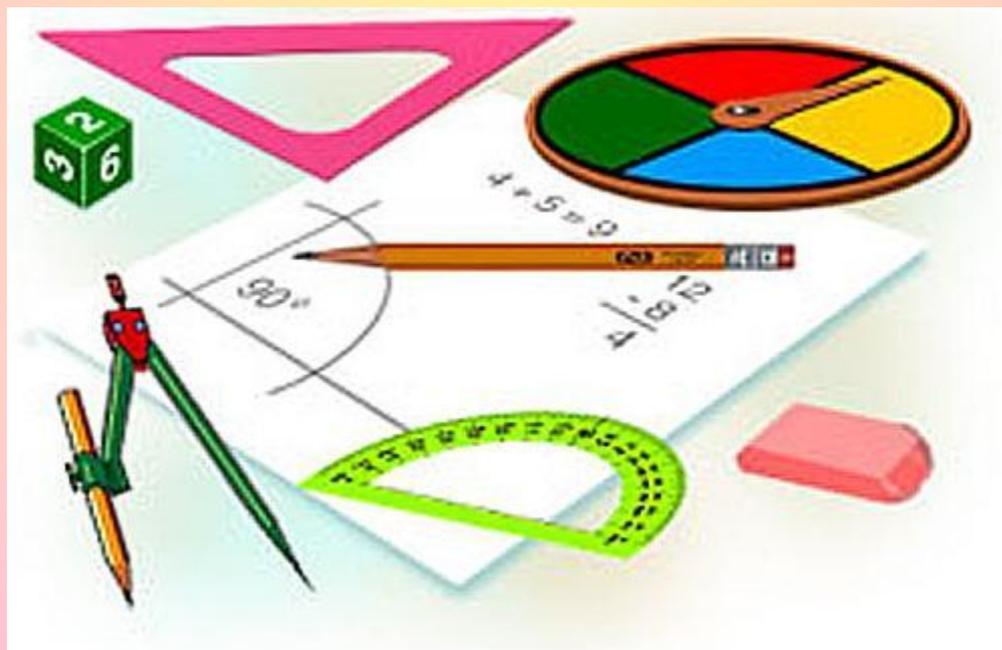


По рис.  
Найти  $V$  тела

Ответ: 24  
ед<sup>2</sup>.

# Домашнее задание

П. 68, № 681, 683, 682



# Библиография

- ❖ Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев  
«Геометрия, 10-11», М., Просвещение, 2007
- ❖ В.Я. Яровенко «Поурочные разработки по  
геометрии», Москва, «ВАКО», 2006



**УСПЕХОВ!**

