

III ОБЪЕМ ПИРАМИДЫ

Работу выполнили: Шабалина
Мария и Ганджальян Жанна

Преподаватель геометрии:
Хайбрахманова Г.Ф.

Цель работы:

- ВСПОМНИТЬ, ЧТО ТАКОЕ ПИРАМИДА
- НАУЧИТЬСЯ ПОЛЬЗОВАТЬСЯ ФОРМУЛОЙ НАХОЖДЕНИЯ ОБЪЁМА ПИРАМИДЫ



План:

- 1) ЧТО ТАКОЕ ПИРАМИДА
- 2) ТЕОРЕМА
- 3) ДОКАЗАТЕЛЬСТВО
- 4) СЛЕДСТВИЕ
- 5) ЗАМЕЧАНИЕ
- 6) ЗАДАЧИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ
- 7) ВЫВОД



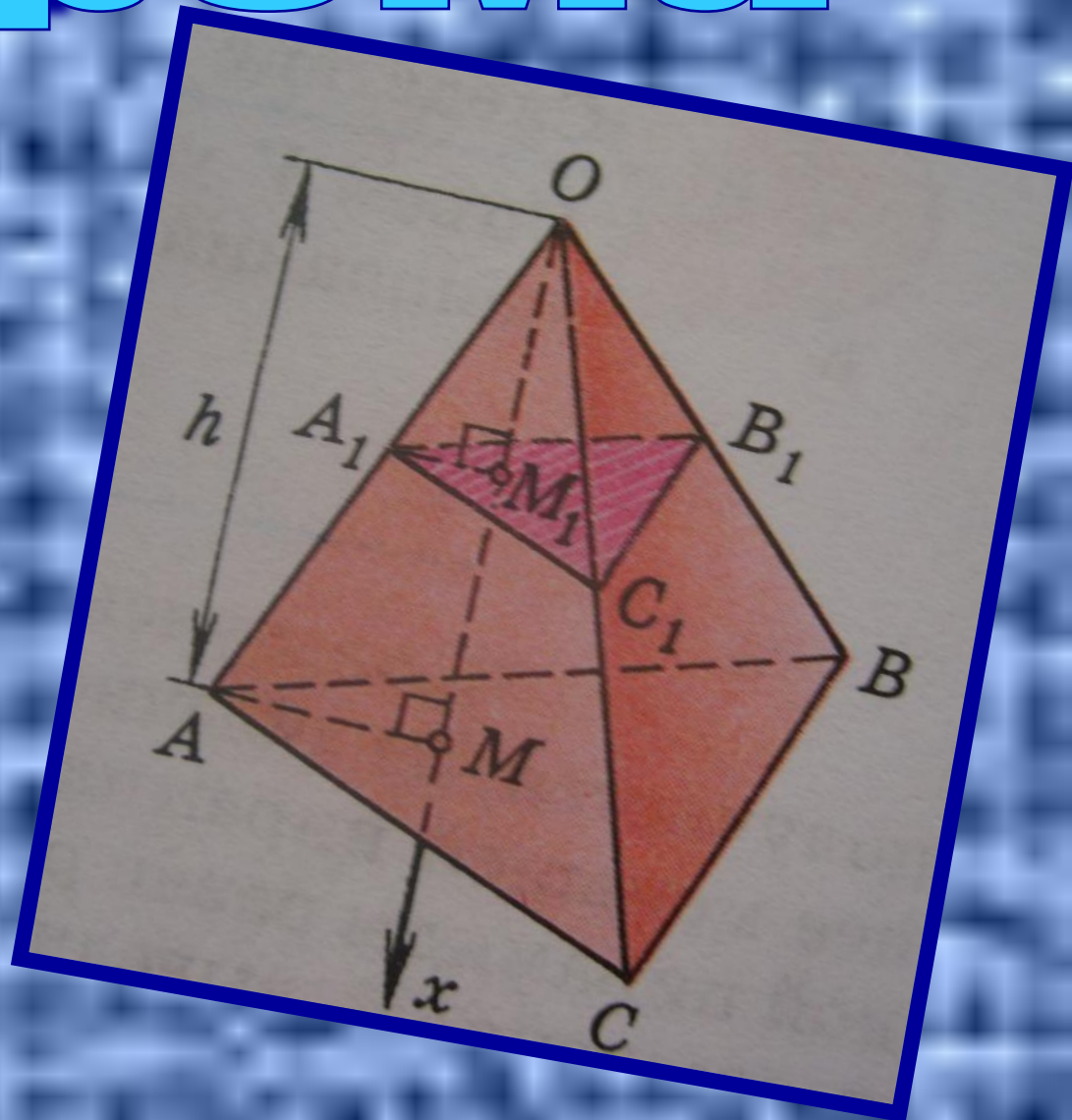
ПИРАМИДА

- Пирамида – это многогранник, одной из граней которой служит многоугольник, а остальные грани – треугольники с общей вершиной. В зависимости от числа боковых граней делятся на треугольные, четырехугольные и т.д. Перпендикуляр, опущенный из вершины на плоскость ее основания называется высотой.



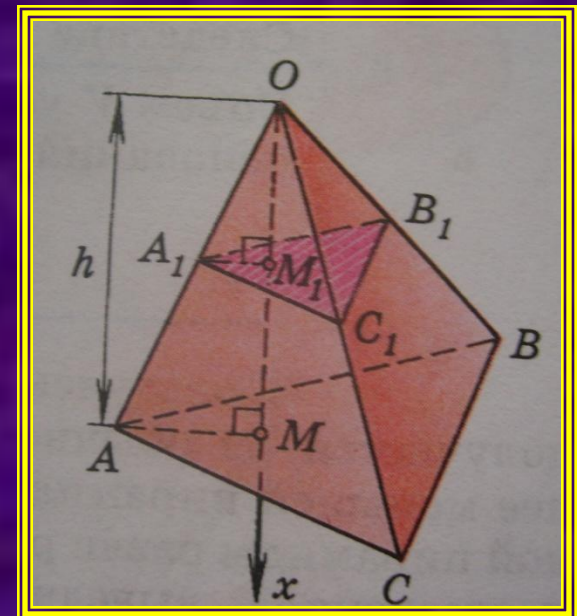
Теорема

- *Объём пирамиды равен одной трети произведения площади основания на высоту*



Доказательство

- Рассмотрим треугольную пирамиду $OABC$ с объёмом V , площадью основания S и высотой h . Проведем ось Ox , где OM – высота пирамиды и рассмотрим сечение $A_1B_1C_1$ пирамиды плоскостью, перпендикулярной к оси Ox и, значит, параллельной плоскости основания. Обозначим через x абсциссу точки M_1 пересечения этой плоскости с осью Ox , а через $S(x)$ – площадь сечения. Выразим $S(x)$ через S, h и x . Треугольники $A_1B_1C_1$ и ABC подобны.



- A_1B_1 параллельна AB , поэтому треугольники OA_1B_1 и OAB подобны. Следовательно, $A_1B_1/AB=OA_1/OA$. Прямоугольные треугольники OA_1M_1 и OAM также подобны (они имеют общий острый угол с вершиной O). Поэтому $OA_1/OA=OM_1/OM=x/h$. Таким образом, $A_1B_1/AB=x/h$. Аналогично доказывается, что $B_1C_1/BC=x/h$ и $C_1A_1/CA=x/h$. Итак, треугольники $A_1B_1C_1$ и ABC подобны с коэффициентом подобия x/h . Следовательно, $S(x)/S=x^2/h^2$, или

$$S(x) = \frac{S}{h^2} x^2$$

- Применяя теперь основную формулу для вычисления объемов тел при $a=0$, $b=h$, получаем



$$V = \int_0^h S(x) dx = \int_0^h \frac{S}{h^2} x^2 dx = \frac{S}{h^2} \int_0^h x^2 dx = \frac{S}{h^2} \frac{x^3}{3} \Big|_0^h = \frac{1}{3} S \cdot h.$$

- Докажем теперь терему для произвольной пирамиды с высотой h и площадью основания S . Такую пирамиду можно разбить на треугольные пирамиды с общей высотой h . Выразим объем каждой треугольной пирамиды по доказанной нами формуле и сложим эти объемы. Вынося за скобки общий множитель $1/3h$, получим в скобках сумму площадей оснований треугольных пирамид, т.е. площадь S основания исходной пирамиды. Таким образом, объем исходной пирамиды равен $1/3Sh$. Теорема доказана.

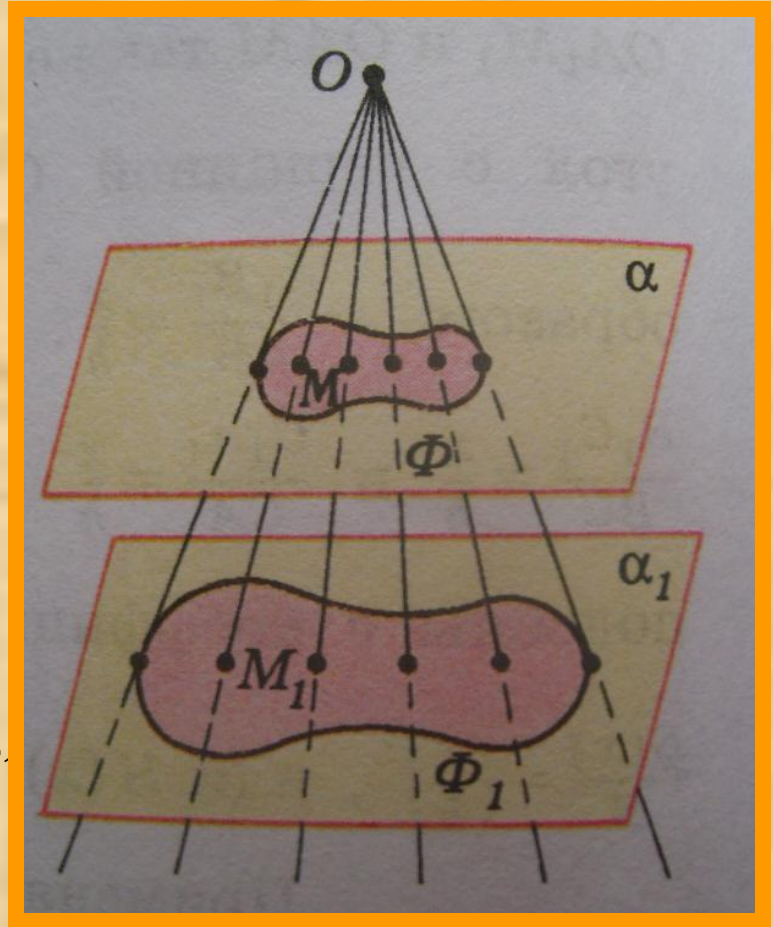
Следствие

- Объем V усеченной пирамиды, высота которой равна h , а площади оснований равны S и S_1 , вычисляется по формуле

$$V = \frac{1}{3} h (S + S_1 + \sqrt{S \cdot S_1}).$$

Замечание

В ходе доказательства теоремы об объеме пирамиды мы установили, что в сечении треугольной пирамиды плоскостью, параллельной плоскости основания, получается треугольник, подобный основанию. Оказывается, имеет место и более общее свойство. Рассмотрим какую-нибудь фигуру Φ , лежащую в плоскости α , и точку O , не лежащую в этой плоскости. Проведем через каждую точку M фигуры Φ прямую OM и рассмотрим множество Φ_1 точек пересечения этих прямых с плоскостью α_1 , параллельной плоскости α . можно доказать, что фигура Φ_1 подобна фигуре Φ . это свойство широко используется на практике. Например, на нем основано устройство кинопроектора, фотоаппарата, телескопа и других оптических приборов.



ЗАДАЧИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ

№1 Найдите объем правильной треугольной пирамиды, высота которой равна 12 см, а сторона основания равна 13 см.

№2 В правильной треугольной пирамиде плоский угол при вершине равен α , а сторона основания x . найдите объем пирамиды.

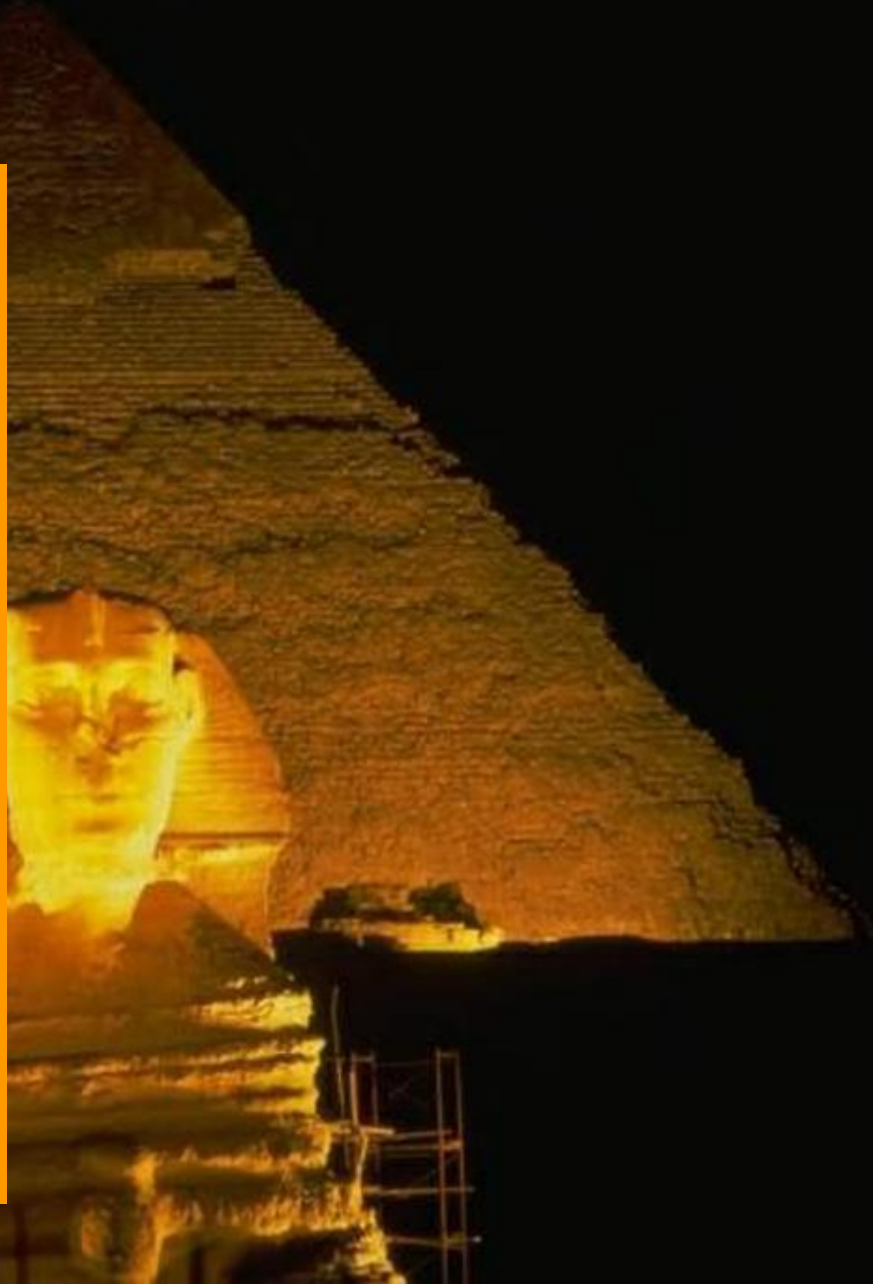
№3 Найдите объем пирамиды с высотой h , если $h=2$ м, а основанием служит квадрат со стороной 3 м.

Вывод

- *Мы вспомнили, что такое пирамида, научились пользоваться формулой нахождения объема пирамиды.*



• СПАСИБО ЗА ПРОСМОТР!!!



The BCÉ!!!