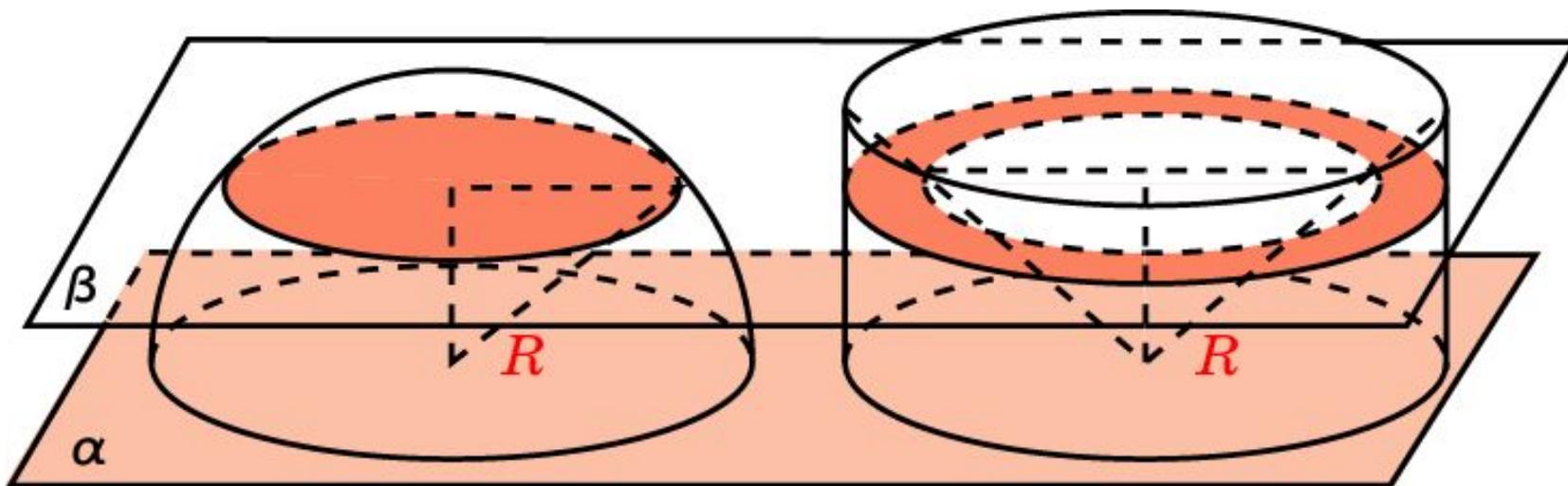


# ОБЪЕМ ШАРА

**Теорема.** Объем шара радиуса  $R$  выражается формулой

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3.$$



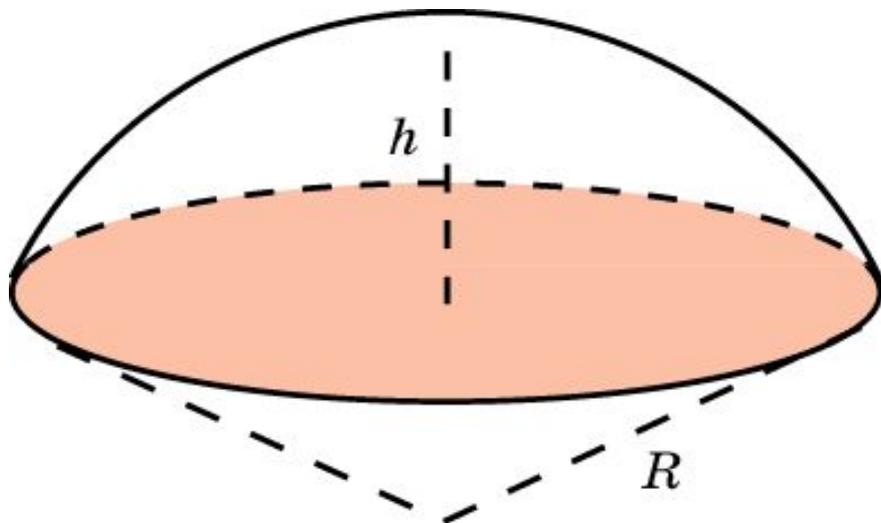
$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

# ОБЪЕМ ШАРОВОГО СЕГМЕНТА

**Шаровым сегментом** называется меньшая часть шара, отсекаемая от него какой-нибудь плоскостью, не проходящей через центр шара. Круг, образованный сечением шара этой плоскостью, называется **основанием шарового сегмента**. Часть радиуса шара, лежащая внутри шарового сегмента и перпендикулярная его основанию, называется **высотой шарового сегмента**.

**Теорема.** Объем шарового сегмента высоты  $h$ , отсекаемого от шара радиуса  $R$ , выражается формулой

$$V = \pi h^2 \left( R - \frac{1}{3} h \right).$$

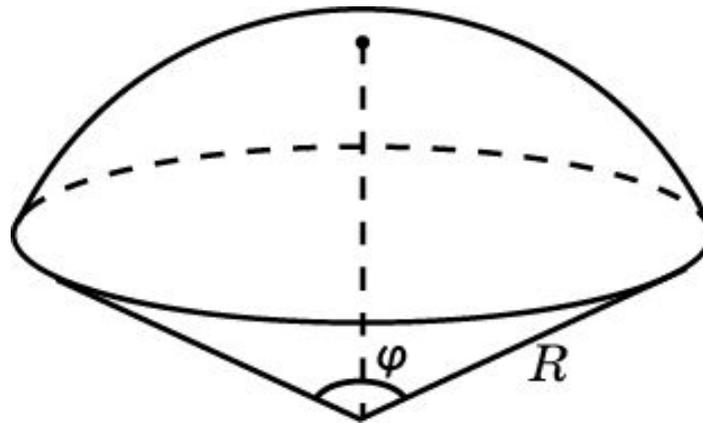


# ОБЪЕМ ШАРОВОГО СЕКТОРА

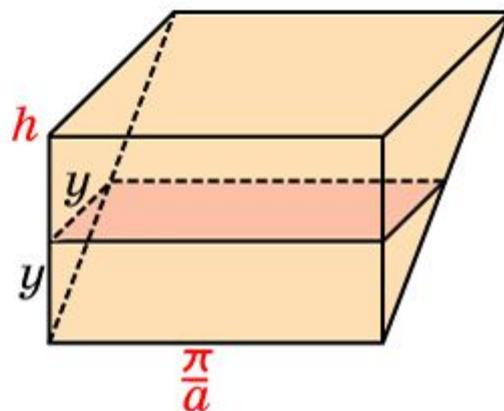
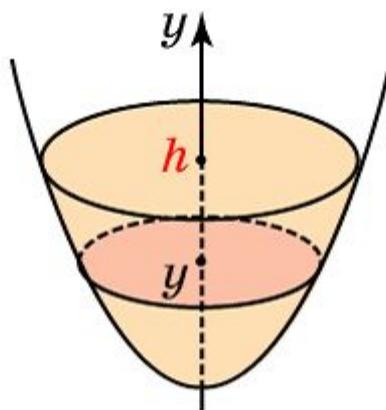
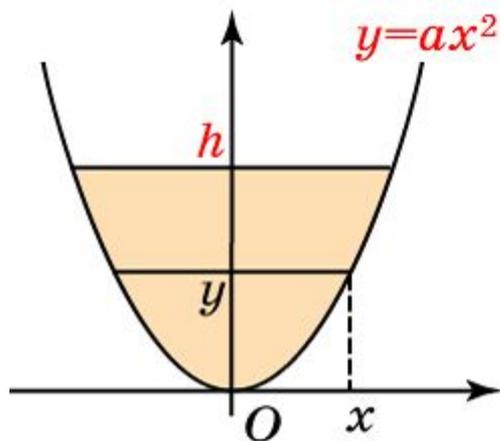
**Шаровым сектором** называется часть шара, составленная из шарового сегмента и конуса, основанием которого является основание шарового сегмента, а вершиной - центр шара.

**Теорема.** Объем шарового сектора радиуса  $R$  и углом при  $\varphi$  вершине выражается формулой

$$V = \frac{2}{3} \pi R^3 \left(1 - \cos \frac{\varphi}{2}\right).$$

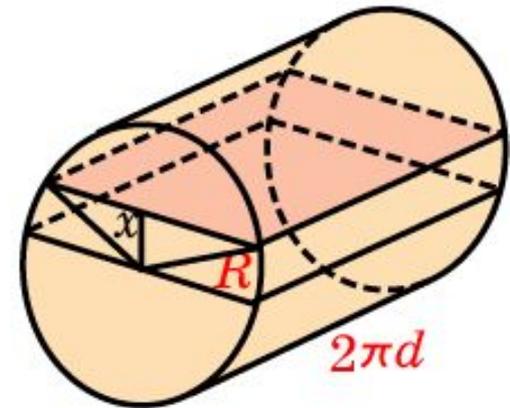
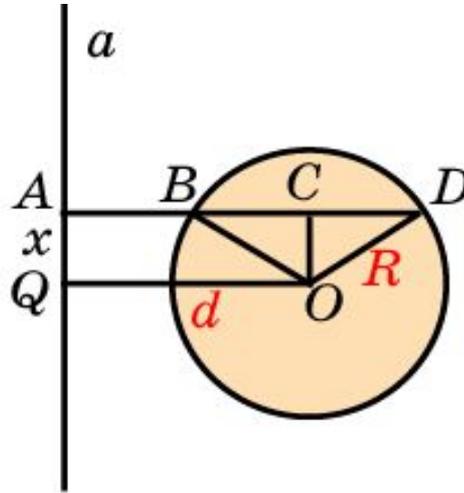
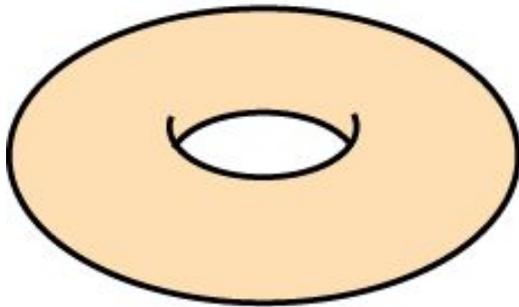


# ОБЪЕМ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО СЕГМЕНТА



$$V = \frac{\pi}{2a} h^2$$

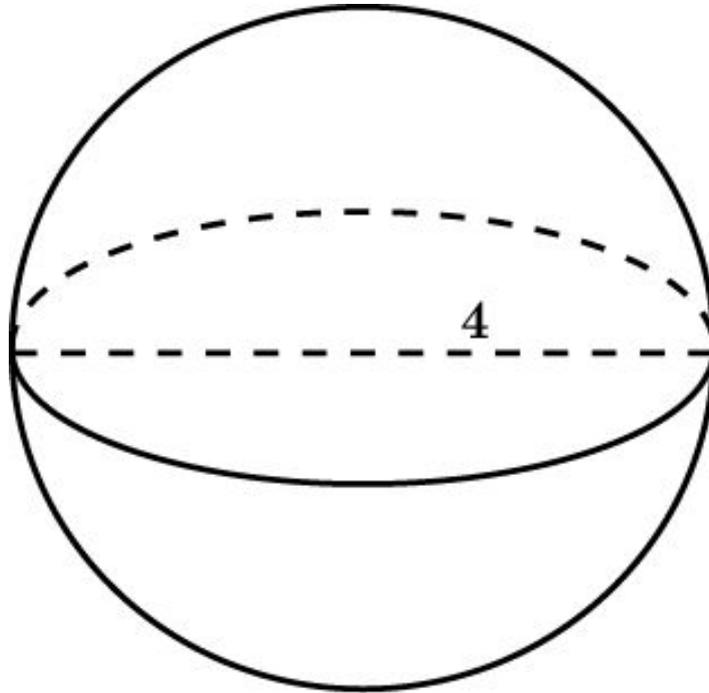
# ОБЪЕМ ТОРА



$$V = 2\pi^2 R^2 d$$

## Упражнение 1

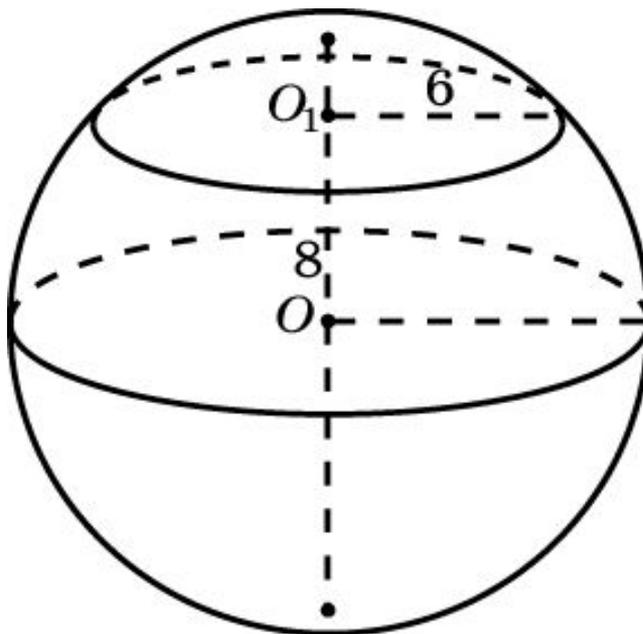
Найдите объем шара, диаметр которого равен 4 см.



Ответ:  $\frac{32\pi}{3}$  см<sup>3</sup>.

## Упражнение 2

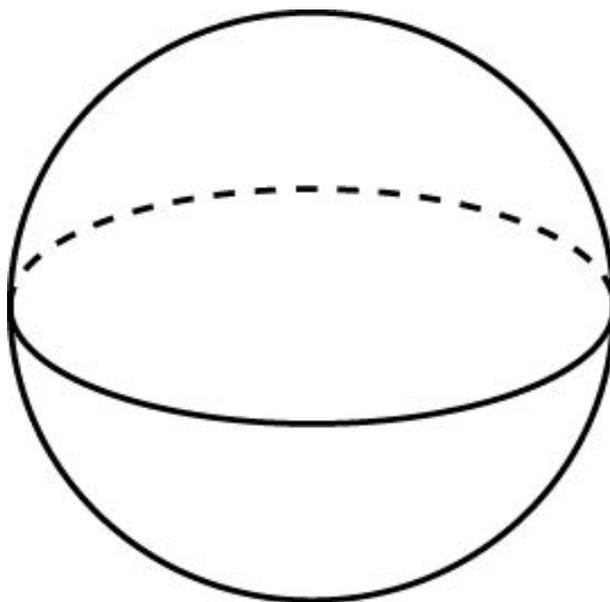
Сечение шара плоскостью, отстоящей от центра шара на расстоянии 8 см, имеет радиус 6 см. Найдите объем шара.



Ответ:  $\frac{400}{3}\pi$  см<sup>3</sup>.

### Упражнение 3

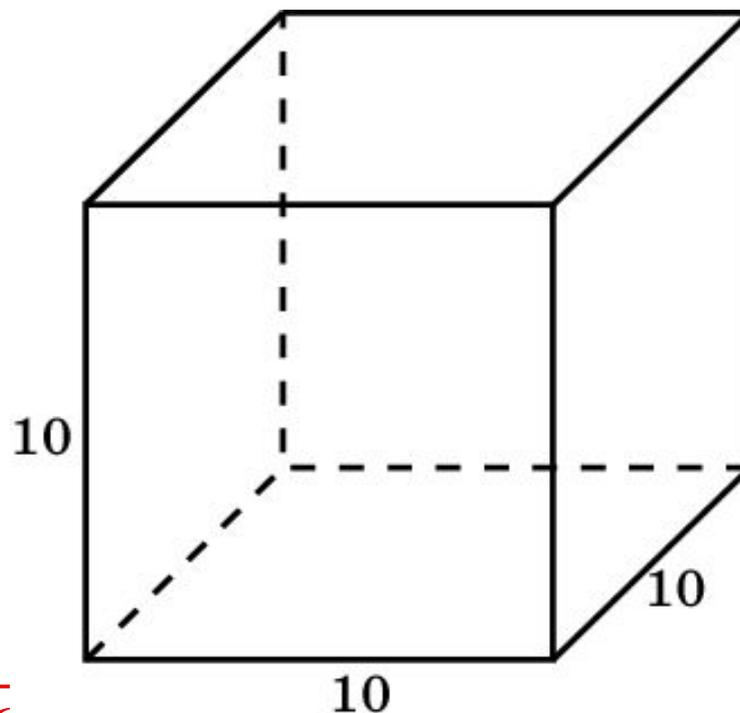
Во сколько раз увеличится объем шара, если его радиус увеличить: а) в 3 раза; б) в 4 раза?



**Ответ:** а) В 27 раз; б) в 64 раза.

## Упражнение 4

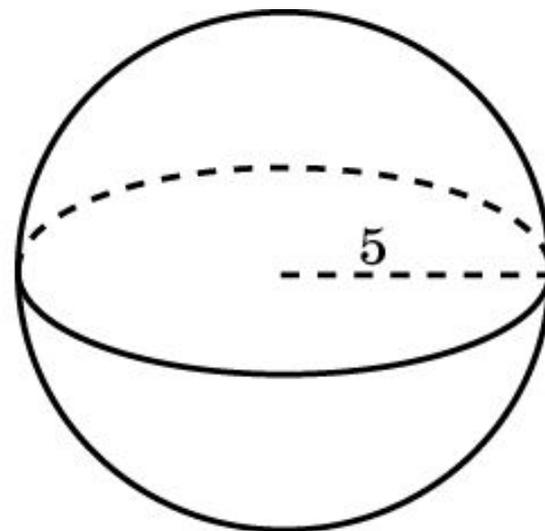
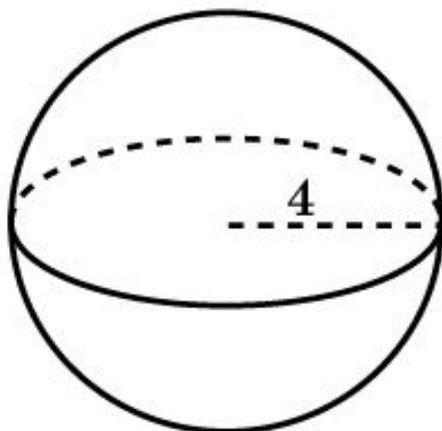
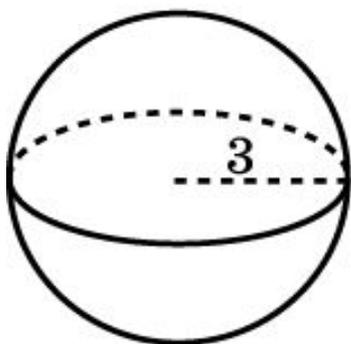
Медный куб, ребро которого равно 10 см, переплавлен в шар. Найдите радиус шара. (Потерями металла при переплавке можно пренебречь.)



Ответ:  $5\sqrt[3]{\frac{6}{\pi}}$  см.

## Упражнение 5

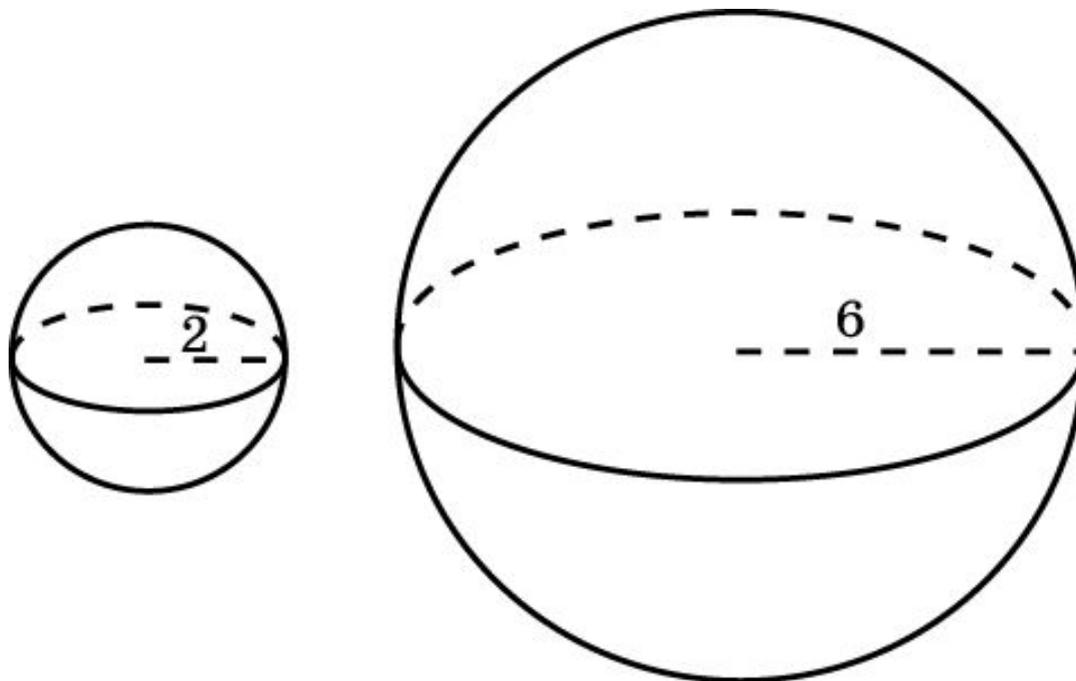
Радиусы трех шаров 3 см, 4 см и 5 см. Найдите радиус шара, объем которого равен сумме их объемов.



**Ответ:**  $6 \text{ см}^3$ .

## Упражнение 6

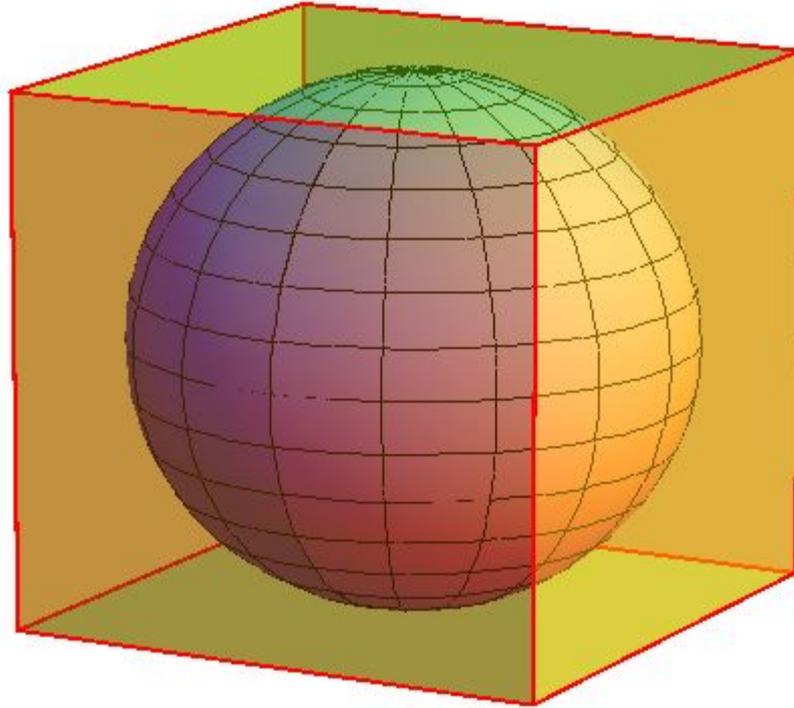
Сколько нужно взять шаров радиуса 2 см, чтобы сумма их объемов равнялась объему шара радиуса 6 см?



Ответ: 27.

## Упражнение 7

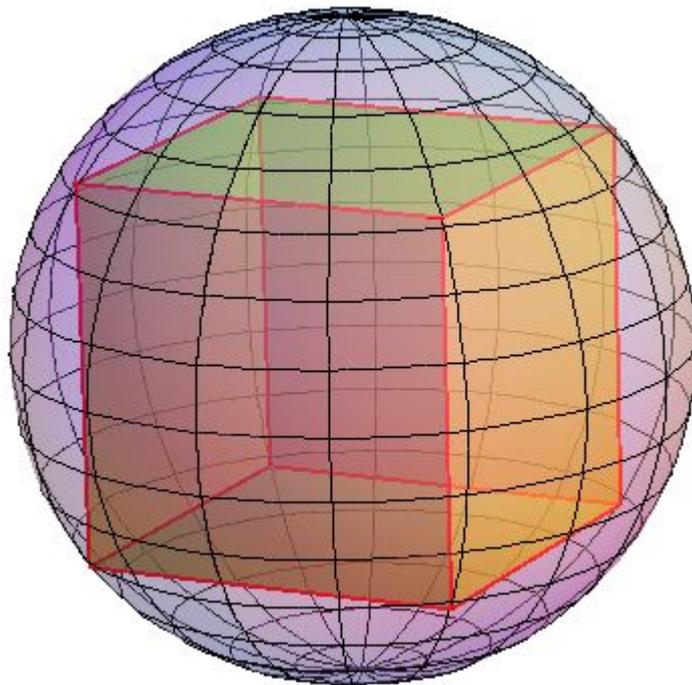
Найдите объем шара, вписанного в куб с ребром, равным единице.



Ответ:  $\frac{\pi}{6}$ .

## Упражнение 8

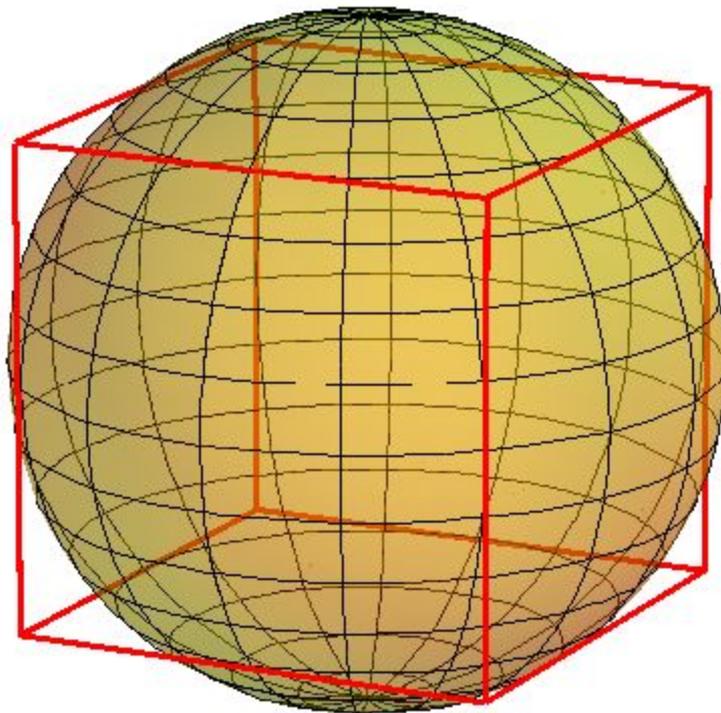
Найдите объем шара, описанного около куба с ребром, равным единице.



Ответ:  $\frac{\sqrt{3}}{2} \pi$ .

## Упражнение 9

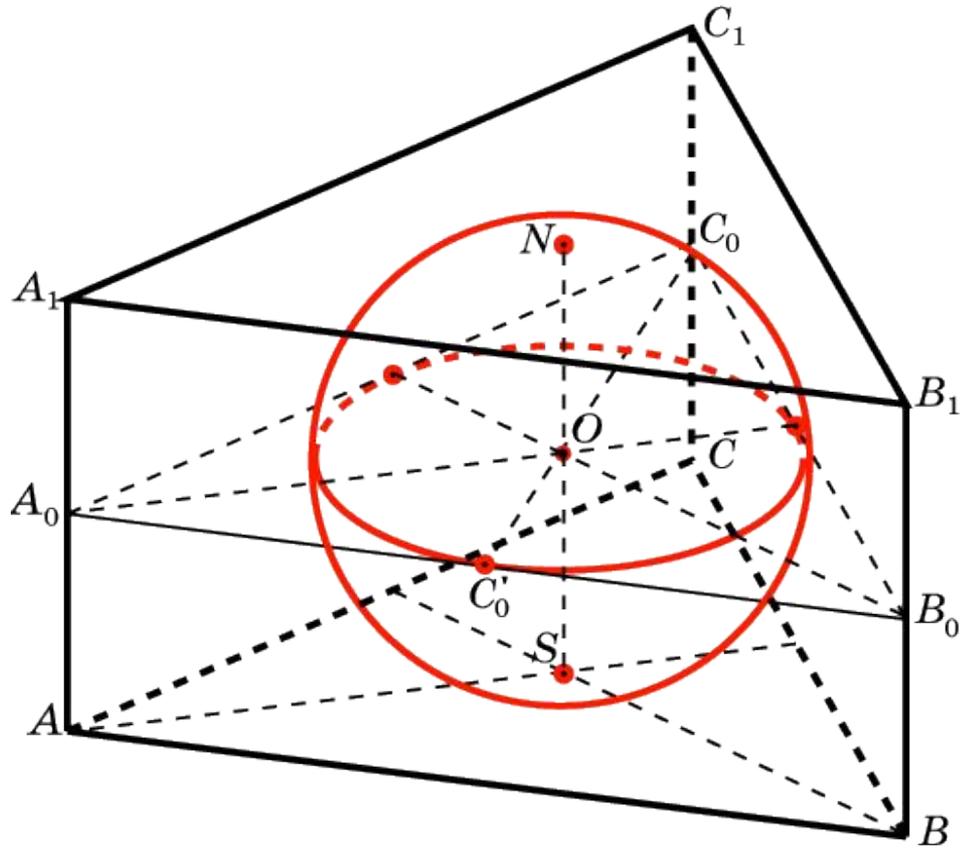
Найдите объем шара, касающегося ребер куба с ребром, равным единице.



Ответ:  $\frac{\sqrt{2}}{3} \pi$ .

# Упражнение 10

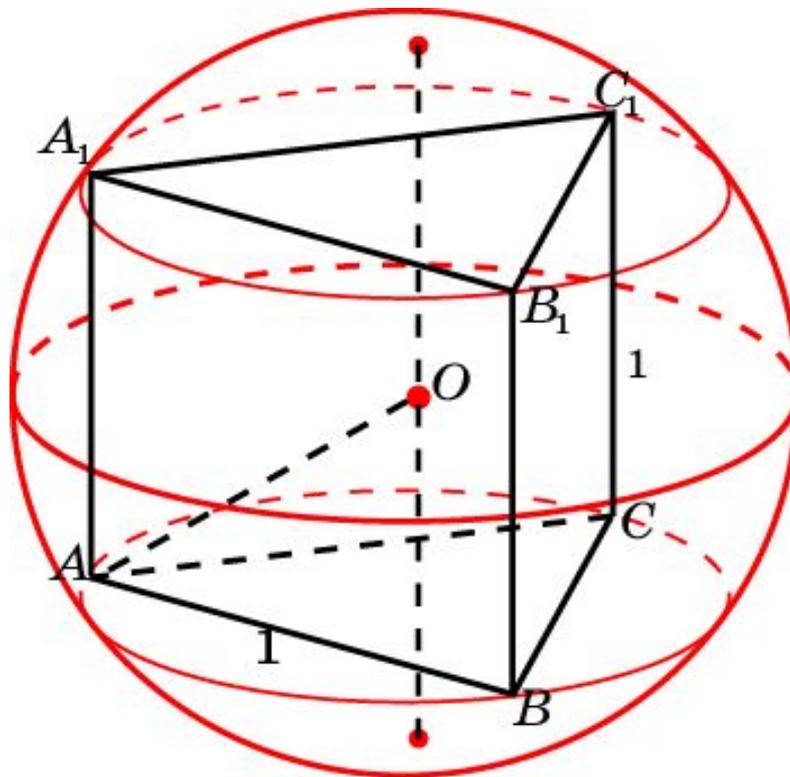
Найдите объем шара, вписанного в правильную треугольную призму, сторона основания которой равна 1.



Ответ:  $\frac{\sqrt{3}}{54} \pi$ .

# Упражнение 11

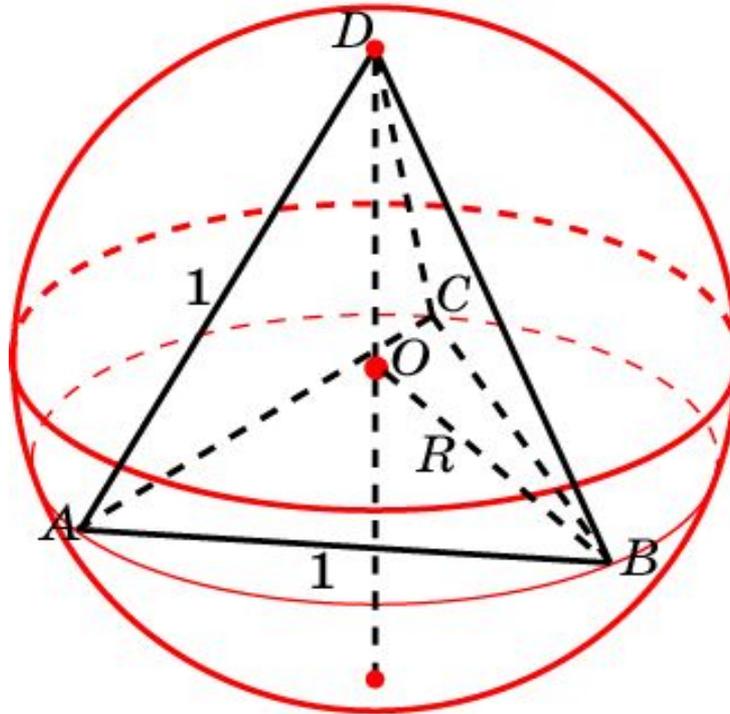
Найдите объем шара, описанного около правильной треугольной призмы, ребра которой равны 1.



Ответ:  $\frac{7\sqrt{21}}{54}\pi$ .

## Упражнение 12

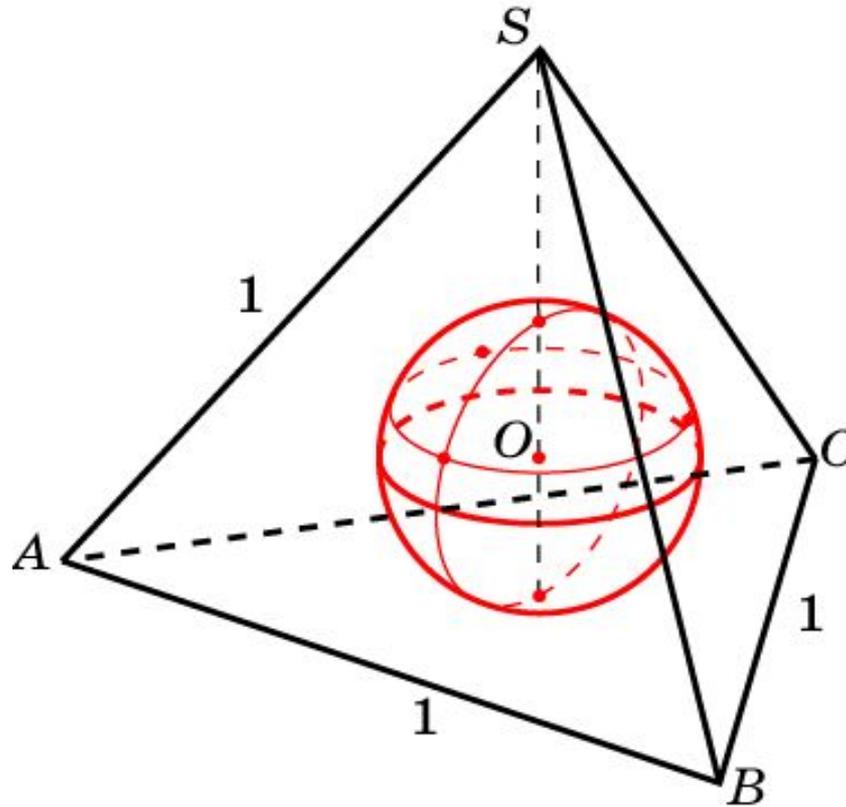
Найдите объем шара, описанного около правильного тетраэдра с ребром 1.



Ответ:  $\frac{\sqrt{6}}{8} \pi$ .

## Упражнение 13

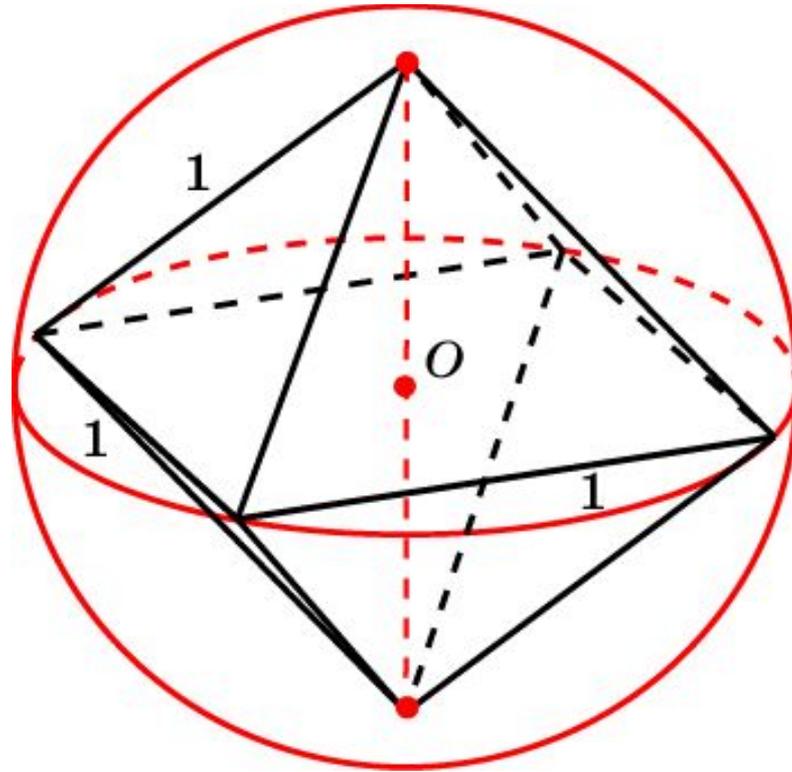
Найдите объем шара, вписанного в правильный тетраэдр с ребром 1.



Ответ:  $\frac{\sqrt{6}}{216} \pi$ .

## Упражнение 14

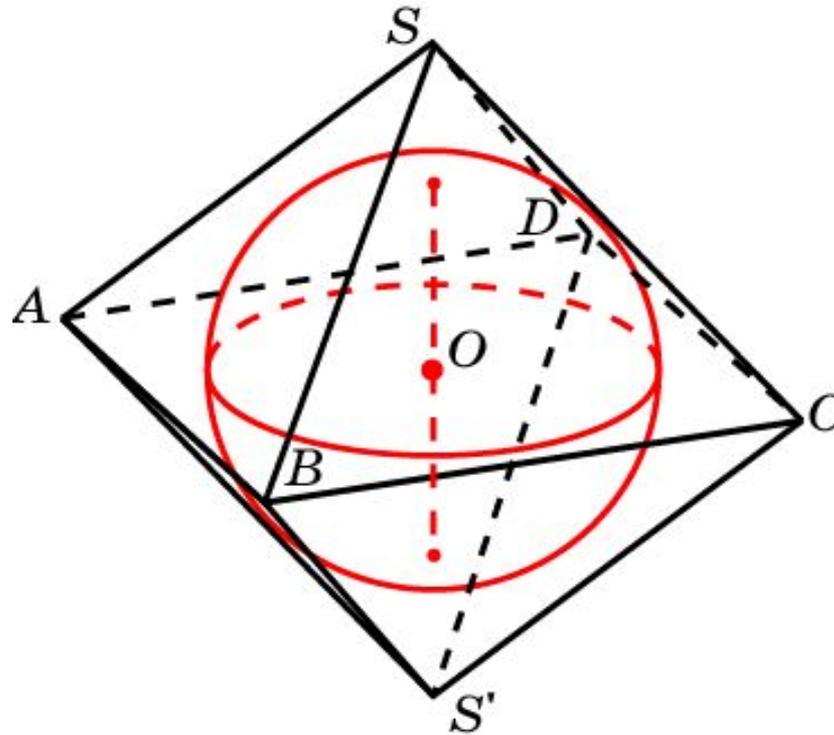
Найдите объем шара, описанного около октаэдра с ребром 1.



Ответ:  $\frac{\sqrt{2}}{3}\pi$ .

## Упражнение 15

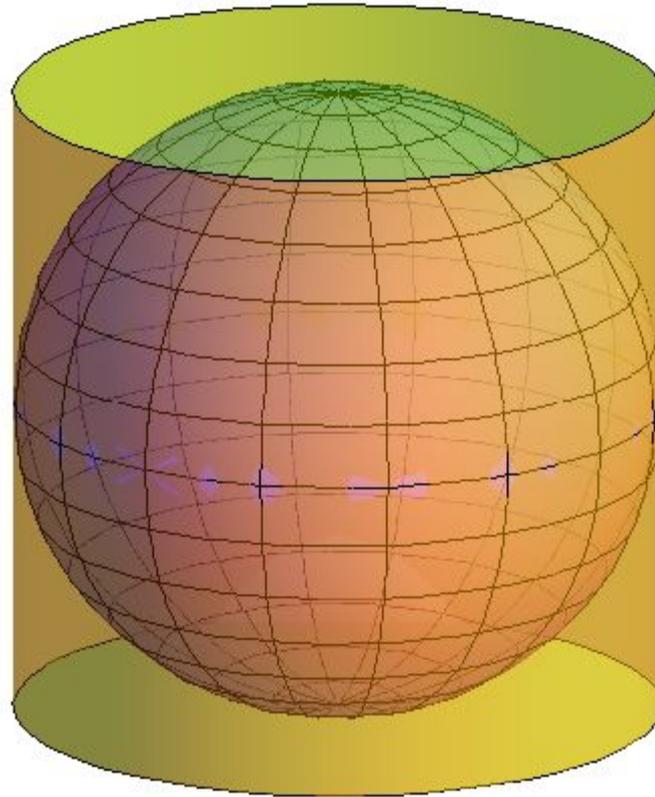
Найдите объем шара, вписанного в октаэдр с ребром 1.



Ответ:  $\frac{\sqrt{6}}{27}\pi$ .

## Упражнение 16

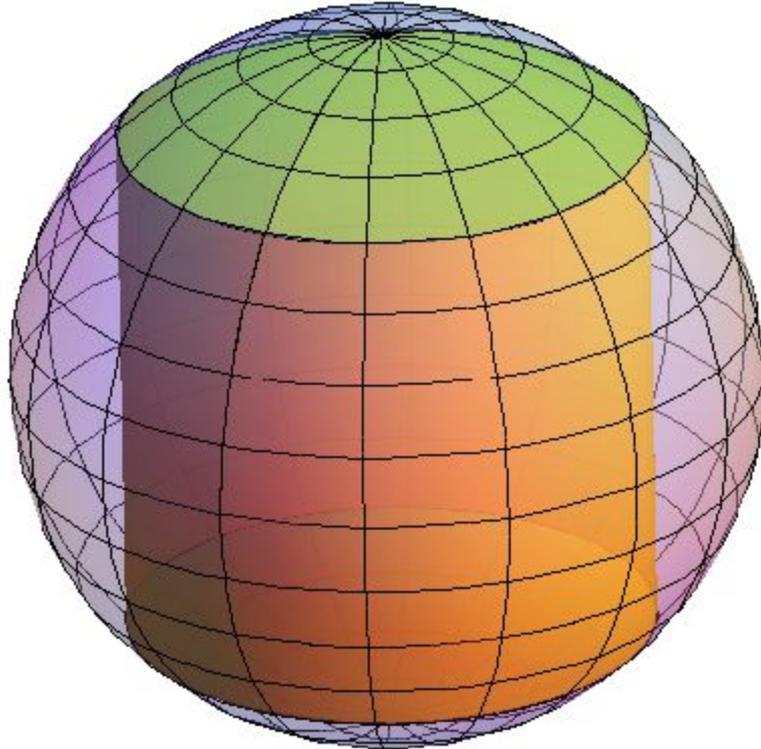
Найдите объем шара, вписанного в цилиндр, радиус основания которого равен 1.



Ответ:  $\frac{4}{3}\pi$ .

## Упражнение 17

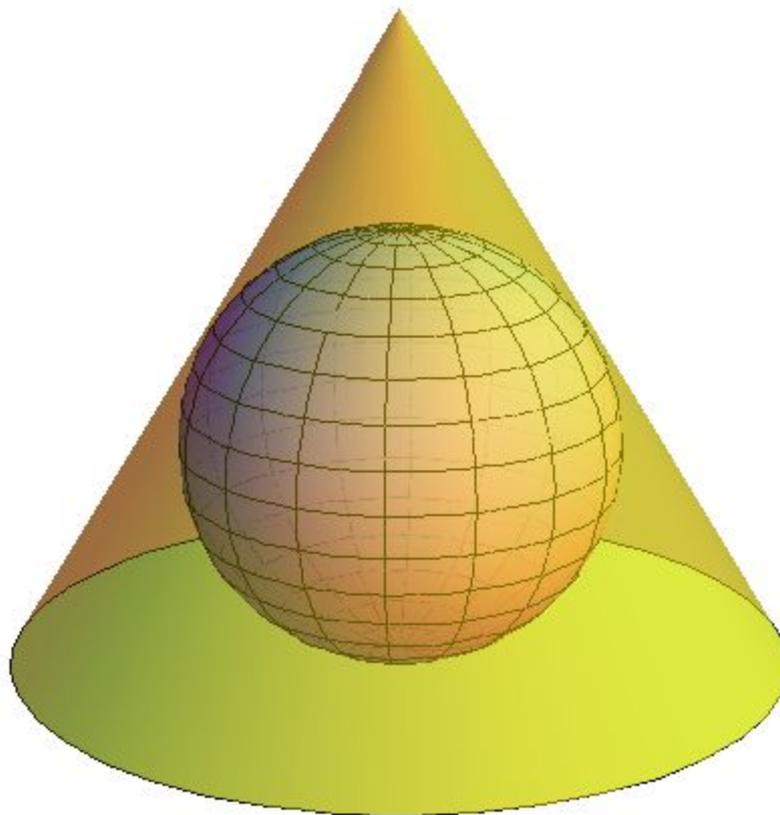
Найдите объем шара, описанного около цилиндра, радиус основания которого равен 3, а высота равна 8.



Ответ:  $\frac{500}{3}\pi$ .

## Упражнение 18

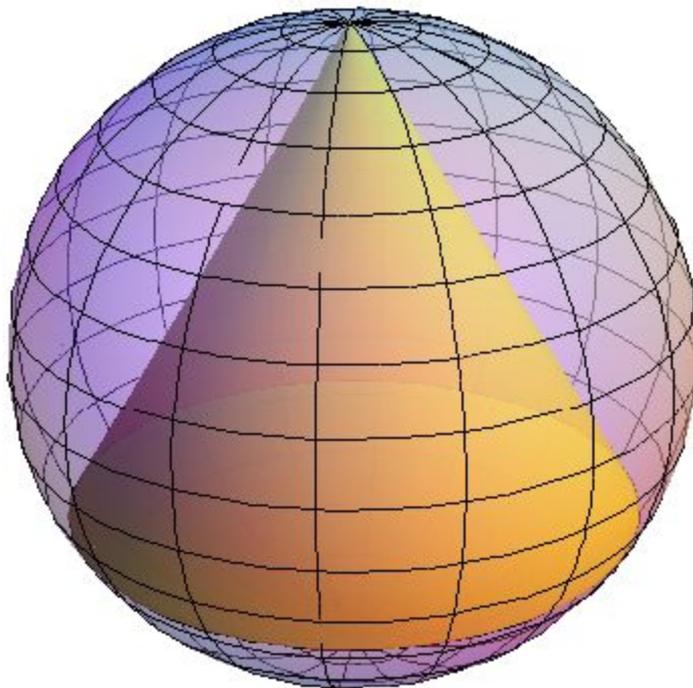
В конус, радиус основания которого равен 1, а образующая равна 2, вписан шар. Найдите его объем.



Ответ:  $\frac{4\sqrt{3}}{27}\pi$ .

## Упражнение 19

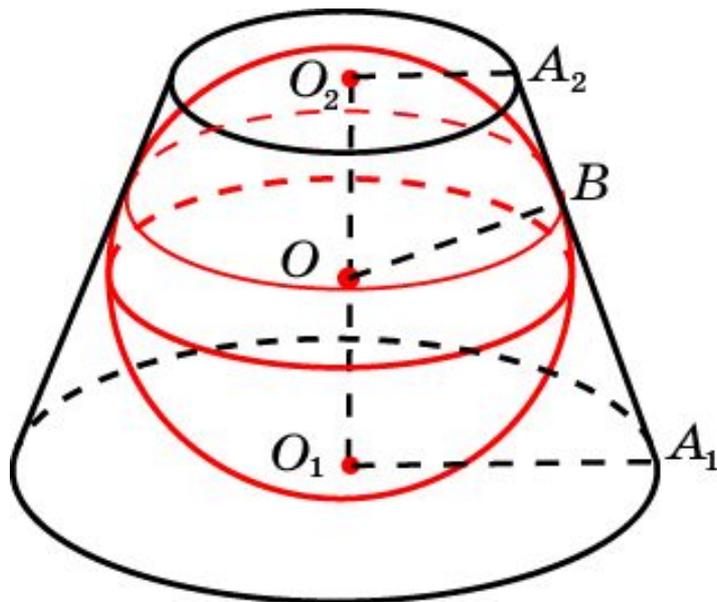
Около конуса, радиус основания которого равен 1, а образующая равна 2, описан шар. Найдите его объем.



Ответ:  $\frac{32\sqrt{3}}{27}\pi$ .

## Упражнение 20

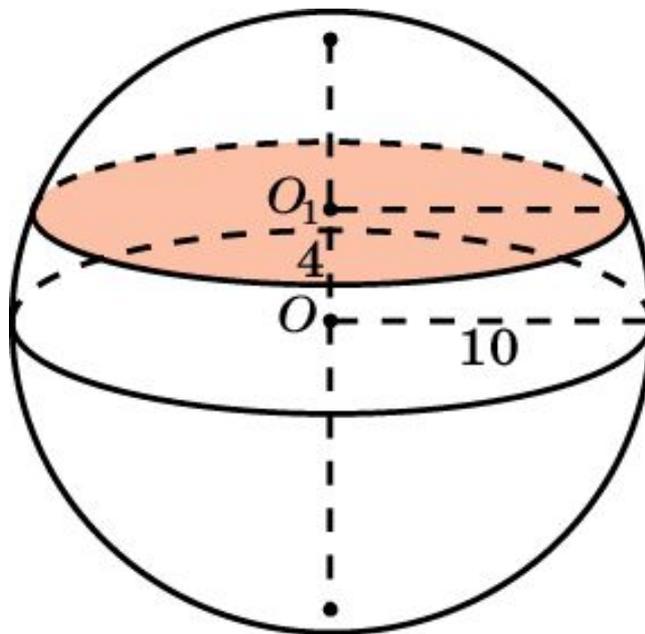
В усеченный конус, радиусы оснований которого равны 2 и 1, вписан шар. Найдите его объем.



Ответ:  $\frac{8\sqrt{2}}{3}\pi$ .

## Упражнение 21

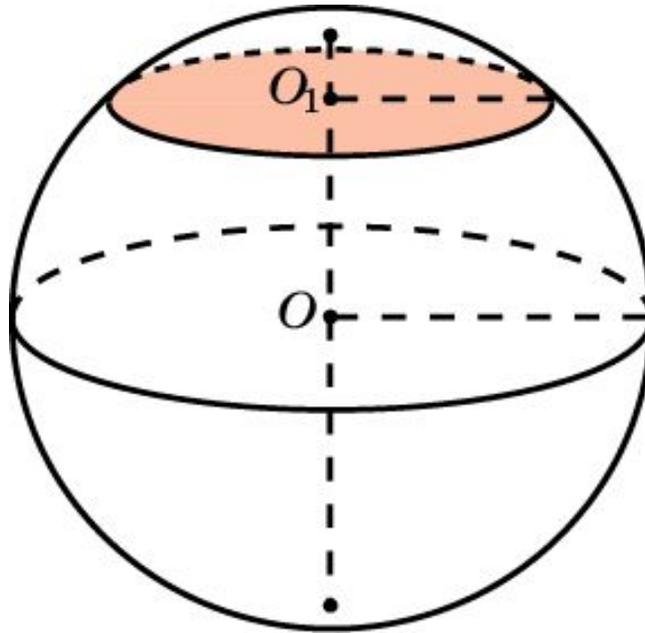
Шар радиуса 10 см пересечен плоскостью, проходящей на расстоянии 4 см от центра шара. Найдите объем отсеченного шарового сегмента.



Ответ:  $288\pi$  см<sup>3</sup>.

## Упражнение 22

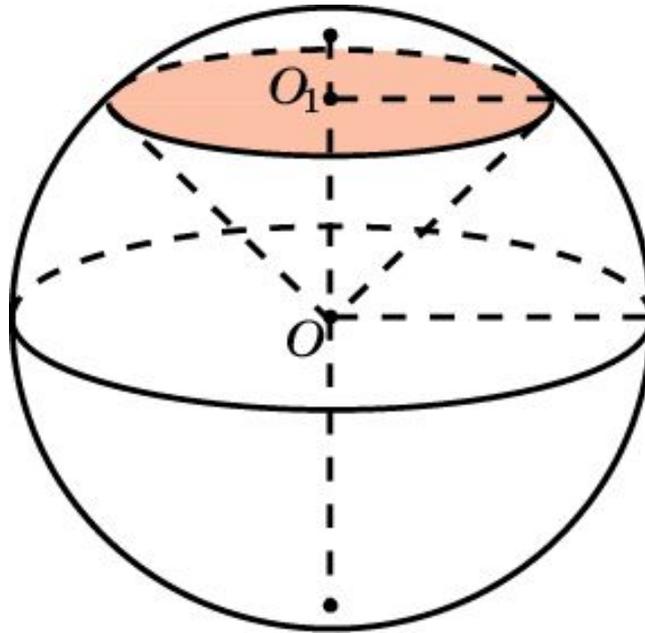
Какую часть объема шара составляет объем шарового сегмента, у которого высота равна 0,1 диаметра шара?



Ответ:  $\frac{7}{250}$ .

## Упражнение 23

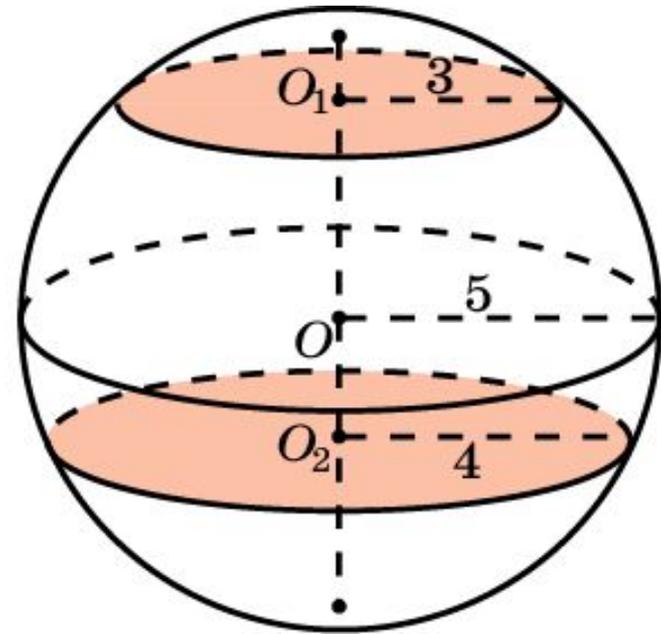
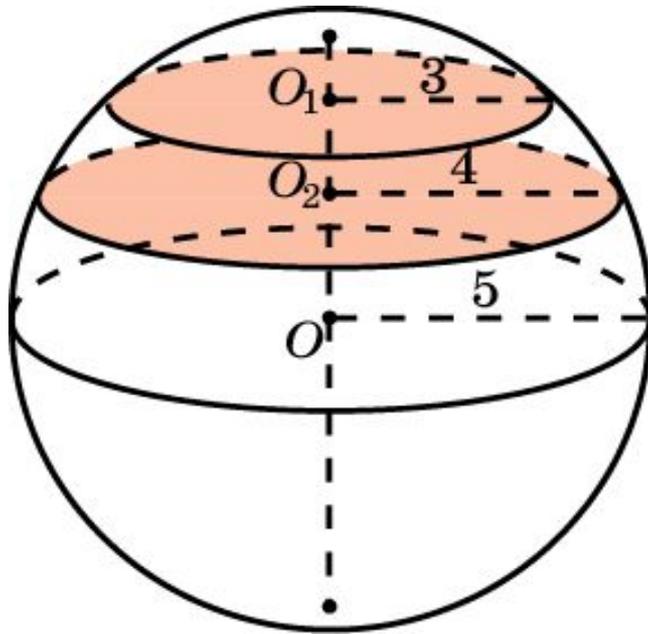
Чему равен объем шарового сектора, если радиус окружности его сегмента равен 60 см, а радиус шара 75 см?



Ответ:  $112500\pi$  см<sup>3</sup>.

## Упражнение 24

Найдите объем шарового пояса, если радиусы его оснований равны 3 см и 4 см, а радиус шара - 5 см. (Рассмотрите два случая.)

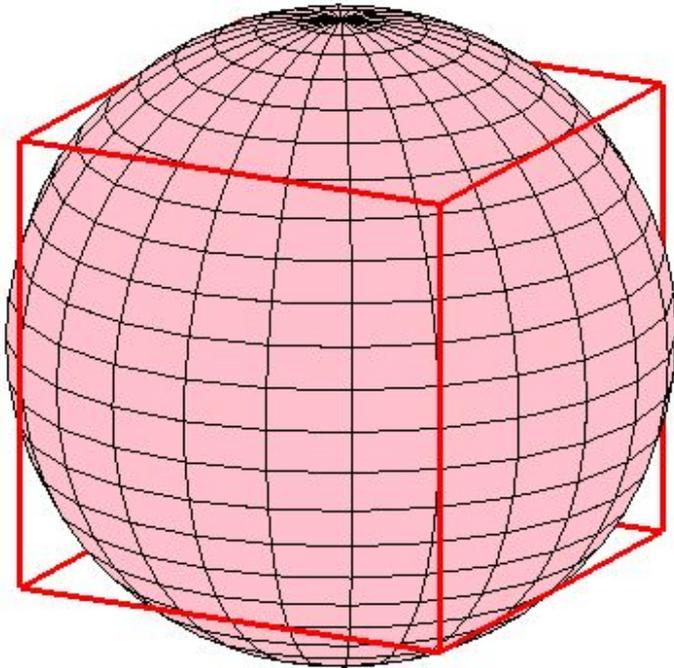


**Ответ:** Если центр шара лежит между основаниями пояса, то

$$V = \frac{434\pi}{3} \text{ см}^3. \text{ В противном случае } V = \frac{38\pi}{3} \text{ см}^3.$$

## Упражнение 25

Шар касается всех двенадцати ребер единичного куба. Найдите объем части шара, заключенной внутри этого куба.



**Решение:** Часть шара, заключенная внутри куба, получается отсечением от шара радиуса  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  шести шаровых сегментов высоты  $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$ . Объем каждого такого сегмента равен  $\frac{\pi(4\sqrt{2}-5)}{24}$ . Объем части шара, содержащейся в кубе, равен  $\frac{\pi(15-8\sqrt{2})}{12}$ .

**Ответ:**  $\frac{\pi(15-8\sqrt{2})}{12}$ .