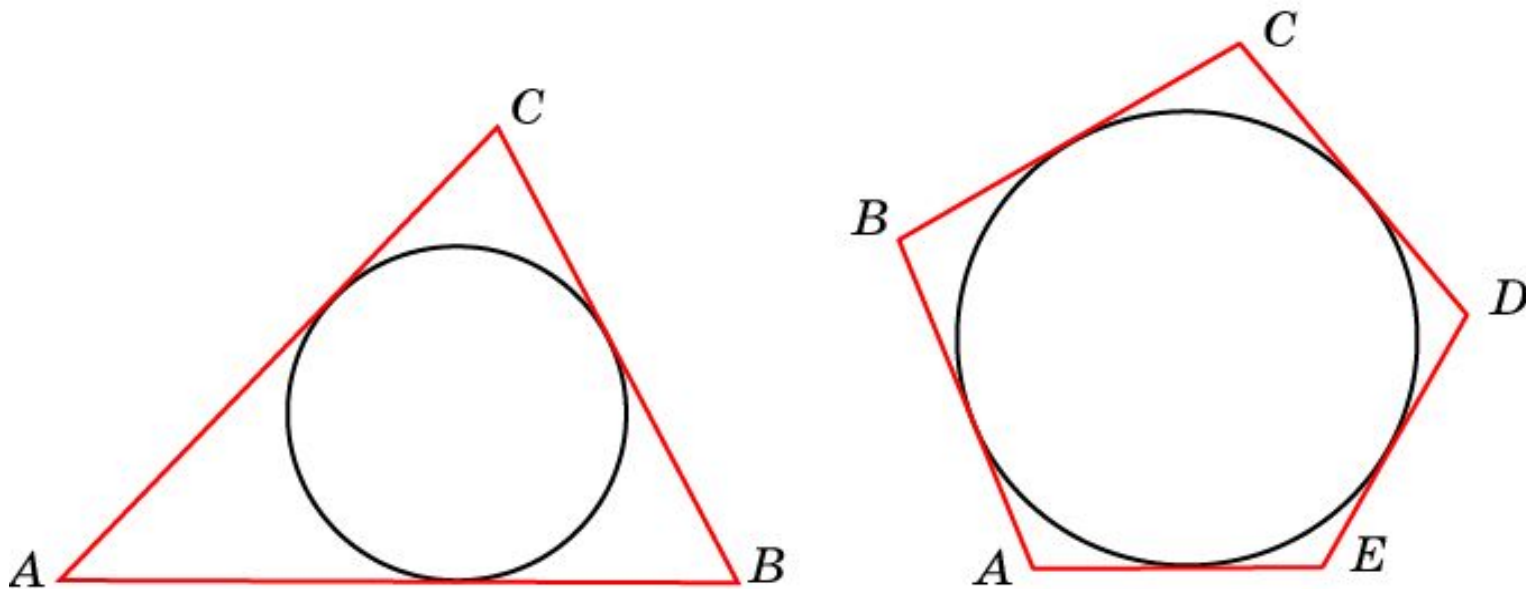


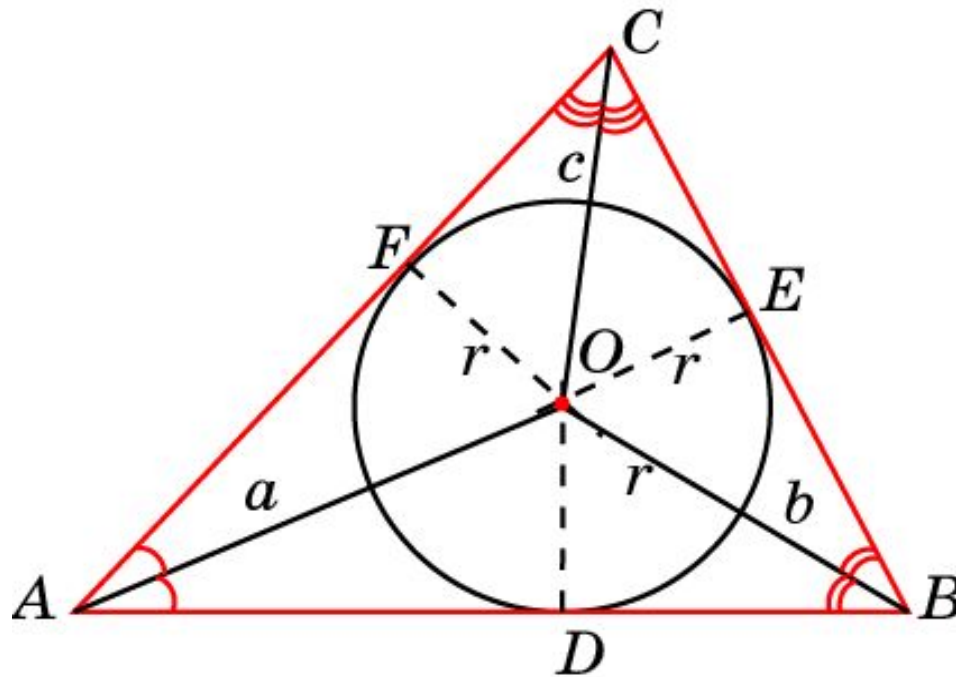
Многоугольники, описанные около окружности

Многоугольник называется **описанным** около окружности, если все его стороны касаются этой окружности. Сама окружность при этом называется **вписанной** в многоугольник.



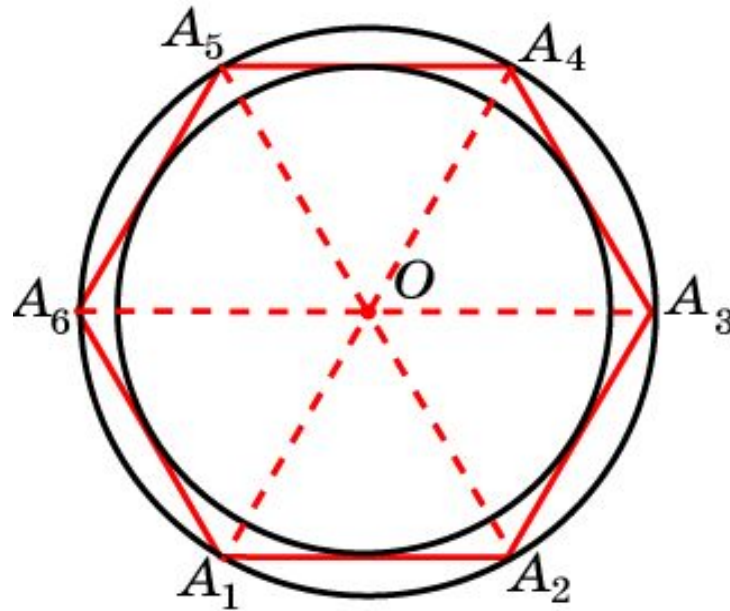
Теорема 1

В любой треугольник можно вписать окружность. Ее центром будет точка пересечения биссектрис этого треугольника.



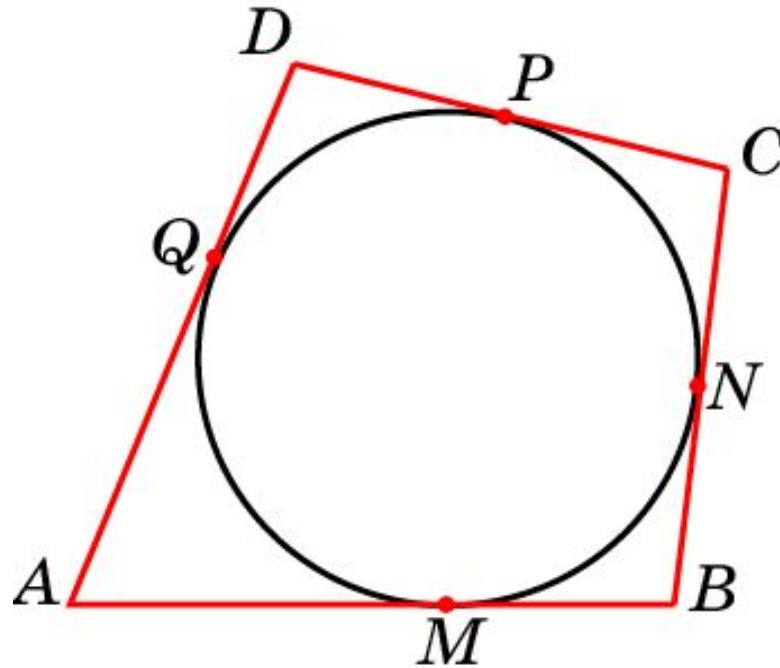
Теорема 2

В любой правильный многоугольник можно вписать окружность. Ее центром является точка пересечения биссектрис углов многоугольника.



Теорема 3

В выпуклый четырехугольник можно вписать окружность тогда и только тогда, когда суммы его противоположных сторон равны, т.е. $AB + CD = AD + BC$.



Вопрос 1

Какой многоугольник называется описанным около окружности?

Ответ: Многоугольник называется описанным около окружности, если все его стороны касаются этой окружности.

Вопрос 2

Какая окружность называется вписанной в многоугольник?

Ответ: Вписанной в многоугольник называется окружность, касающаяся всех сторон этого многоугольника.

Вопрос 3

Во всякий ли треугольник можно вписать окружность?

Ответ: Да.

Вопрос 4

Какая точка является центром вписанной в треугольник окружности?

Ответ: Центром вписанной окружности является точка пересечения биссектрис этого треугольника.

Вопрос 5

В любой ли правильный многоугольник можно вписать окружность?

Ответ: Да.

Вопрос 6

Можно ли вписать окружность в: а) остроугольный треугольник; б) прямоугольный треугольник; в) тупоугольный треугольник?

Ответ: а) Да;
б) да;
в) да.

Вопрос 7

Может ли центр вписанной в треугольник окружности находиться вне этого треугольника?

Ответ: Нет.

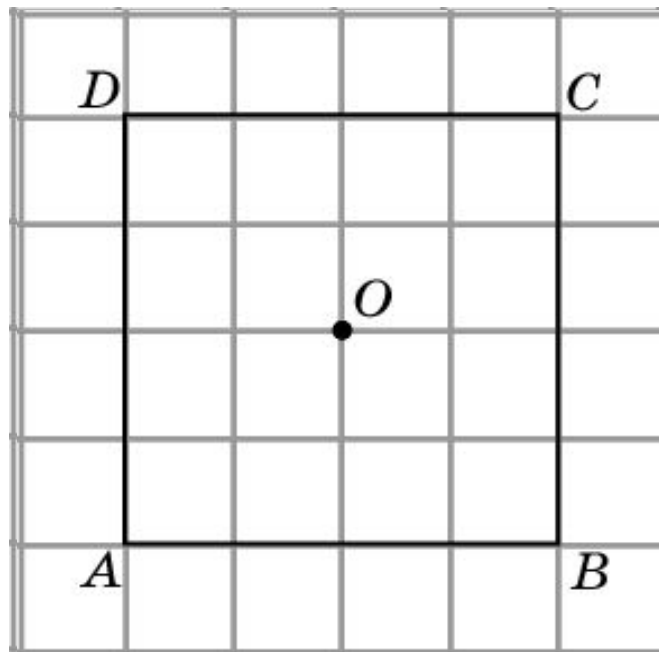
Вопрос 8

Какой вид имеет треугольник, если: а) центры вписанной и описанной около треугольника окружностей совпадают; б) центр вписанной в него окружности принадлежит одной из его высот?

Ответ: а) Равносторонний;
б) равнобедренный.

Упражнение 1

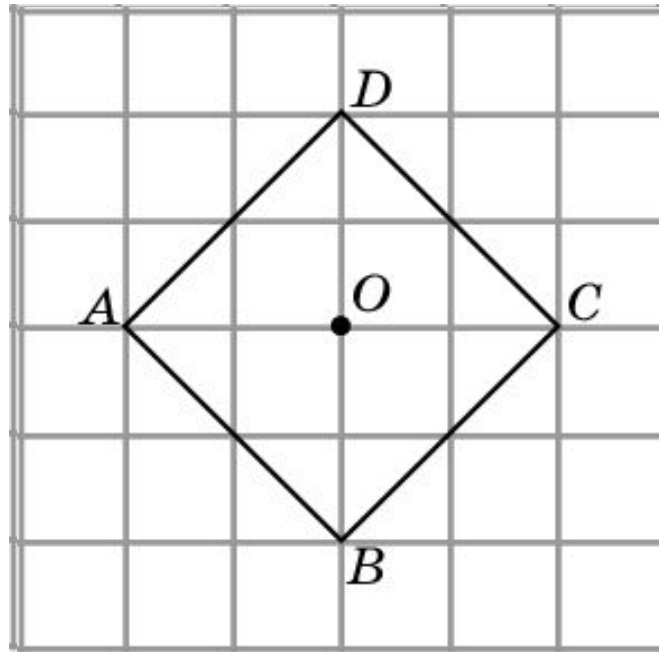
Укажите центр окружности, вписанной в квадрат $ABCD$.



Ответ:

Упражнение 2

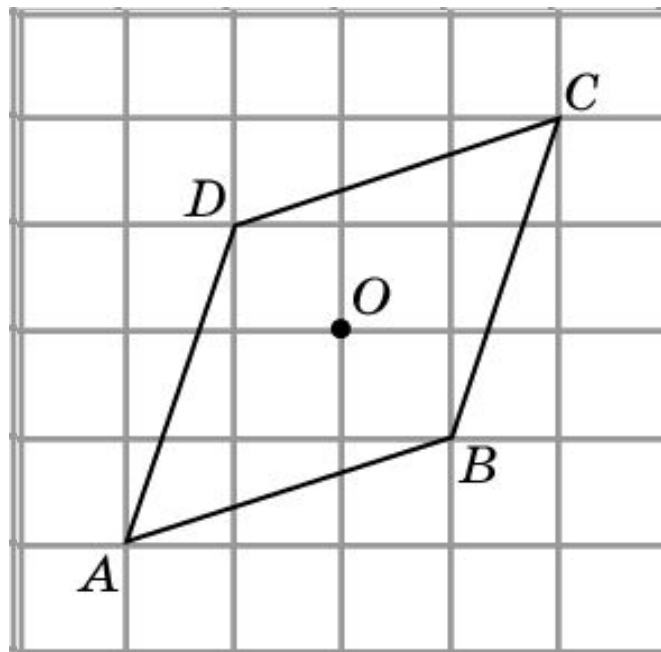
Укажите центр окружности, вписанной в квадрат $ABCD$.



Ответ:

Упражнение 3

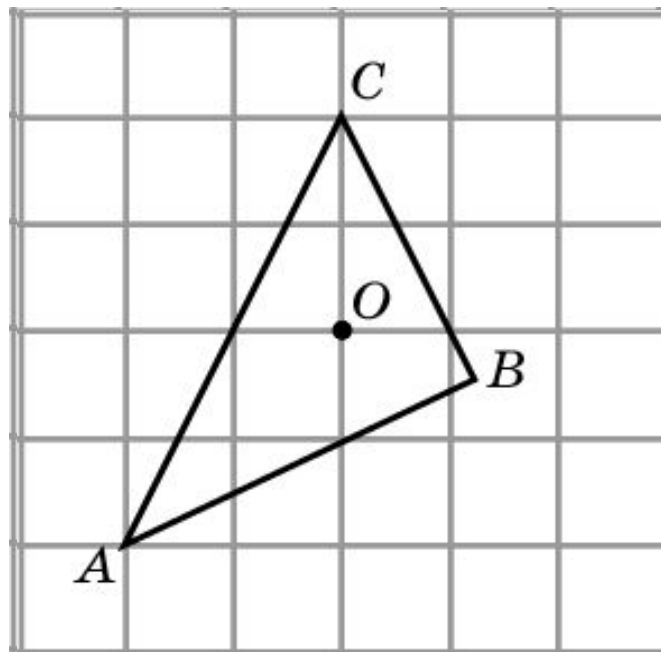
Укажите центр окружности, вписанной в ромб $ABCD$.



Ответ:

Упражнение 4

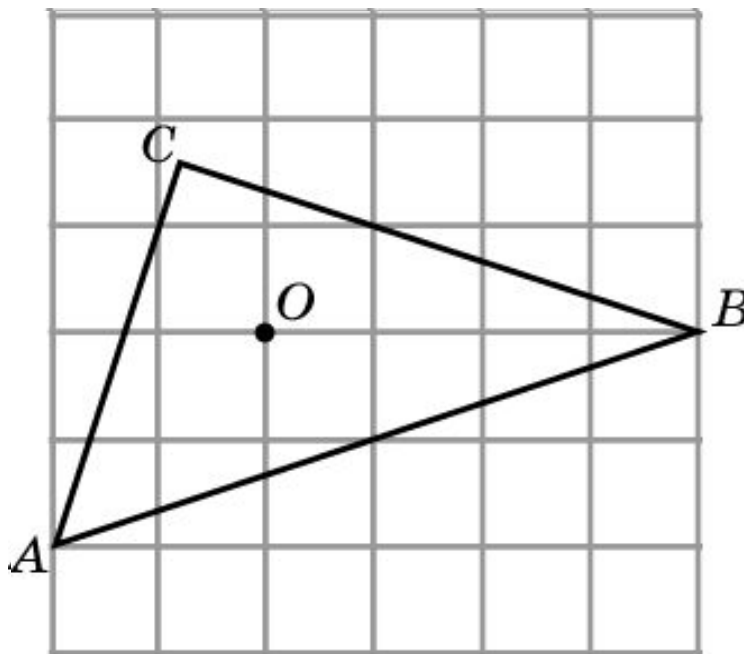
Укажите центр окружности, вписанной в треугольник ABC .



Ответ:

Упражнение 5

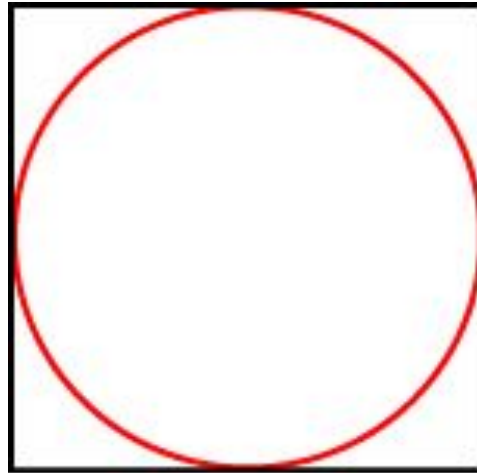
Укажите центр окружности, вписанной в треугольник ABC .



Ответ:

Упражнение 6

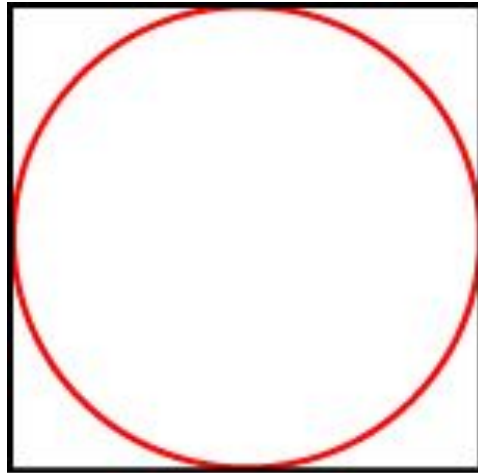
Найдите радиус окружности, вписанной в квадрат со стороной 4.



Ответ: 2.

Упражнение 7

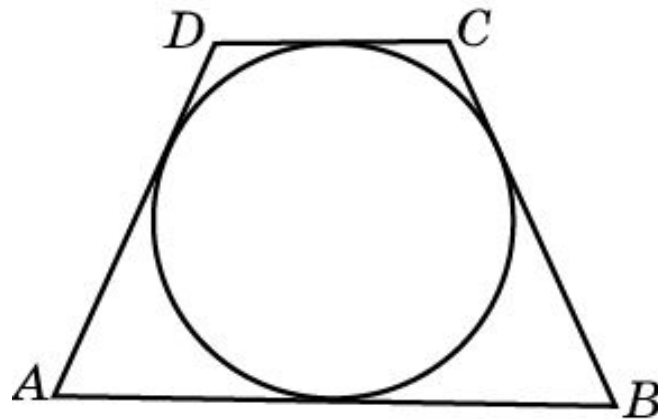
Найдите сторону квадрата, описанного около окружности радиуса 3.



Ответ: 6.

Упражнение 8

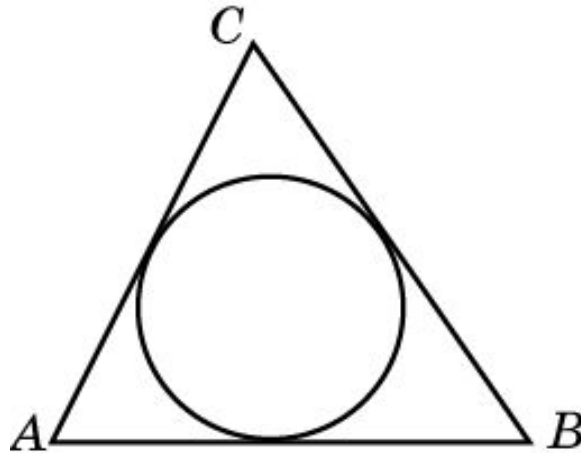
Найдите высоту трапеции, в которую вписана окружность радиуса 5.



Ответ: 10.

Упражнение 9

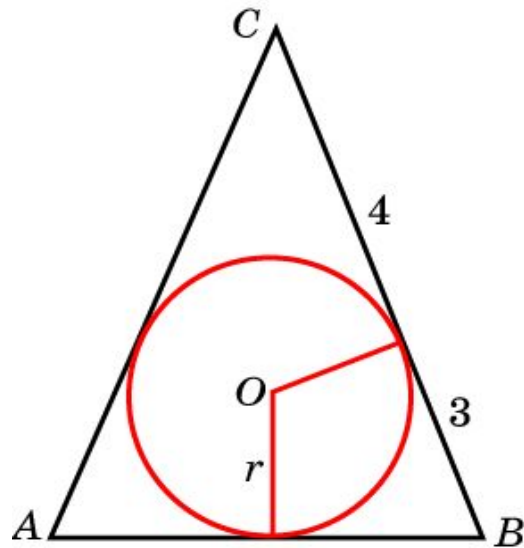
Окружность, вписанная в треугольник ABC , делит сторону AB в точке касания D на два отрезка $AD = 5$ см и $DB = 6$ см. Найдите периметр треугольника ABC , если известно, что $BC = 10$ см.



Ответ: 30 см.

Упражнение 10

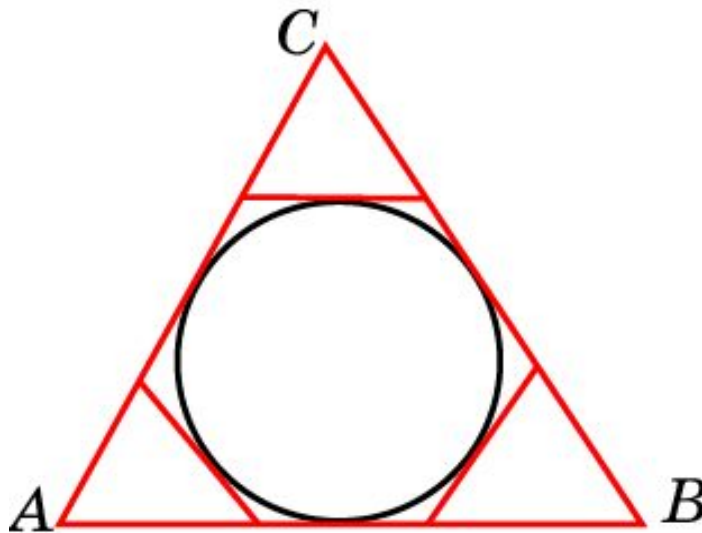
Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник, делит в точке касания одну из боковых сторон на два отрезка, которые равны 4 см и 3 см, считая от вершины. Найдите периметр треугольника.



Ответ: 20 см.

Упражнение 11

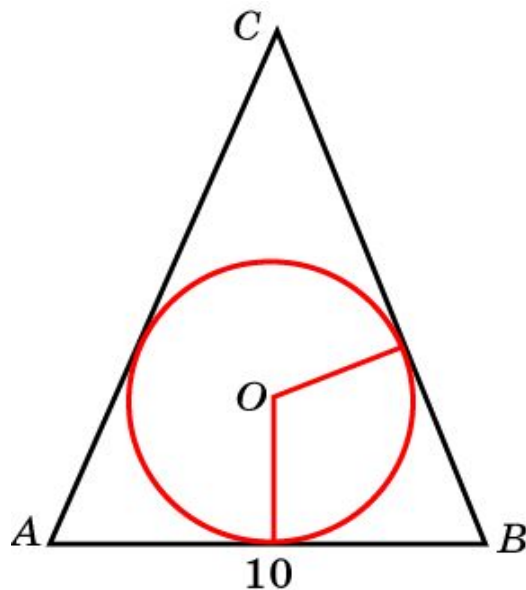
К окружности, вписанной в треугольник ABC , проведены три касательные. Периметры отсеченных треугольников равны p_1 , p_2 , p_3 . Найдите периметр данного треугольника.



Ответ: $p_1 + p_2 + p_3$.

Упражнение 12

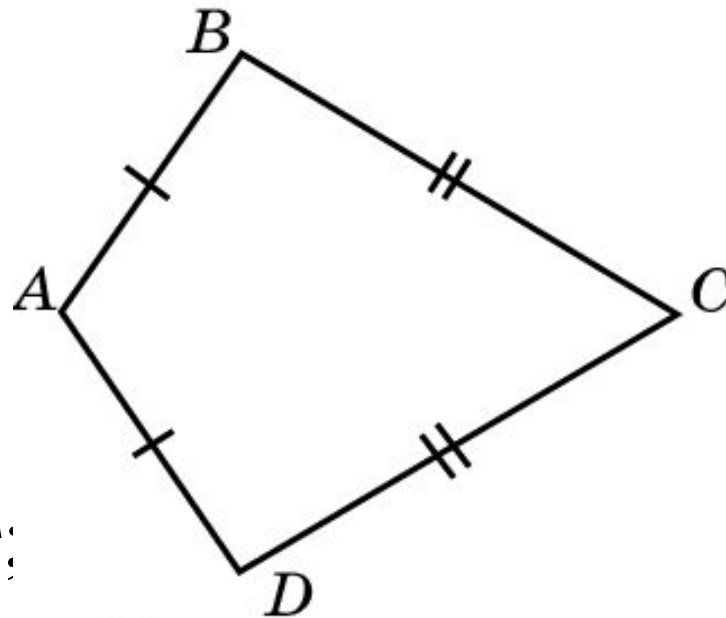
В равнобедренном треугольнике боковые стороны делятся точками касания вписанной в треугольник окружности в отношении $7:5$, считая от вершины, противоположной основанию. Найдите периметр треугольника, если его основание равно 10 см.



Ответ: 34 см.

Упражнение 13

Всегда ли можно ли вписать окружность в: а) прямоугольник; б) параллелограмм; в) ромб; г) квадрат; д) дельтоид ?



Дельтоид

Ответ: а) Нет;
б) нет;
в) да;
г) да;
д) да.

Упражнение 14

Два равнобедренных треугольника имеют общее основание и расположены по разные стороны от него. Можно ли в образованный ими выпуклый четырехугольник вписать окружность?

Ответ: Да.

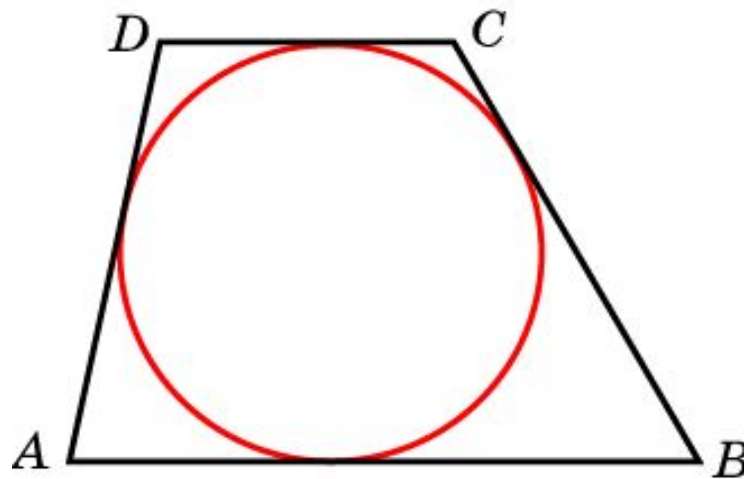
Упражнение 15

Какой вид имеет четырехугольник, если центр вписанной в него окружности совпадает с точкой пересечения диагоналей?

Ответ: Ромб.

Упражнение 16

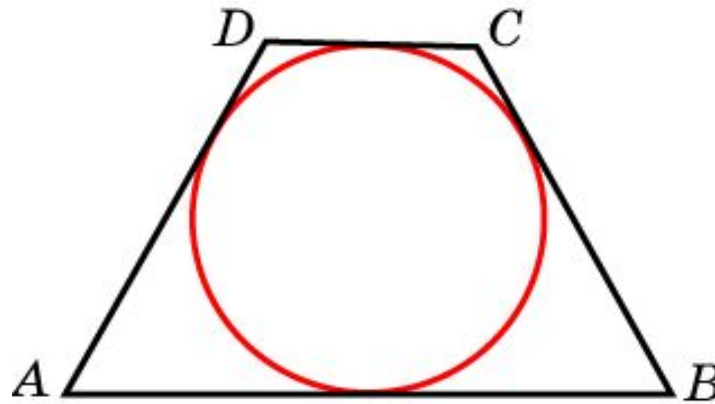
Около окружности описана трапеция, периметр которой равен 18 см. Найдите ее среднюю линию.



Ответ: 4,5 см.

Упражнение 17

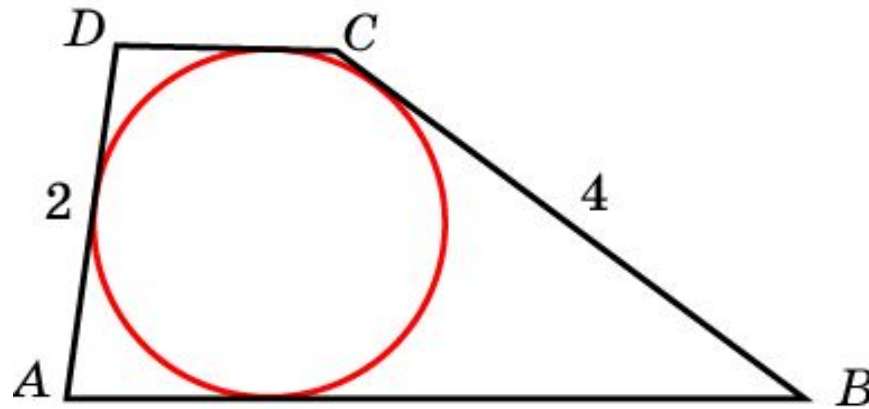
В трапецию, периметр которой равен 56 см, вписана окружность. Три последовательные стороны трапеции относятся как 2:7:12. Найдите стороны трапеции.



Ответ: 4 см, 14 см, 24 см, 14 см.

Упражнение 18

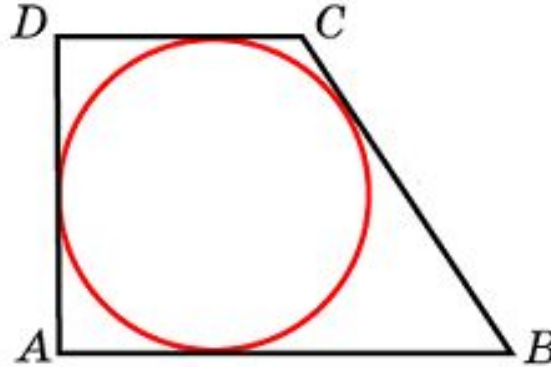
Боковые стороны трапеции, описанной около окружности, равны 2 см и 4 см. Найдите среднюю линию трапеции.



Ответ: 3 см.

Упражнение 19

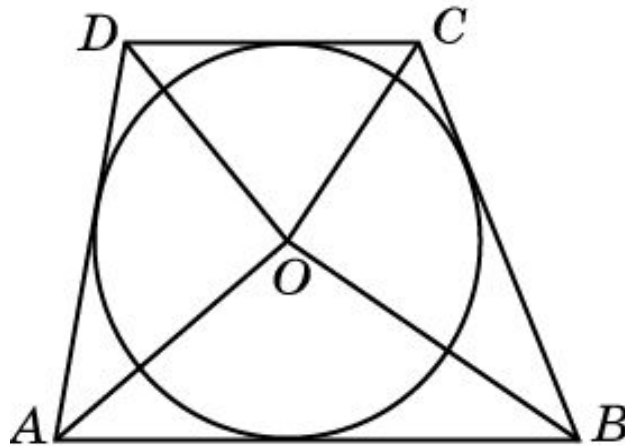
Периметр прямоугольной трапеции, описанной около окружности, равен 22, ее большая боковая сторона равна 7. Найдите радиус окружности.



Ответ: 2.

Упражнение 20

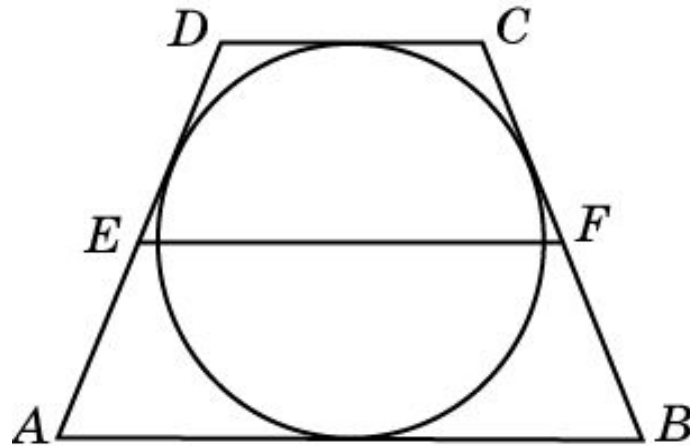
Докажите, что если в трапецию $ABCD$ ($AB \parallel CD$) вписана окружность с центром O , то углы AOD и BOC равны 90° .



Доказательство. Лучи AO и DO являются биссектрисами внутренних односторонних углов при параллельных прямых AB и CD . Следовательно, угол AOD равен 90° . Аналогично, угол BOC равен 90° .

Упражнение 21

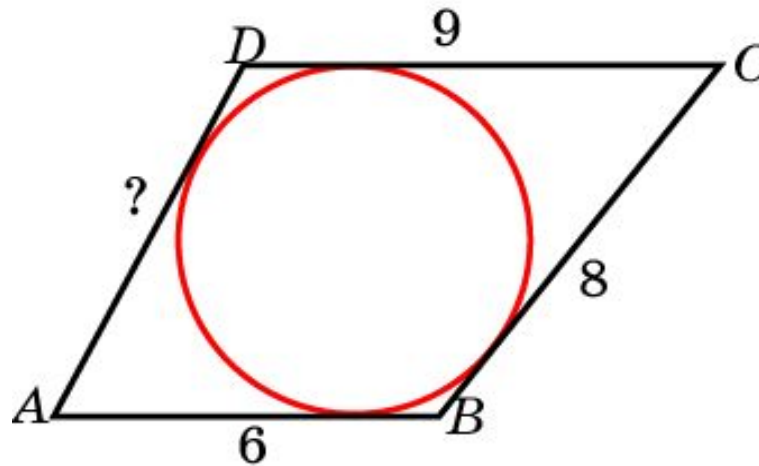
Докажите, что если в равнобедренную трапецию $ABCD$ ($AB \parallel CD$) вписана окружность, ее боковые стороны AD и BC равны средней линии EF .



Доказательство. Сумма боковых сторон трапеции равна сумме оснований. Следовательно, боковая сторона равна полусумме оснований, т.е. равна средней линии.

Упражнение 22

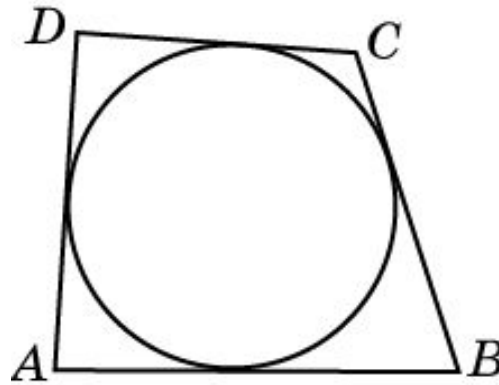
Три последовательные стороны четырехугольника, в который можно вписать окружность, равны 6 см, 8 см и 9 см. Найдите четвертую сторону и периметр этого четырехугольника.



Ответ: 7 см, 30 см.

Упражнение 23

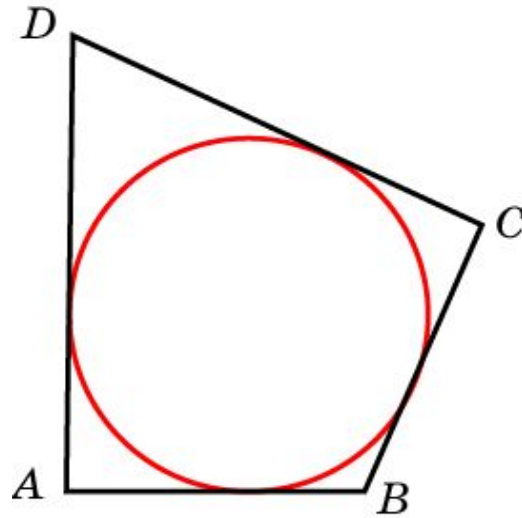
Противоположные стороны четырехугольника, описанного около окружности, равны 7 см и 10 см. Можно ли по этим данным найти периметр четырехугольника?



Ответ: Да, 34 см.

Упражнение 24

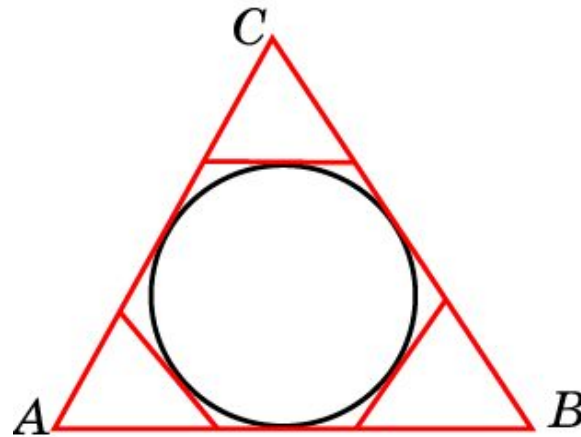
Периметр четырехугольника, описанного около окружности, равен 24, две его стороны равны 5 и 6. Найдите большую из оставшихся сторон.



Ответ: 7.

Упражнение 25

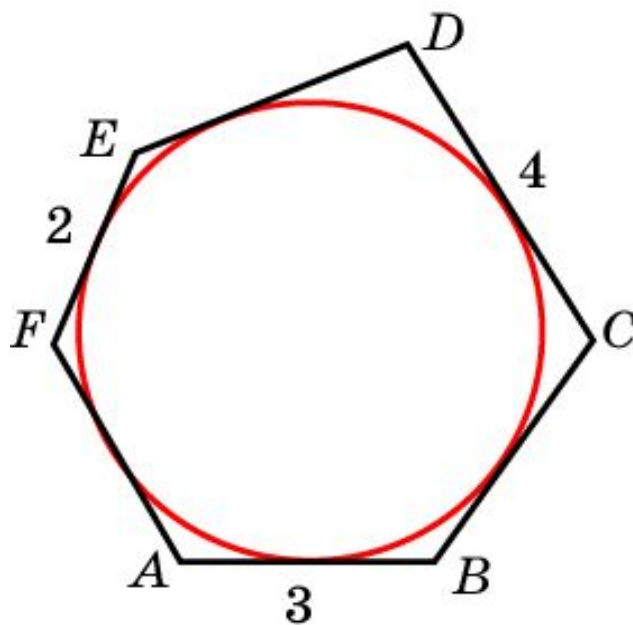
К окружности, вписанной в треугольник ABC , проведены три касательные. Периметры отсеченных треугольничков равны 6, 8, 10. Найдите периметр данного треугольника.



Ответ: 24.

Упражнение 26

В шестиугольнике $ABCDEF$, описанном около окружности $AB = 3$, $CD = 4$, $EF = 2$. Найдите периметр этого шестиугольника.



Ответ: 18.