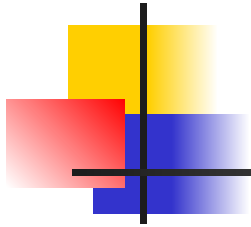


Определение двугранных углов.

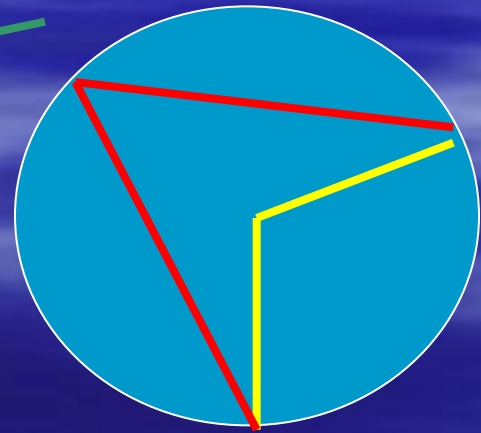
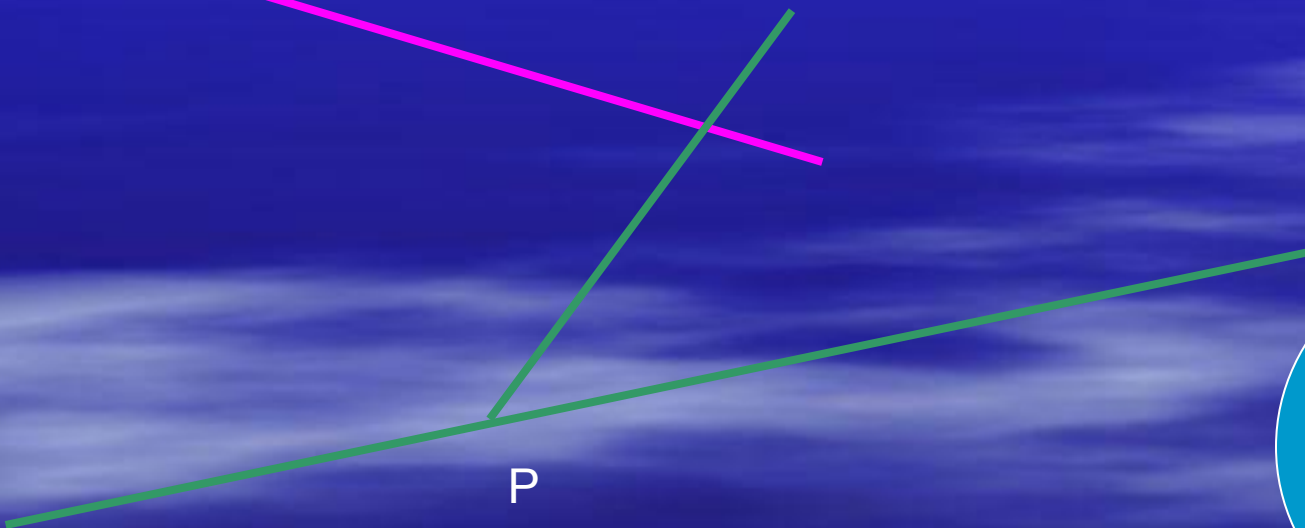
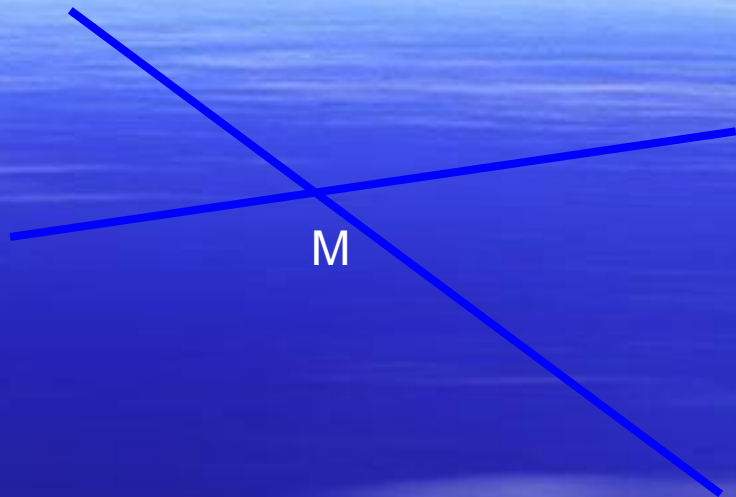
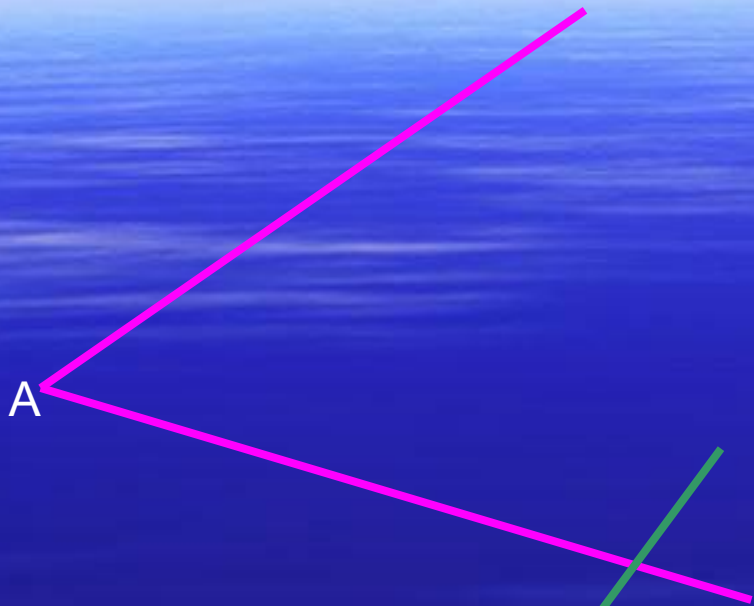


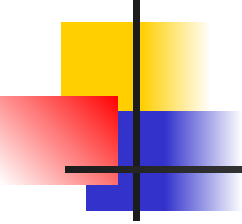
Цели урока:

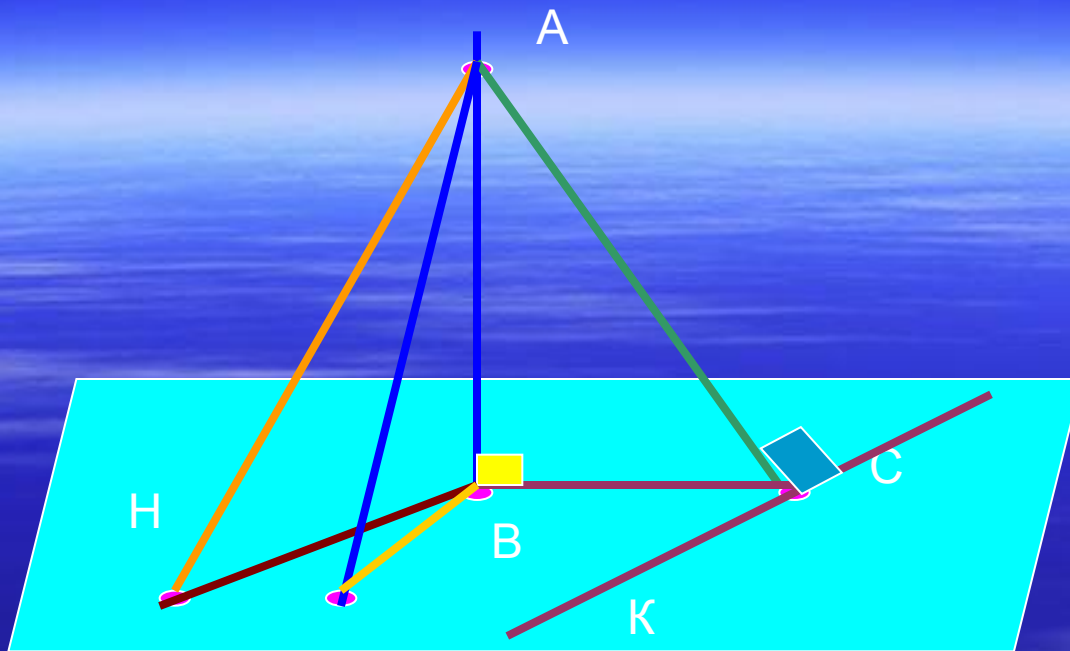
- 1. Расширить понятие : «Угол»**
- 2. Вывести определение двугранных углов.**
- 3. Научиться измерять двугранные углы**
- 4. Научиться применять свойства двугранных углов при решении задач.**



- Углы выводим постепенно, по команде мышки, поэтому повторяем определение и свойства
- Линейный угол (острый, прямой, тупой)
 - Вертикальные углы
 - Смежные углы
 - Центральный угол
 - Вписанный угол.



- 
-
- Перпендикуляр , наклонная и проекция.
 - Теорема трёх перпендикуляров.
 - Свойства наклонных и проекций.
- Повторить данные вопросы в задачах.*

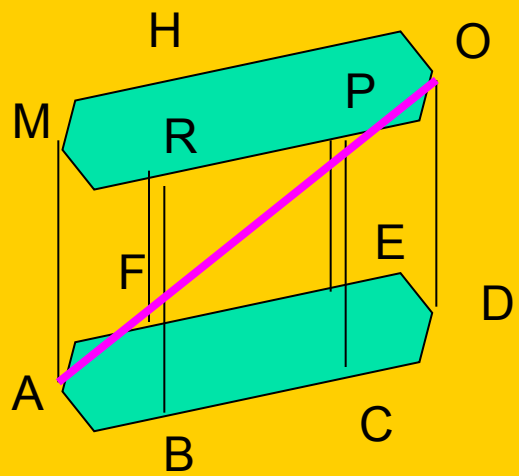
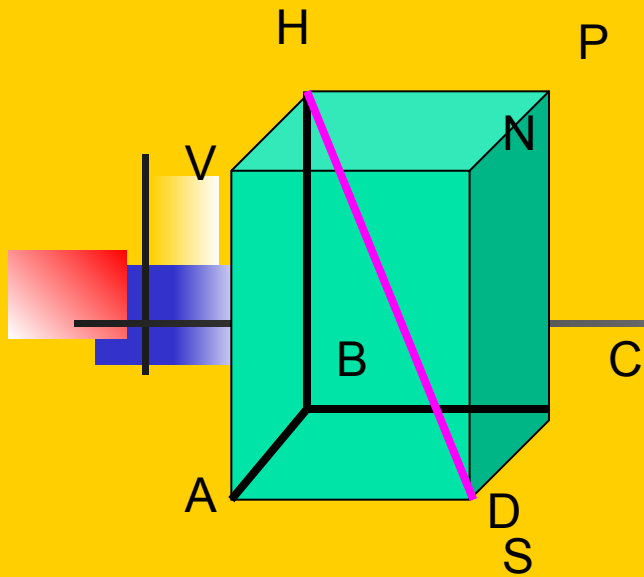


Перпендикуляр, наклонная и проекция связаны теоремой Пифагора

Теорема трёх перпендикуляров для прямой KC.
 Плоскость ABC \perp KC

Равные наклонные имеют

Большая наклонная.....

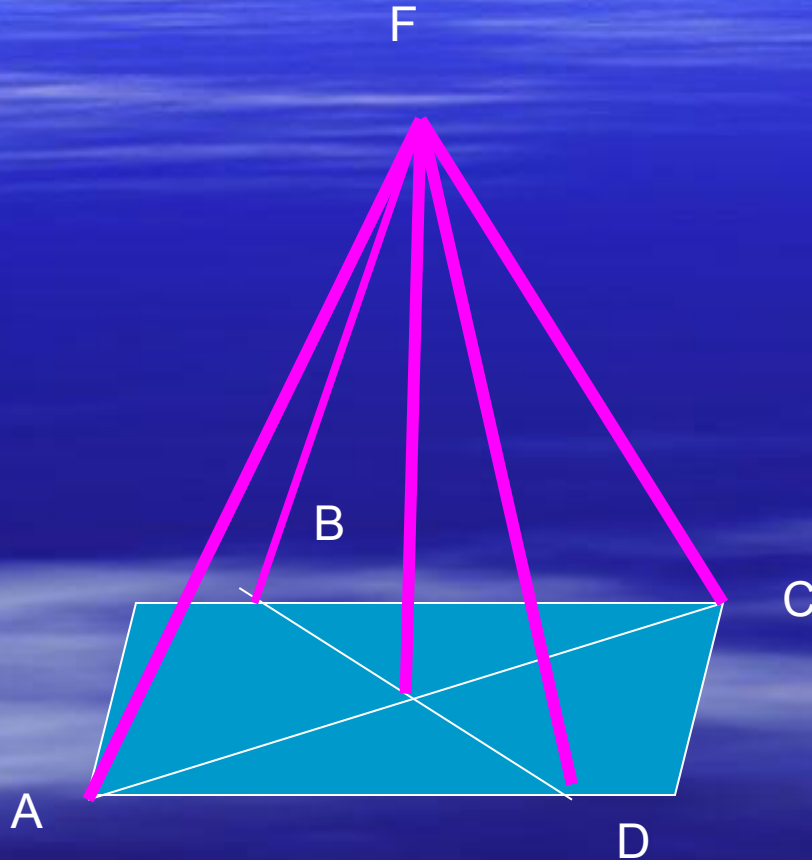


■ Найдите угол между прямой HD (AO) и плоскостью основания и боковой гранью

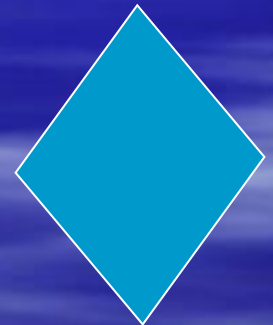
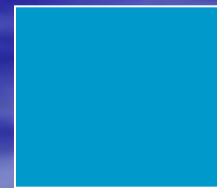
ABCD –квадрат, ромб.

$$FO \perp AC$$

$$FO \perp BD$$



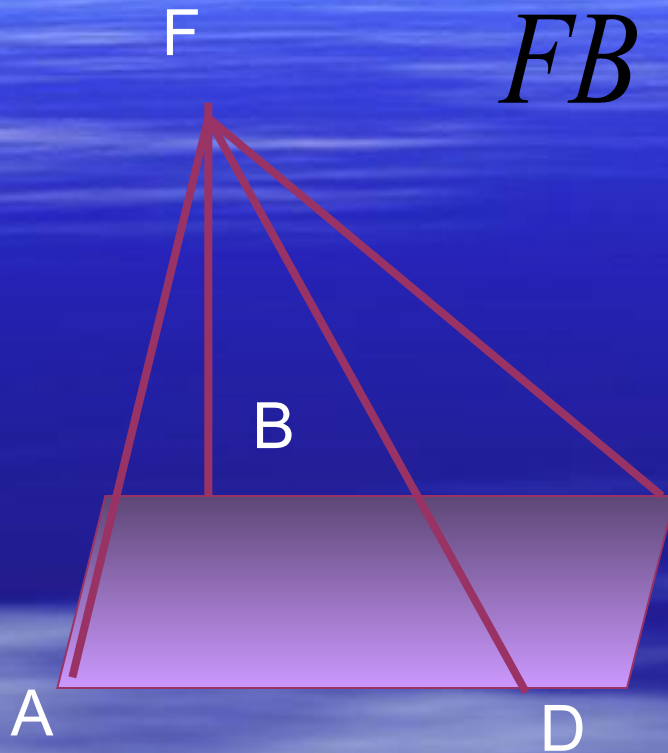
Провести
перпендикуляр к
DC и AD из точки F



Как связаны между собой перпендикуляр, наклонная и проекция наклонной?

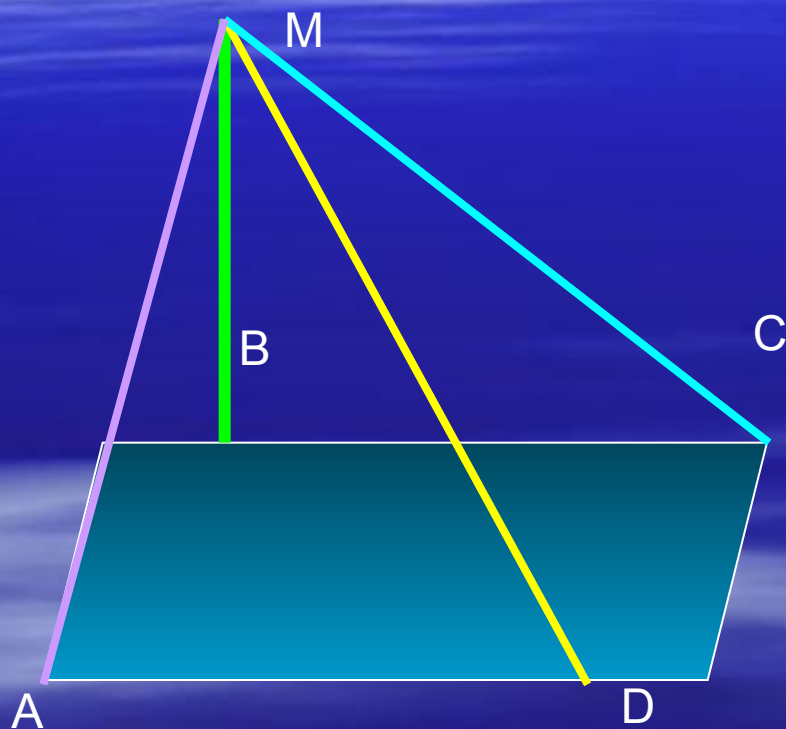
ABCD – прямоугольник

$$FB \perp AB \quad FB \perp BC$$



с Где можно увидеть теорему трёх перпендикуляров ?

Задача.



- Через вершину B квадрата $ABCD$ проведён перпендикуляр BM . Известно, что $MA=4\text{ см}$ $MD=5\text{ см}$, Найти расстояние от M до плоскости;
- Расстояние между MB и DC .



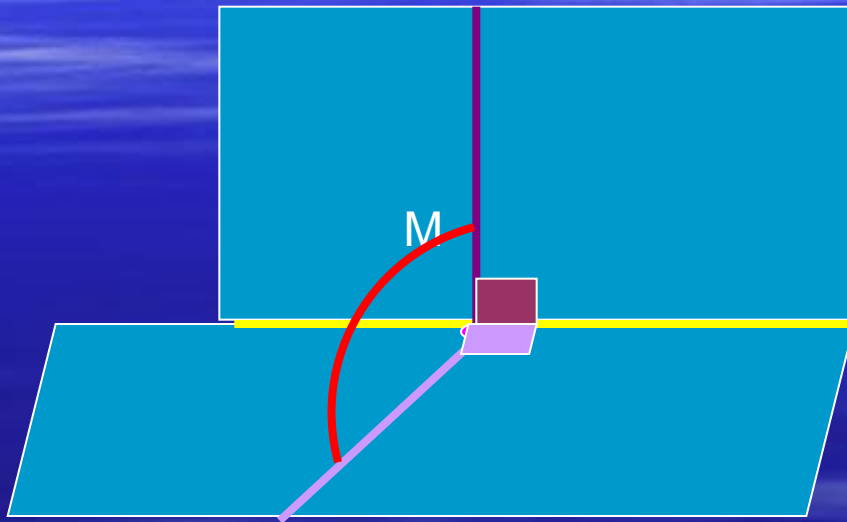
Основная часть урока.

1) Задания практические:

- Все взяли файловый лист, согнули на две неравные части , сделали вывод-две пересекающиеся полуплоскости с общей прямой называют двугранным углом.
- Как его измерить?
- Проведём общую прямую, вспомним аксиому плоскостей,
- Отметим на ребре точку.
- Проведём перпендикуляры к ребру из данной точки в каждой грани.
- Снова сгибаем по ребру и делаем вывод, что углы разные,
- значит их нужно отличать , как?
- Берём ножницы и делаем срез-щелку по перпендикулярам,
- вставляем лист в щелку и видим линейный угол.
- Просматриваем слайды , дающие ответы на полученные предложения.
- Даём определение измерения двугранных углов.
- Показываем двуг-е углы на моделях пирамид, призм и на таблицах.

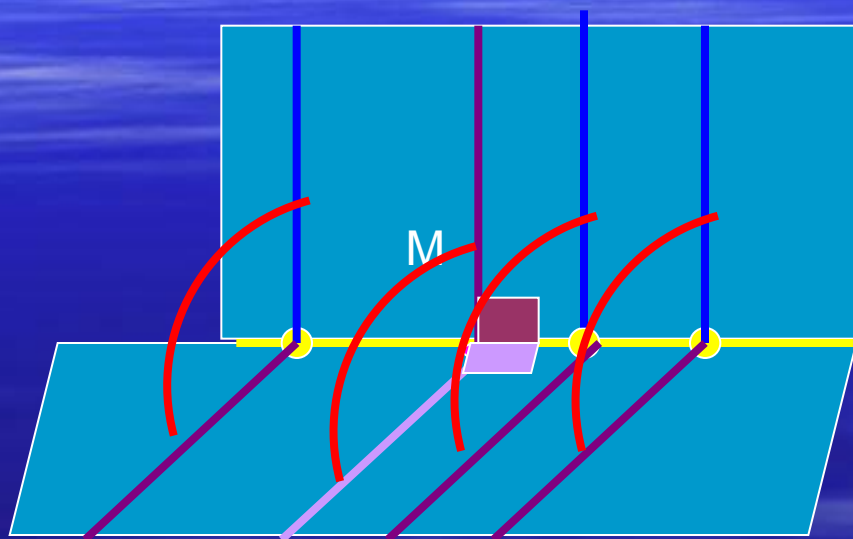
Двугранные углы

Известно, что мерой двугранного угла называют меру его линейного угла.

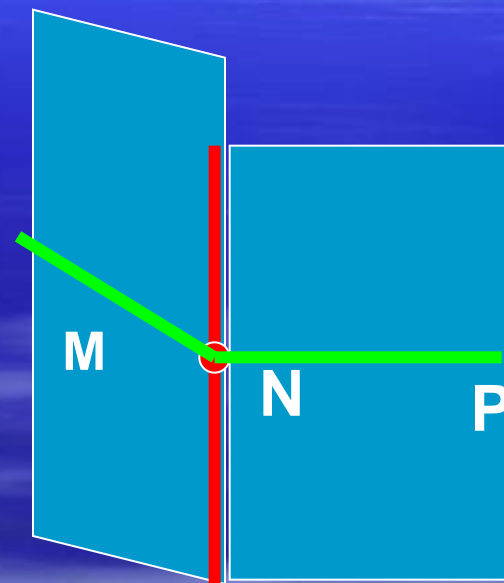
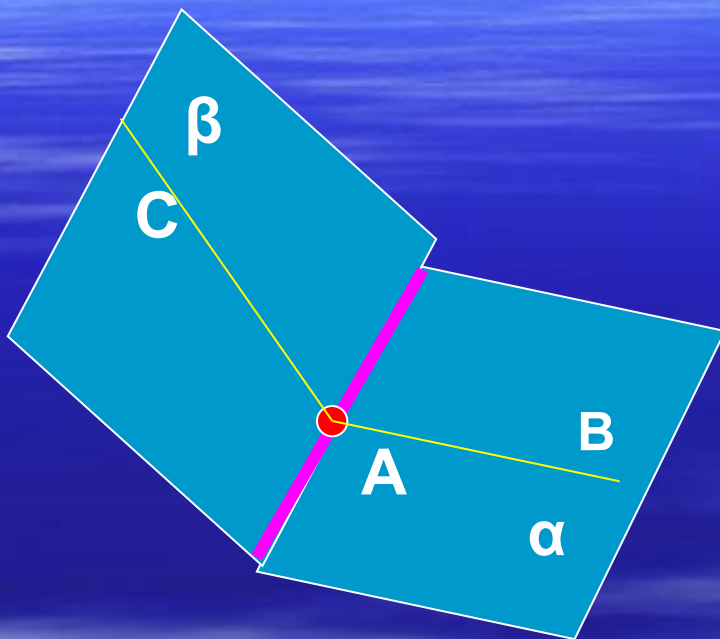


Если на ребре двугранного угла отметить какую-нибудь точку в каждой грани из этой точки провести лучи перпендикулярно ребру, то получим линейный угол.

Точка на ребре может быть произвольная...



Определение:



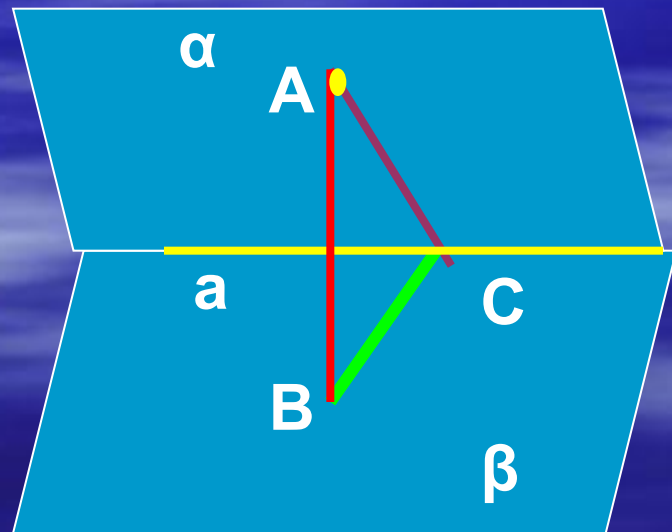
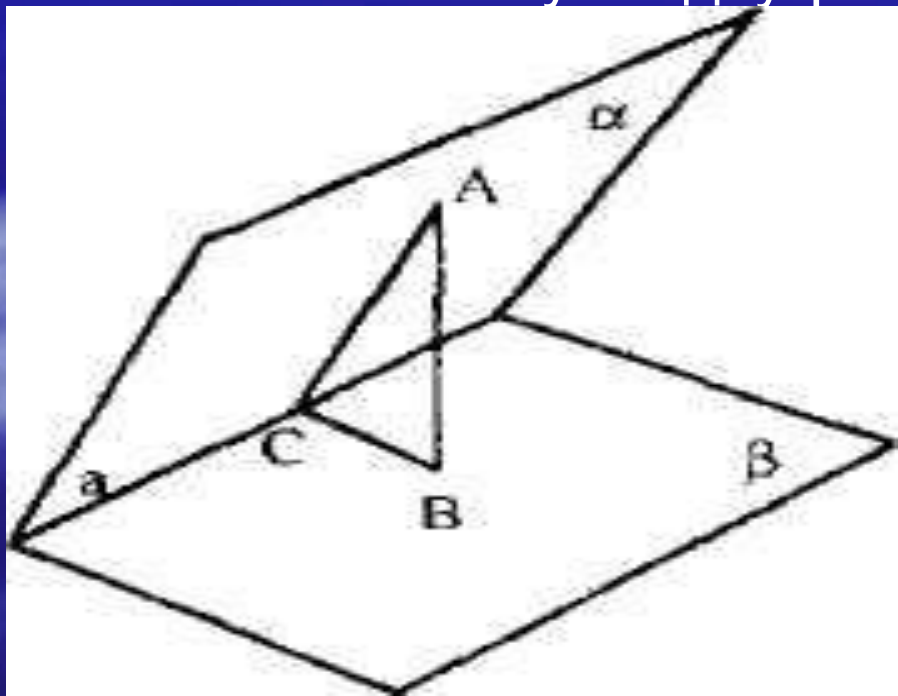
• Построение линейного угла двугранного угла иногда удобно выполнять так:

• из какой-либо точки A грани α опустим на ребро a $AC \perp a$, перпендикуляр на другую грань $AB \perp \beta$

• CB будет проекцией AC на плоскость β .

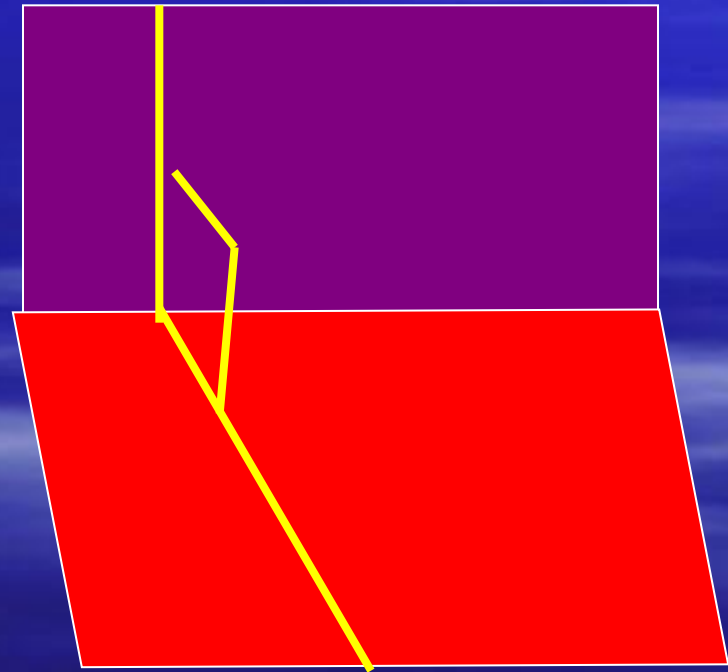
• Так как $AC \perp a$, то $BC \perp a$ по обратной теореме о 3х перпендикулярах.

ACB - линейный угол двугранного угла с ребром a .



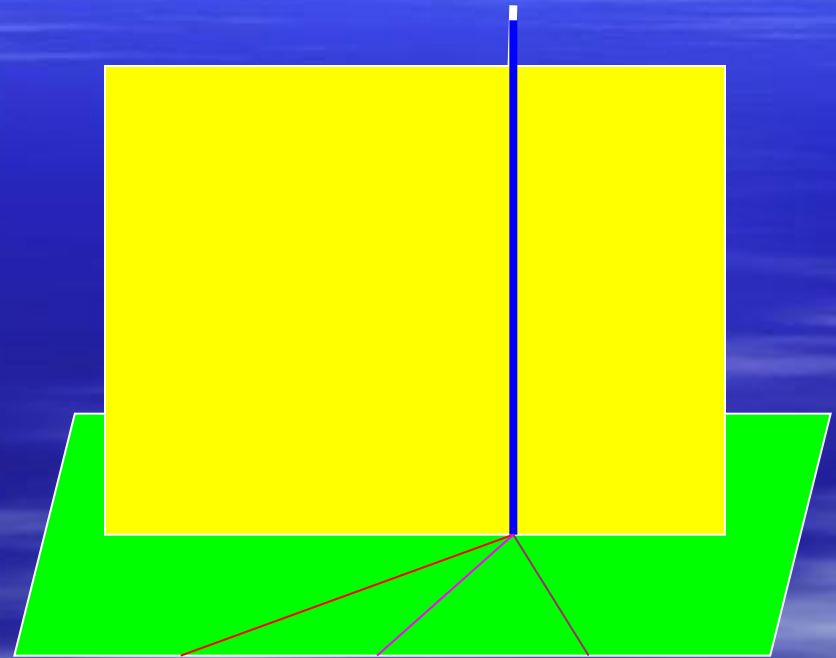
Перпендикулярные плоскости.

Две пересекающиеся плоскости называются перпендикулярными, если угол между ними 90° .



Свойства:

Если плоскость проходит через прямую, перпендикулярную другой плоскости, то такие плоскости перпендикулярны.



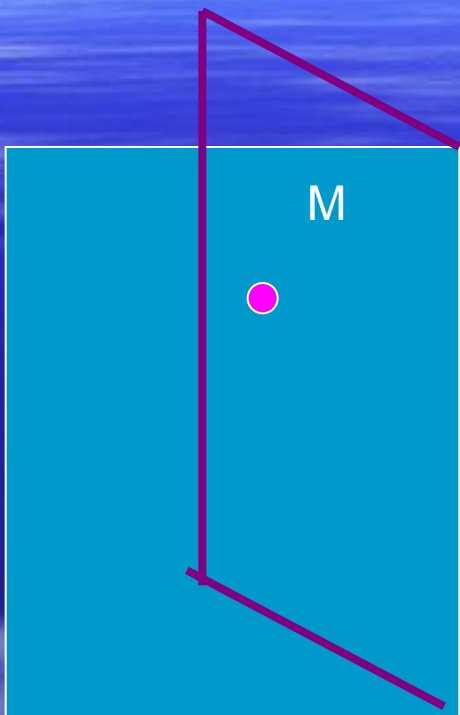
Решение задач:



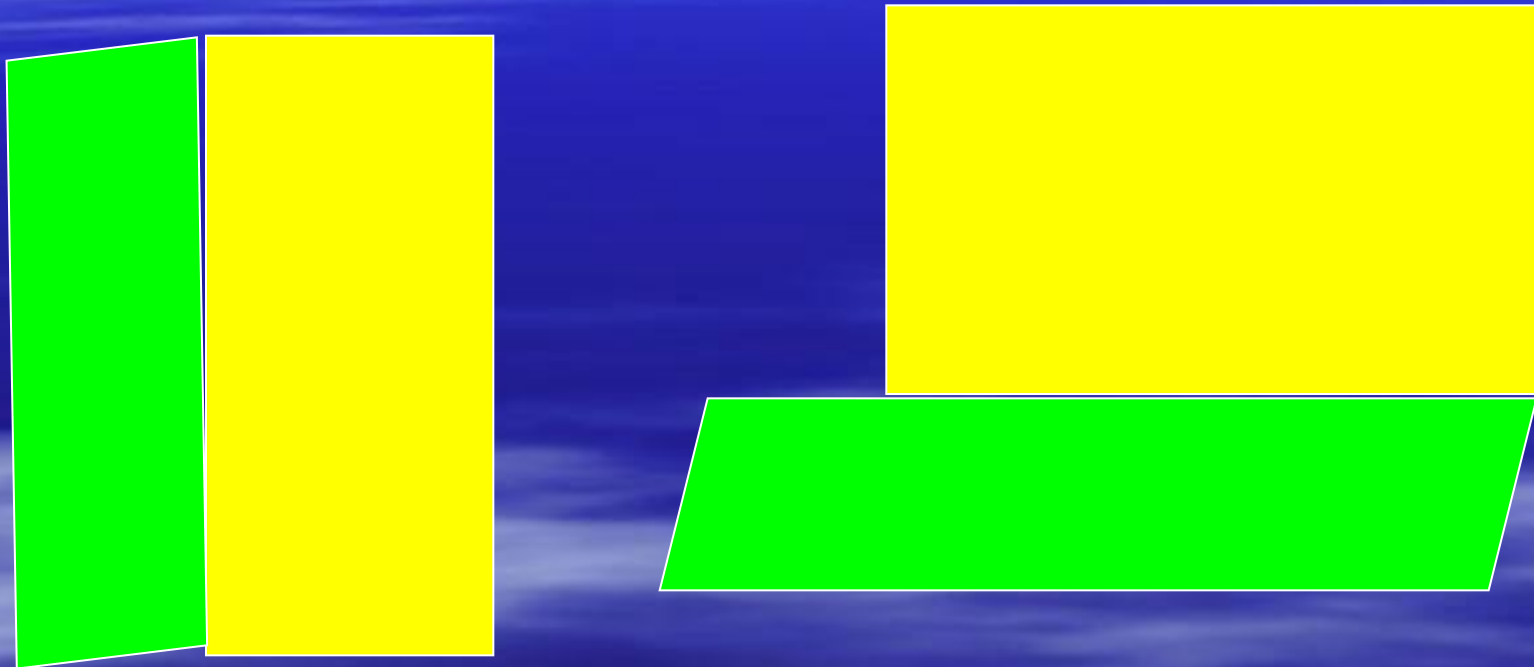
Замечания к решению задач.

- Можно решать на компьютерах, используя «Автофигуры»
- Можно решать на «интердоске».
- Можно проецировать прямо на обычную доску или белую.
- Выводим на экран условия задачи и дорисовываем и решаем прямо на кадре.
- Каждый ученик может сохранить решение задачи, а учитель затем оценит.
- Можно вывести на общий экран решения учеников и рассмотреть разные способы.

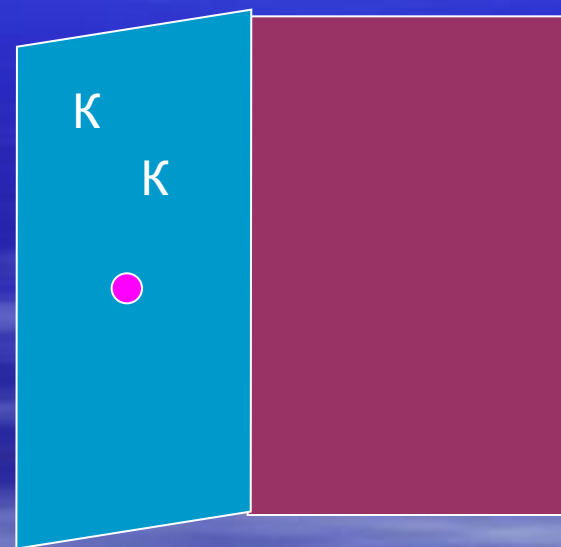
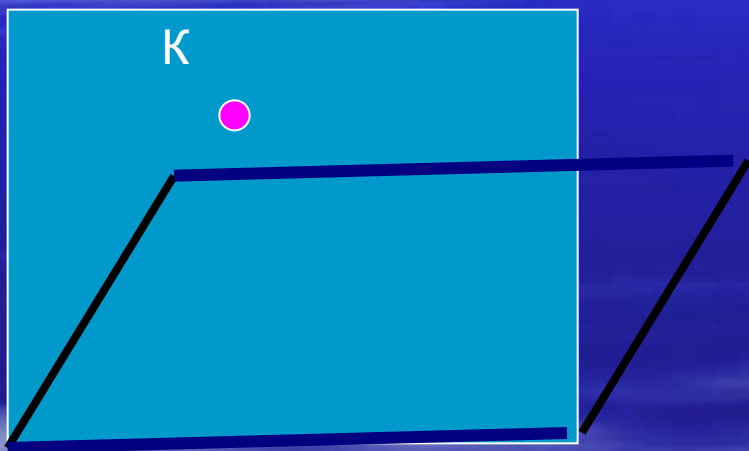
В одной из граней двугранного угла, равного 30° , расположена точка M . Расстояние от точки до ребра двугранного угла равно 18 см. Вычислите расстояние от проекции точки M на вторую грань до ребра двугранного угла.



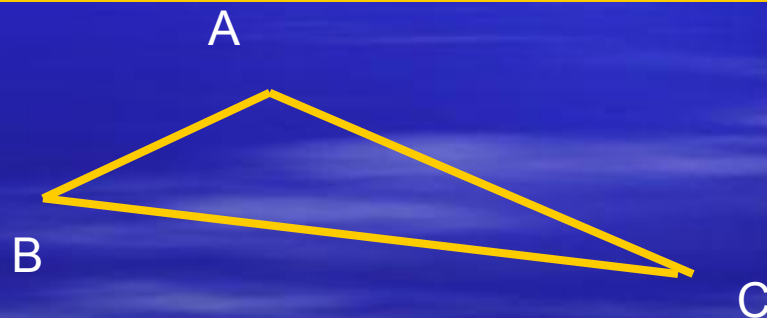
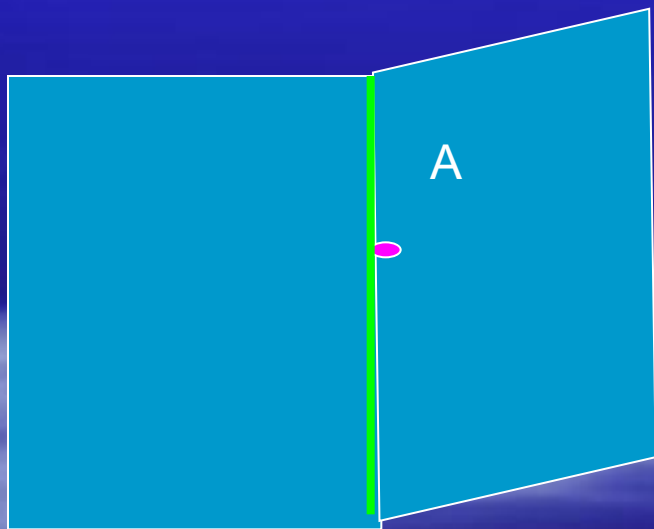
Отрезки AC и BC , лежащие в гранях прямого двугранного угла, перпендикулярны к его ребру. Вычислите расстояние между точками A и B , если $AC=10\text{см}$, $BC=24\text{см}$.



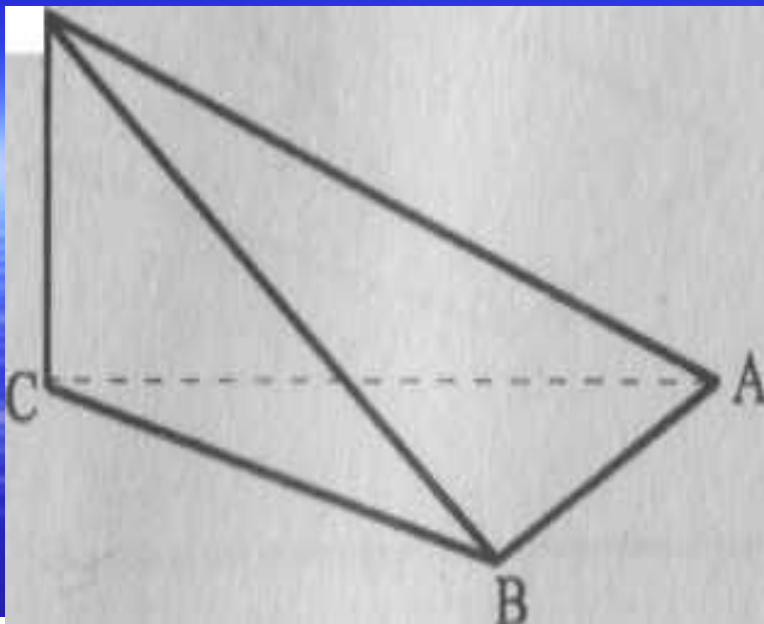
Точка К, в грани двугранного угла, удалена от другой грани на 12 см, а от ребра на $8\sqrt{3}$
Вычислить величину двугранного угла.



На ребре двугранного угла, равного 120° расположена точка A . В его гранях проведены перпендикуляры к ребру AB и AC , равные соответственно 10 см, и 8 см.
Вычислите расстояние между точками B и C .



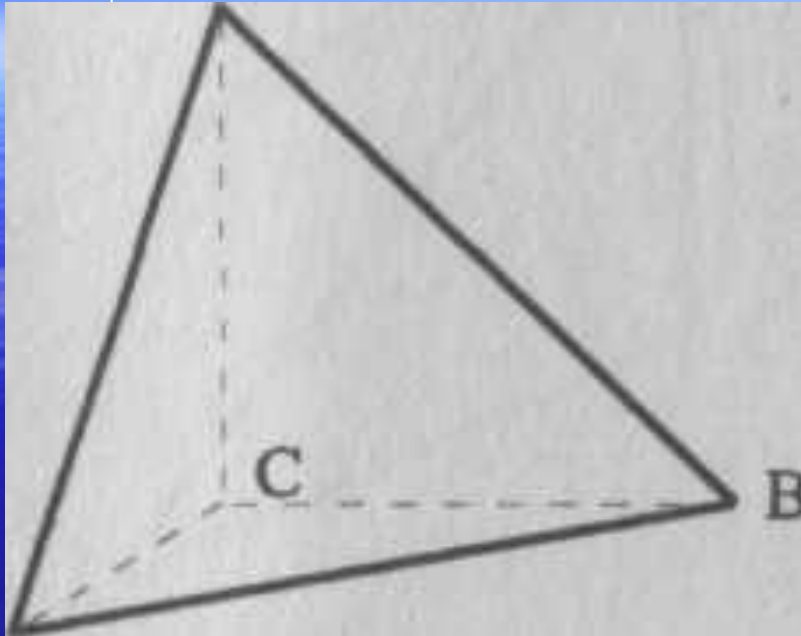
D



▲ABC, $CD \perp ABC$

- Найдите расстояние от точки D до прямой AB, если $AC = CB = 10, AB = 16, CD = 6$. Изобразите перпендикуляр из точки D к прямой AB.
- Найдите величину двугранного угла при ребре AB.

D



A

▲ ABC ,
 $CD \perp ABC$).

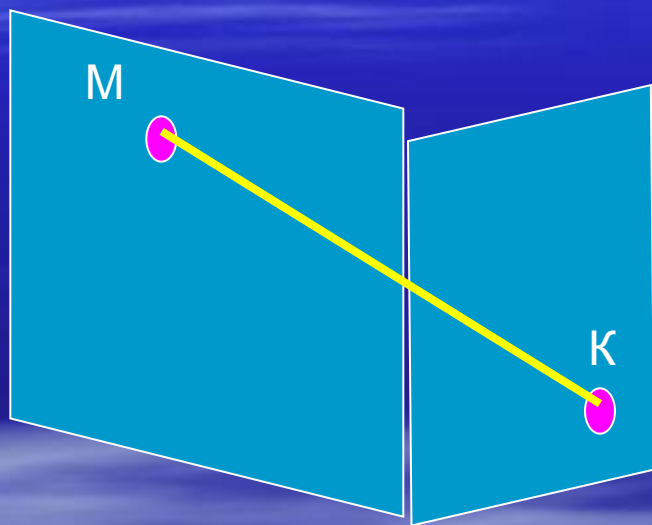
Найдите расстояние
от точки D

до прямой AB,

(найдите величину
двугранного угла при
ребре AB)

∠ ACB прямой, $AC=15$,
 $CB=20$, $CD=35$.

Точки M и K лежат в разных гранях прямого двугранного угла. Расстояние от этих точек до ребра равны 20 см и 21 см . Вычислите расстояние между отрезками MK и ребром двугранного угла.

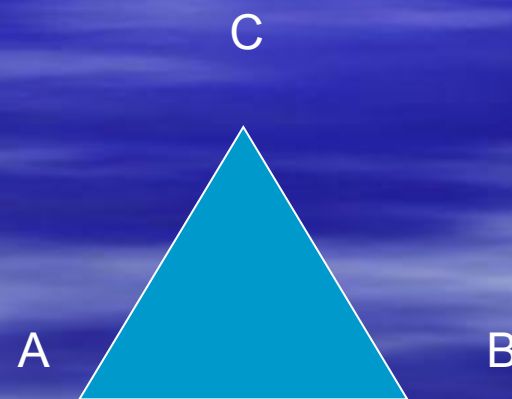
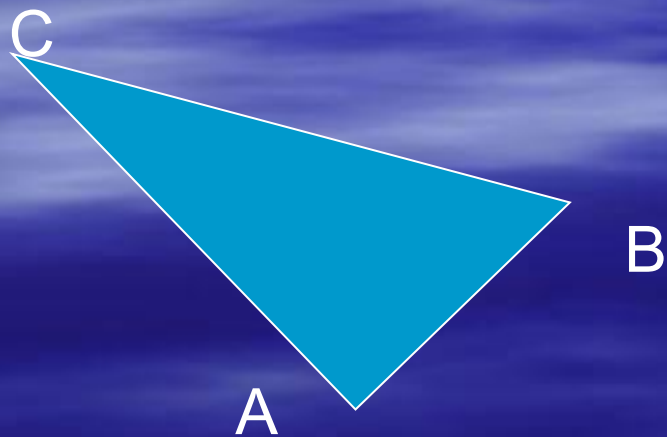


Концы отрезка лежат в гранях двугранного угла и удалены от его ребра на 6 см и $6\sqrt{2}$

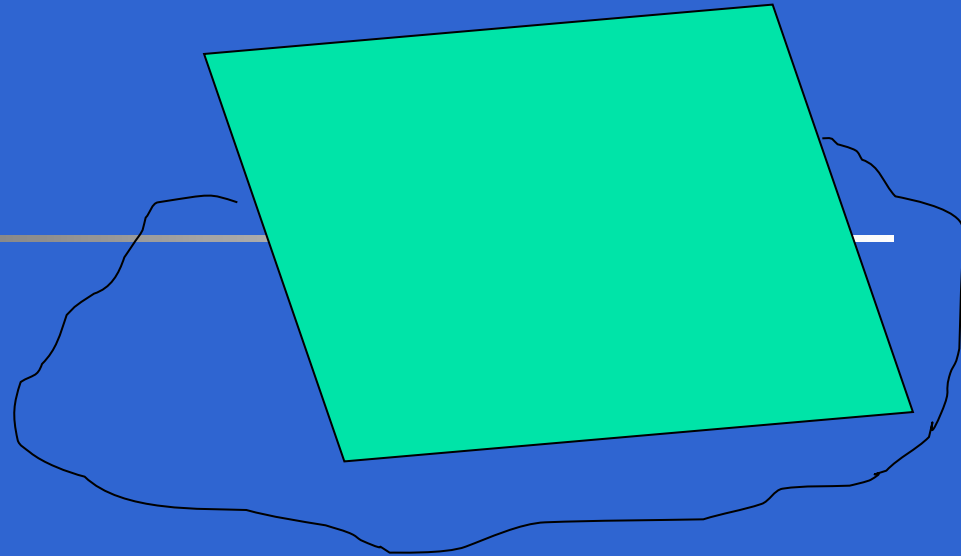
Расстояние между данным отрезком и ребром равно 3 см. Вычислите величину двугранного угла.

Точка K удалена от каждой стороны
равностороннего треугольника ABC на 8 см,
 $AB=24$ см. Вычислите величину двугранного
угла, ребром которого является прямая BC , а
грани содержат точки K и A .

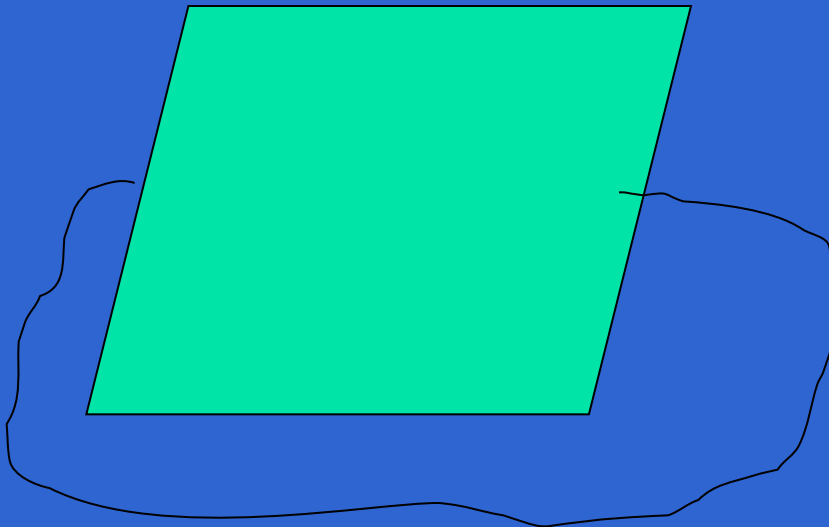
K



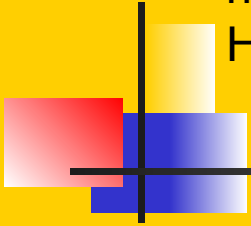
- а) Плоскость M проходит через сторону AD квадрата $ABCD$. Диагональ BD образует с плоскостью M угол 45° . Найдите угол между плоскостью квадрата и плоскостью M .



- б) Плоскость M проходит через сторону AD квадрата $ABCD$ и образует с плоскостью угол в 30° . Найдите угол, который образует с плоскостью M диагональ BD .

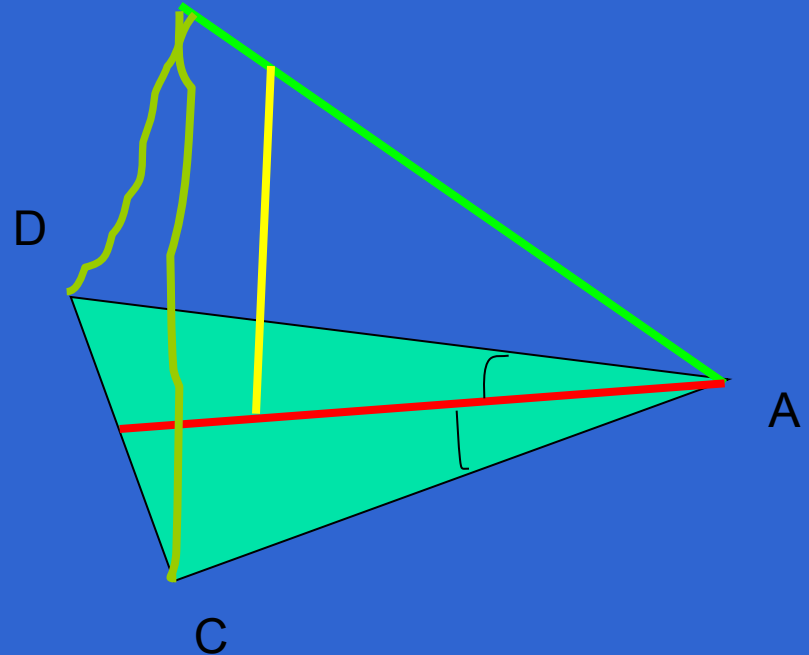


Основание пирамиды $PABCD$ - прямоугольник $ABCD$, стороны которого равны 3 и $3\sqrt{2}$. Плоскости PAB и PBC перпендикулярны плоскости ABC , а плоскость PAC наклонена к ней под углом 30° .
Найдите высоту и объём пирамиды.

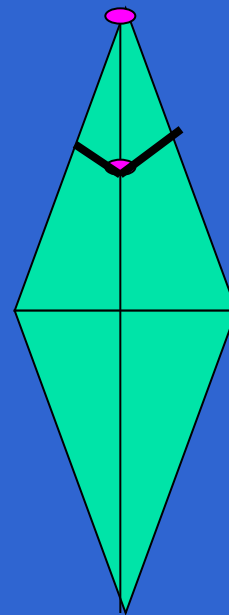
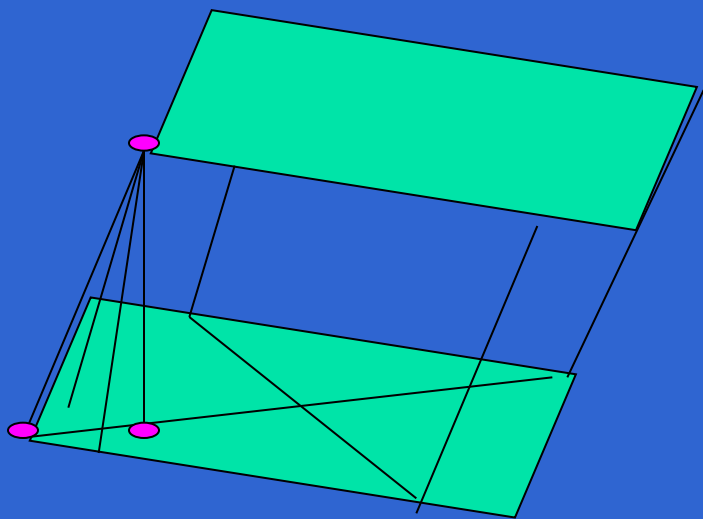


Свойство трёхгранного угла.

- Если два плоских угла равны, то их общее ребро проектируется на биссектрису третьего плоского угла.



Все грани параллелепипеда – равные ромбы, со стороной a и острым углом α . Найдите высоту параллелепипеда.



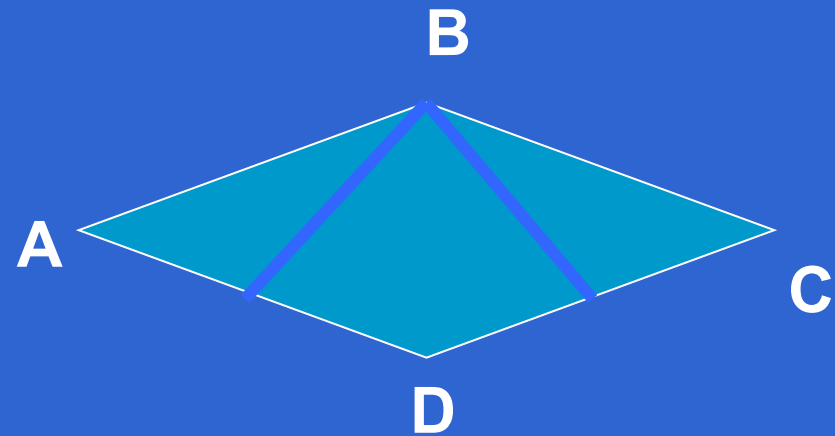
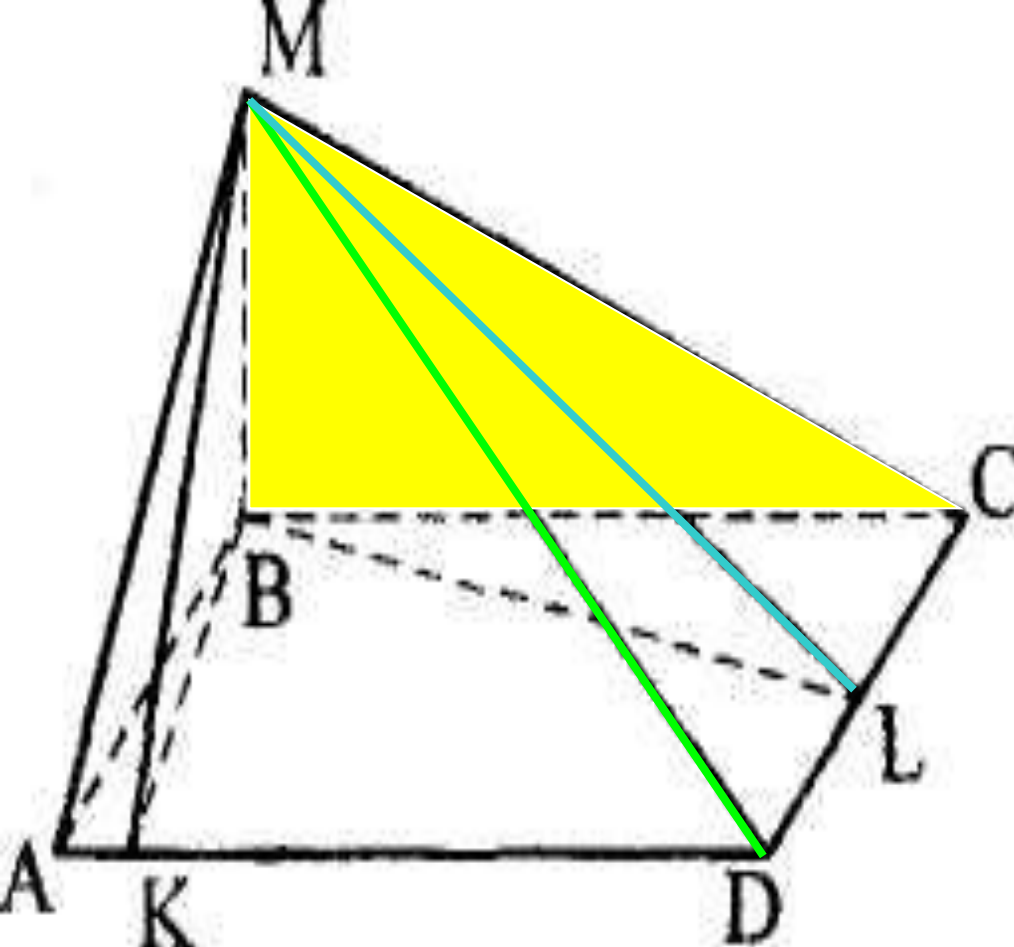


Ответ:

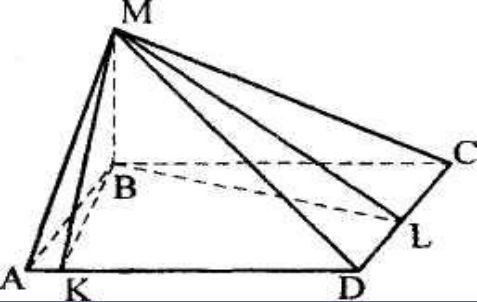
$$H = \frac{a \cdot \sqrt{\cos^2 \frac{\alpha}{2} - \cos^2 \alpha}}{\cos \frac{\alpha}{2}}$$

*Основанием пирамиды служит ромб. Две боковые грани перпендикулярны плоскости основания и двугранный угол, образуемый ими равен 120° ; две другие грани наклонены к плоскости основания под углом в 30° . Высота пирамиды h .

Найдите площадь полной поверхности пирамиды.



. $MABCD$ - данная пирамида, $ABCD$ - ромб; $(ABM) \perp (ABC)$ и $(MCB) \perp (ABC)$, значит $MB \perp ABC$.
 $MB = H$, $\angle ABC$ - линейный угол двугранного угла с ребром MB , $\angle ABC = 120^\circ$.



Построим $BK \perp AD$ и $VL \perp DC$. KB - проекция MK , VL - проекция ML ,

$MK \perp AD$, $ML \perp DC$ по теореме о трёх перпендикулярах.

$\angle MKB$ - линейный угол двугранного с ребром AD ,

а $\angle MLV$ - линейный двугранного «с ребром DC .

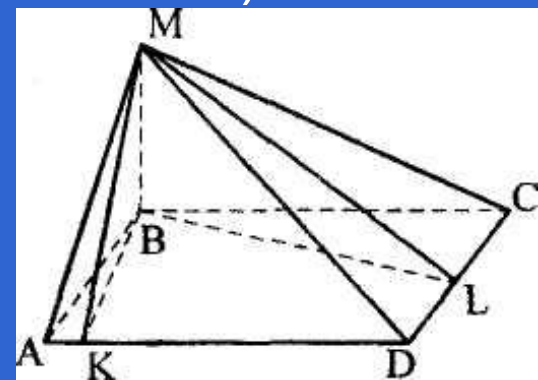
По условию $\angle MKB = \angle MLV = 30^\circ$. Найти $S_{пол}$.

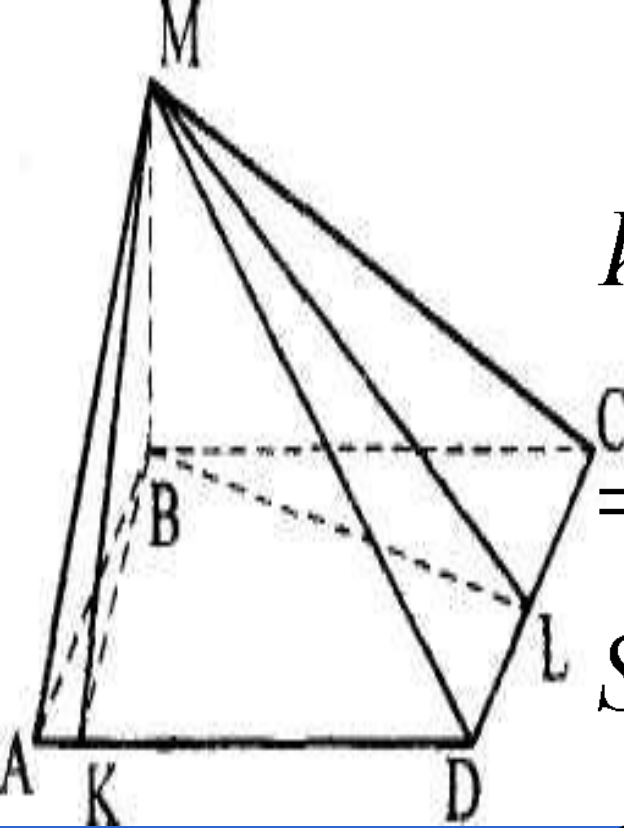
Из $MB \perp (ABC)$ имеем $MB \perp AB$ и $MB \perp BC$.

$\triangle AMB = \triangle MBC$ и $\triangle AMD = \triangle DMC$.

$S_{бок} = 2(S_{ABM} + S_{ADM}) = AB \cdot MB + AD \cdot MK = AB(MB + MK)$.

Из MBK : $MK = 2h$, $BK = h \cdot \operatorname{ctg} 30^\circ$. $BK = h\sqrt{3}$





$$\text{Из } \triangle ABK \quad AB = \frac{BK}{\sin 60^\circ} = \frac{2h\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

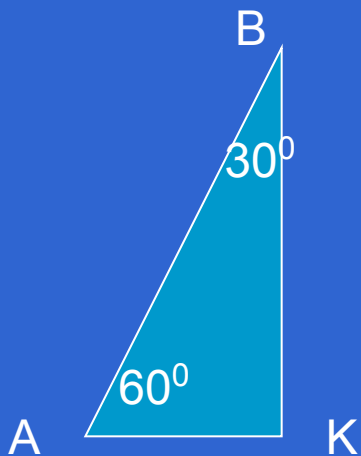
$$= 2h.$$

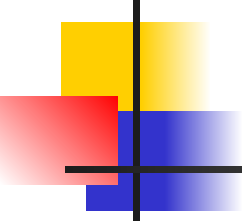
$$S_{\text{бок}} = 2h(h + 2h) = 6h^2.$$

$$S_{\text{осн.}} = AB^2 \sin 60^\circ = 2h^2 \sqrt{3}$$

$$S_{\text{пол.}} = 2h^2 \sqrt{3} (1 + \sqrt{3}).$$

$$\text{Ответ: } 2h^2 \sqrt{3} (1 + \sqrt{3}).$$





Подводим итог урока, определяем двугранные углы пирамид и призм, используем одну из презентаций, составленных учениками в домашней работе.

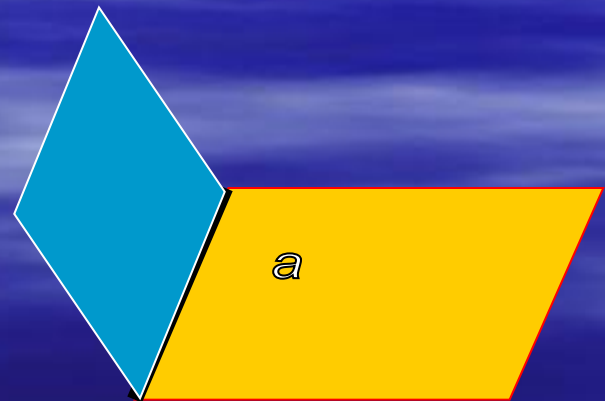
Презентация по геометрии. Тема: « Двугранный угол».



Выполнила:

Першина Анастасия
Ученица 10 «а» класса
2008-2009 учебный год
Усть-Качкинская СОШ.

- Любая прямая, проведенная в данной плоскости, разделяет эту плоскость на две полуплоскости. Перегнем плоскость по прямой a так, что две полуплоскости с границей a оказались уже не лежащими в одной плоскости. Полученная фигура и есть двугранный угол.

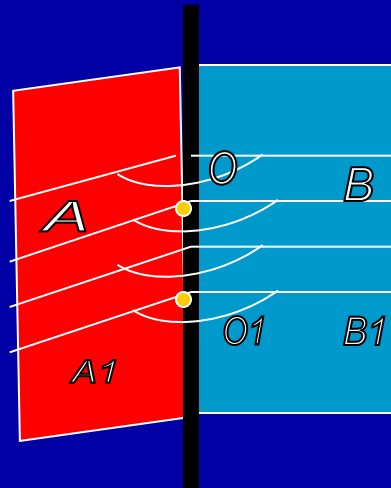


Определение:

Двугранным углом называется фигура, образованная прямой a и двумя полуплоскостями с общей границей a , не принадлежащими одной плоскости.

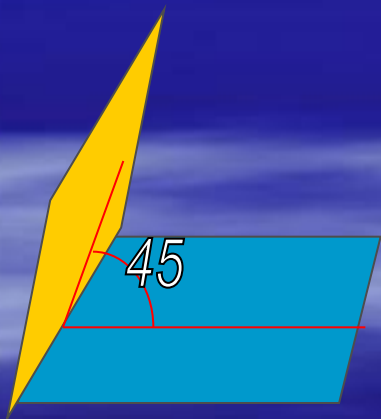
- Полуплоскости, образующие двугранный угол, называются его **гранями**.
- У двугранного угла две грани, отсюда и название – **двугранный угол**.
- Прямая a – общая граница полуплоскостей – называется **ребром** двугранного угла.

- Отметим на ребре двугранного угла какую-нибудь точку и в каждой грани из этой точки проведем луч перпендикулярно к ребру. Образованный этими лучами угол называется **линейным углом** двугранного угла.

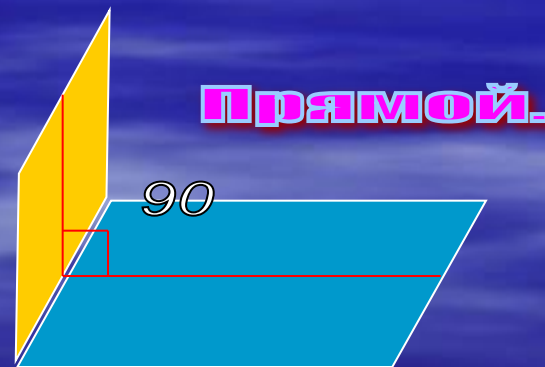


Градусная мера угла.

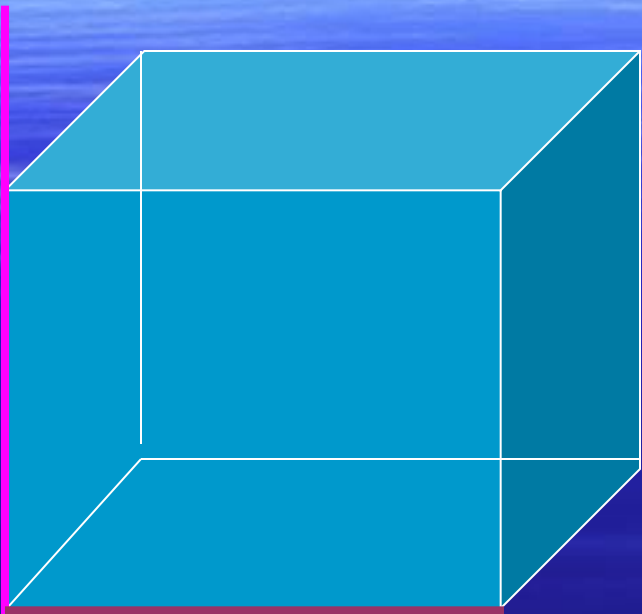
- Градусной мерой угла называется градусная мера его линейного угла.(а).
- Двугранный угол называется **прямым** (**острым, тупым**), если он равен 90° (меньше 90° , больше 90°). (б).



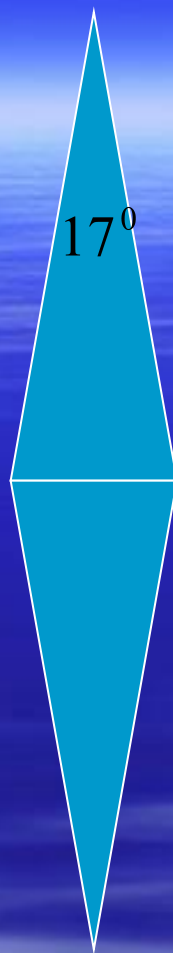
а



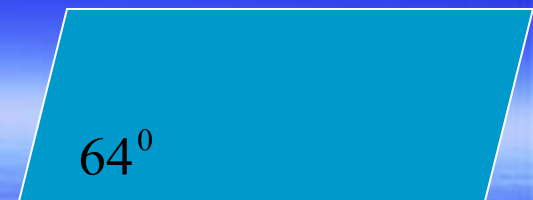
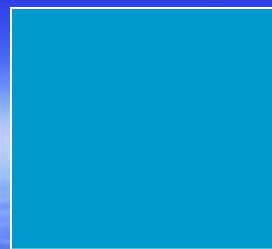
б



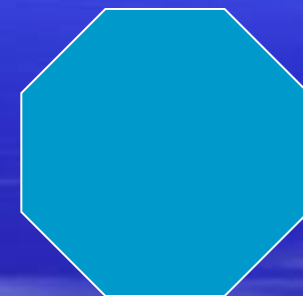
Двугранный угол при боковом ребре прямой призмы **совпадает** с углами основания



17°

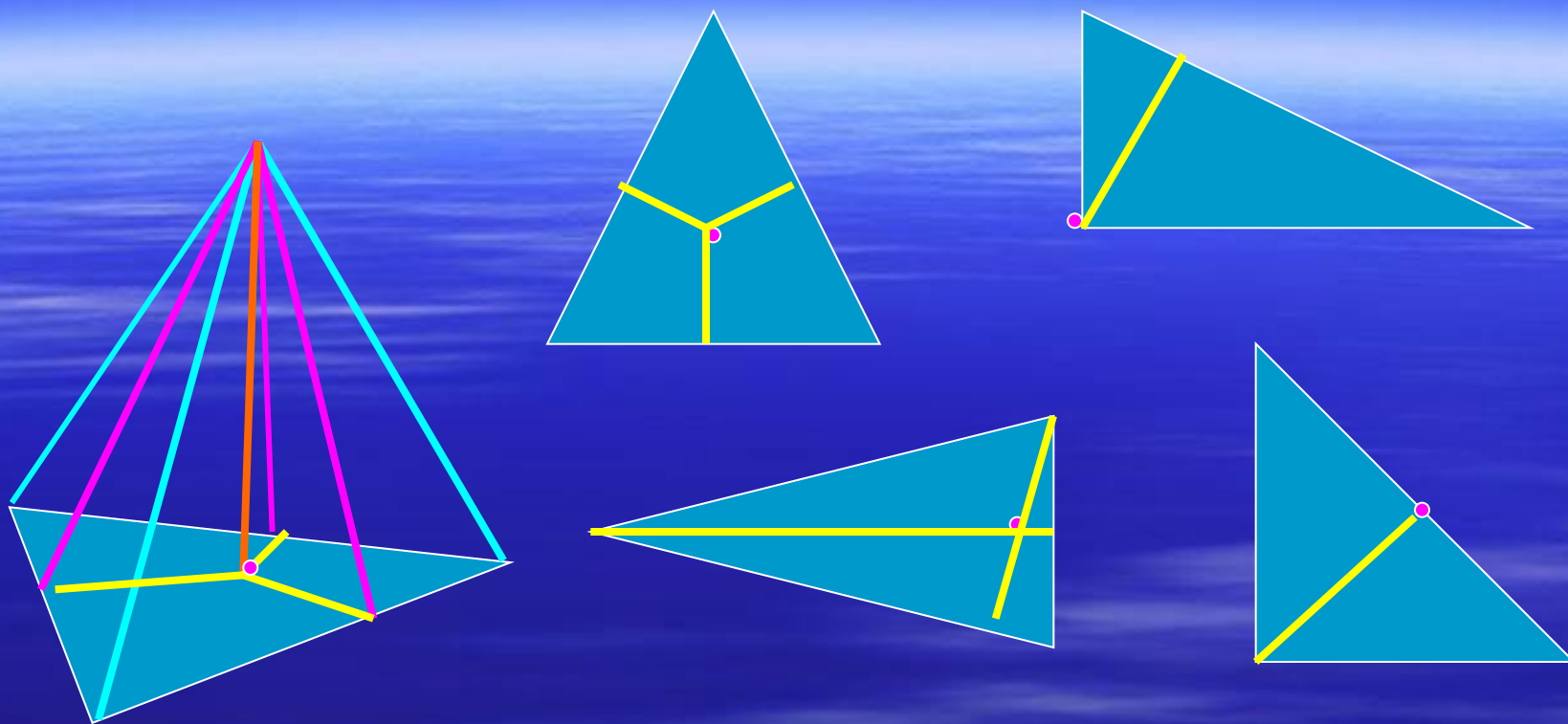


64°



111°

Двугранный угол при любом ребре основания **прямой**



Двугранные углы в пирамидах- нужно строить линейные углы:

- 1) Провести высоты боковых граней.
- 2) Построить их проекции на основание.