Определение двугранных углов.

Цели урока:

1. **Расширить понятие** : «Угол»

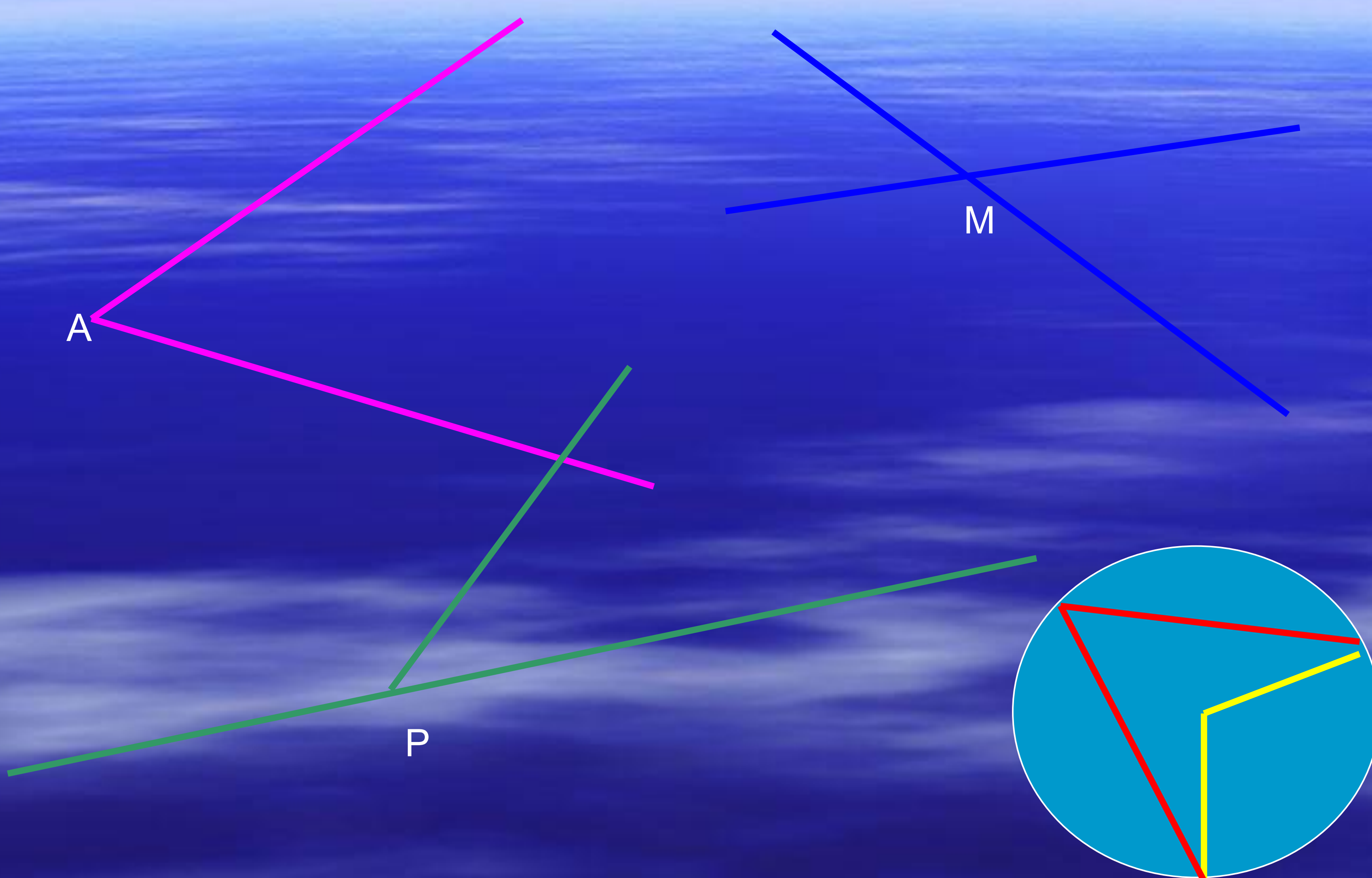
2.Вывести определение двугранных углов.

3 .   Научиться измерять двугранные углы

4.   Научиться применять свойства двугранных   углов при решении задач.

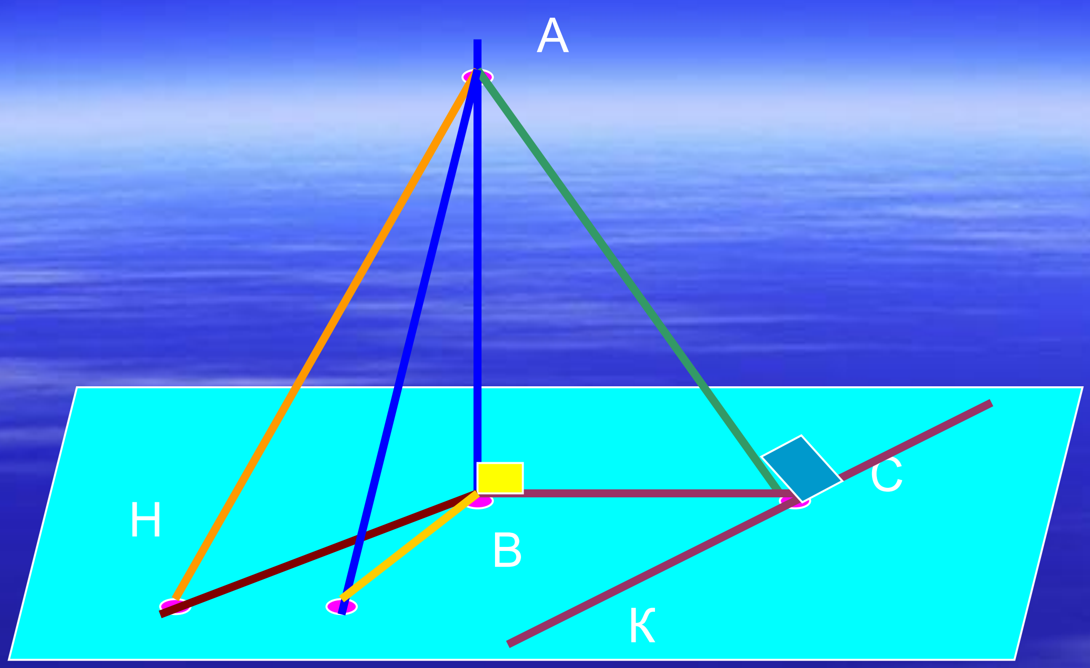
Углы выводим постепенно, по команде мышки, поэтому повторяем определение и свойства

- Линейный угол (острый, прямой, тупой)
- Вертикальные углы
- Смежные углы
- Центральный угол
- Вписанный угол.


A
M
P

- Перпендикуляр , наклонная и проекция.
- Теорема трёх перпендикуляров.
- Свойства наклонных и проекций.

Повторить данные вопросы в задачах.

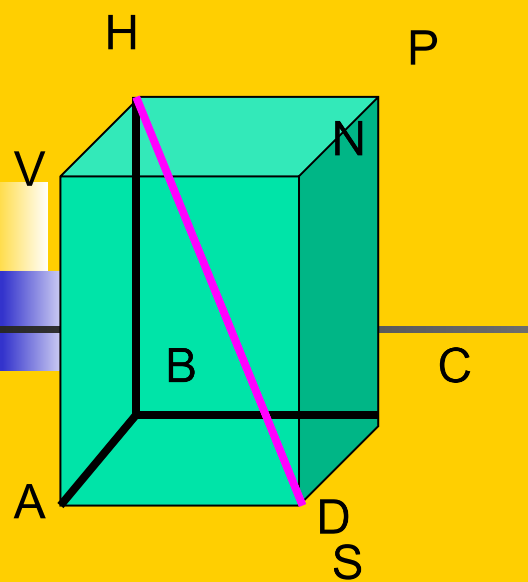


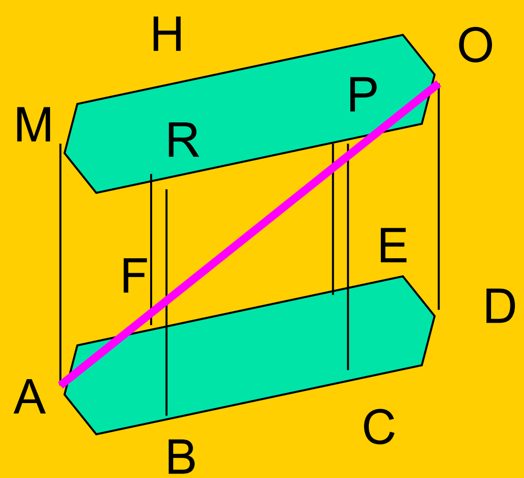
Перпендикуляр, наклонная и проекция связаны теоремой Пифагора

Теорема трёх перпендикуляров для прямой КС.
Плоскость АВС $\perp$ КС

Равные наклонные имеют ……..

Большая наклонная………



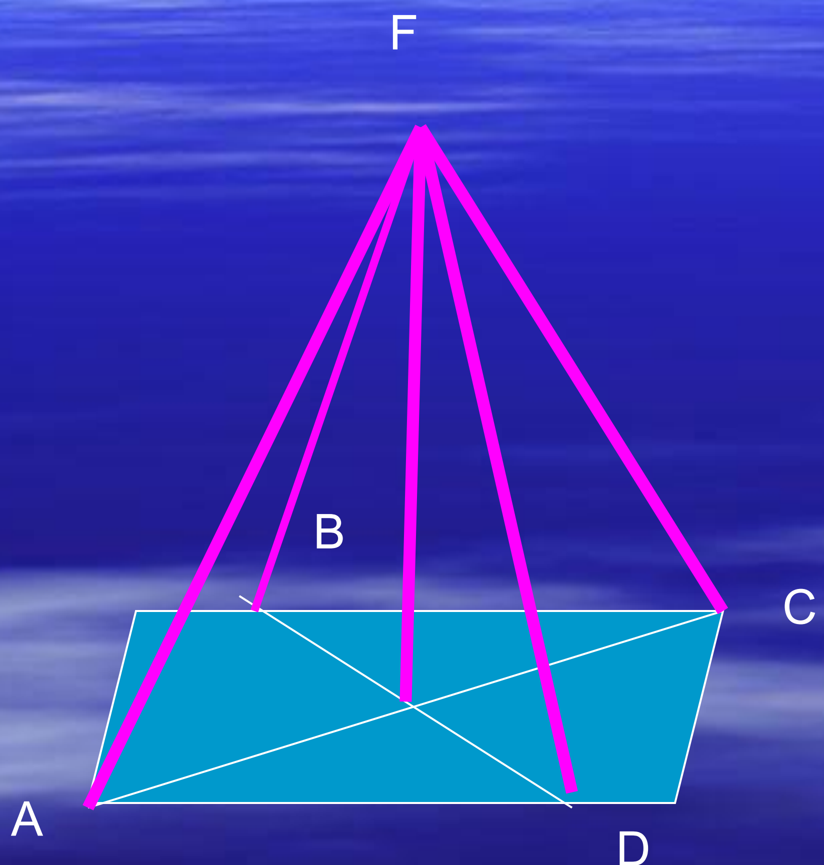


- Найдите угол между прямой HD (AO) и плоскостью основания и
- боковой гранью

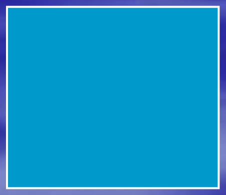
ABCD –квадрат, ромб.

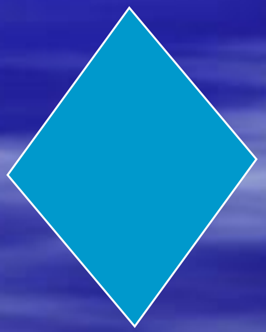
$$FO \perp AC$$

$$FO \perp BD$$



Провести перпендикуляр к DC и AD из точки F

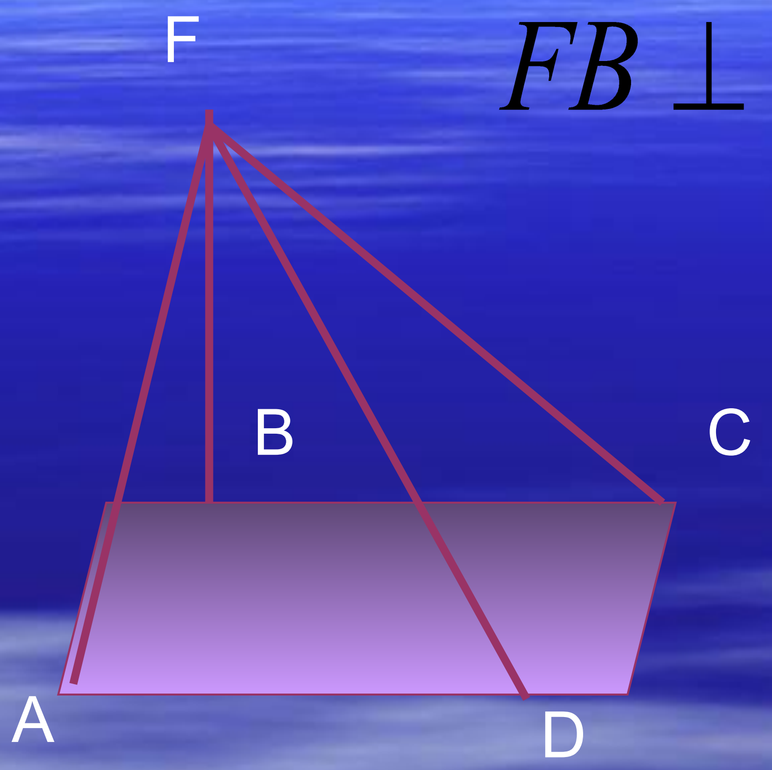




Как связаны между собой перпендикуляр, наклонная и проекция наклонной?

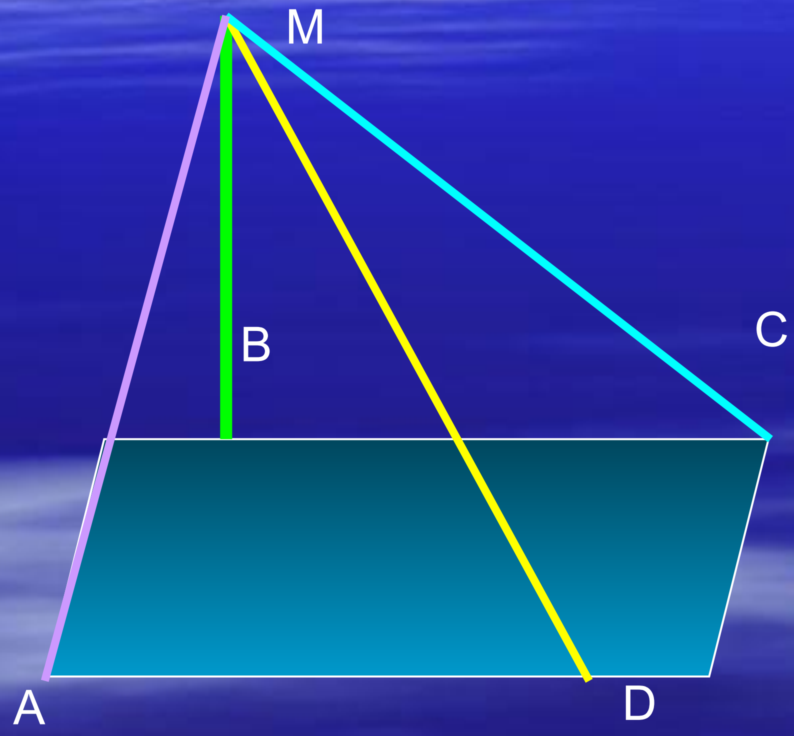
$ABCD$ – прямоугольник

$FB \perp AB \qquad FB \perp BC$



Где можно увидеть теорему трёх перпендикуляров ?

Задача.



- Через вершину В квадрата ABCD проведён перпендикуляр ВМ. Известно, что МА=4см MD=5см, Найти расстояние от М до плоскости;
- Расстояние между МВ и DC.

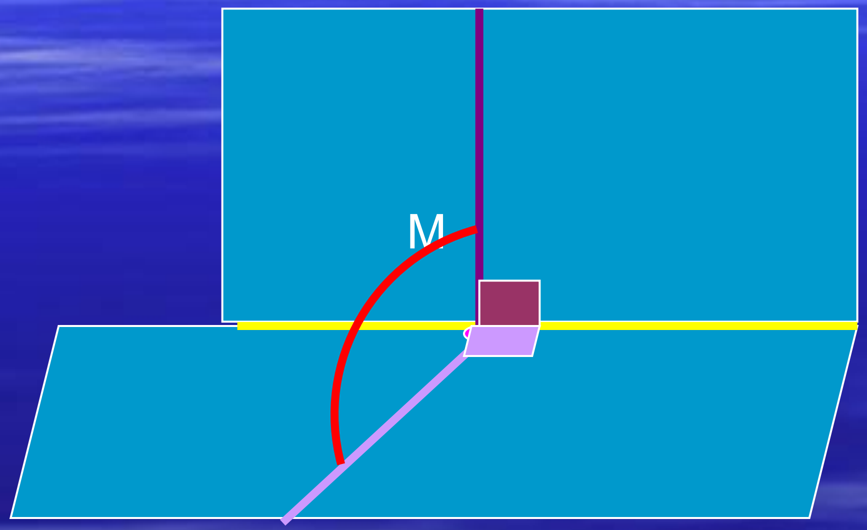
Основная часть урока.

1) Задания практические:

- Все взяли файловый лист, согнули на две неравные части , сделали вывод-две пересекающиеся полуплоскости с общей прямой называют двугранным углом.
- Как его измерить?
- Проведём общую прямую, вспомним аксиому плоскостей,
- Отметим на ребре точку.
- Проведём перпендикуляры к ребру из данной точки в каждой грани.
- Снова сгибаем по ребру и делаем вывод, что углы разные,
- значит их нужно отличать , как?
- Берём ножницы и делаем срез-щелку по перпендикулярам,
- вставляем лист в щелку и видим линейный угол.
- Просматриваем слайды , дающие ответы на полученные предложения.
- Даём определение измерения двугранных углов.
- Показываем двуг-е углы на моделях пирамид, призм и на таблицах.

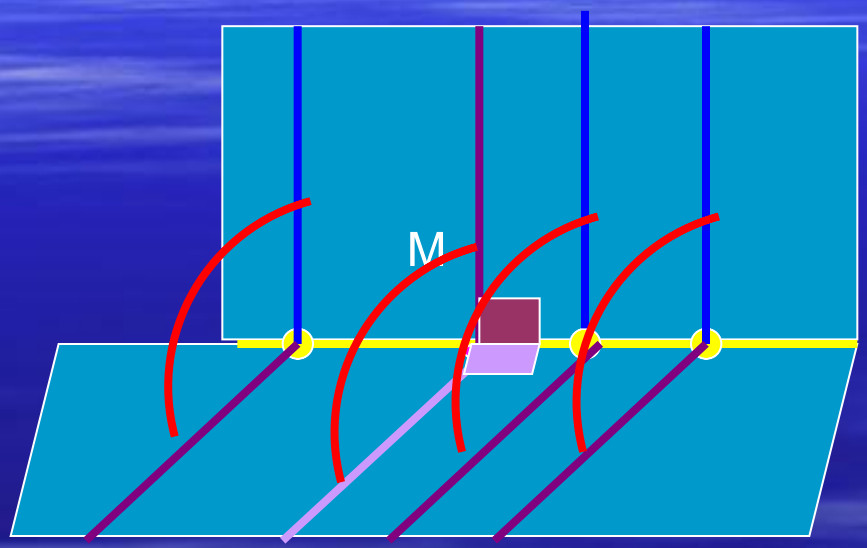
Двугранные углы

Известно, что мерой двугранного угла называют меру его линейного угла.

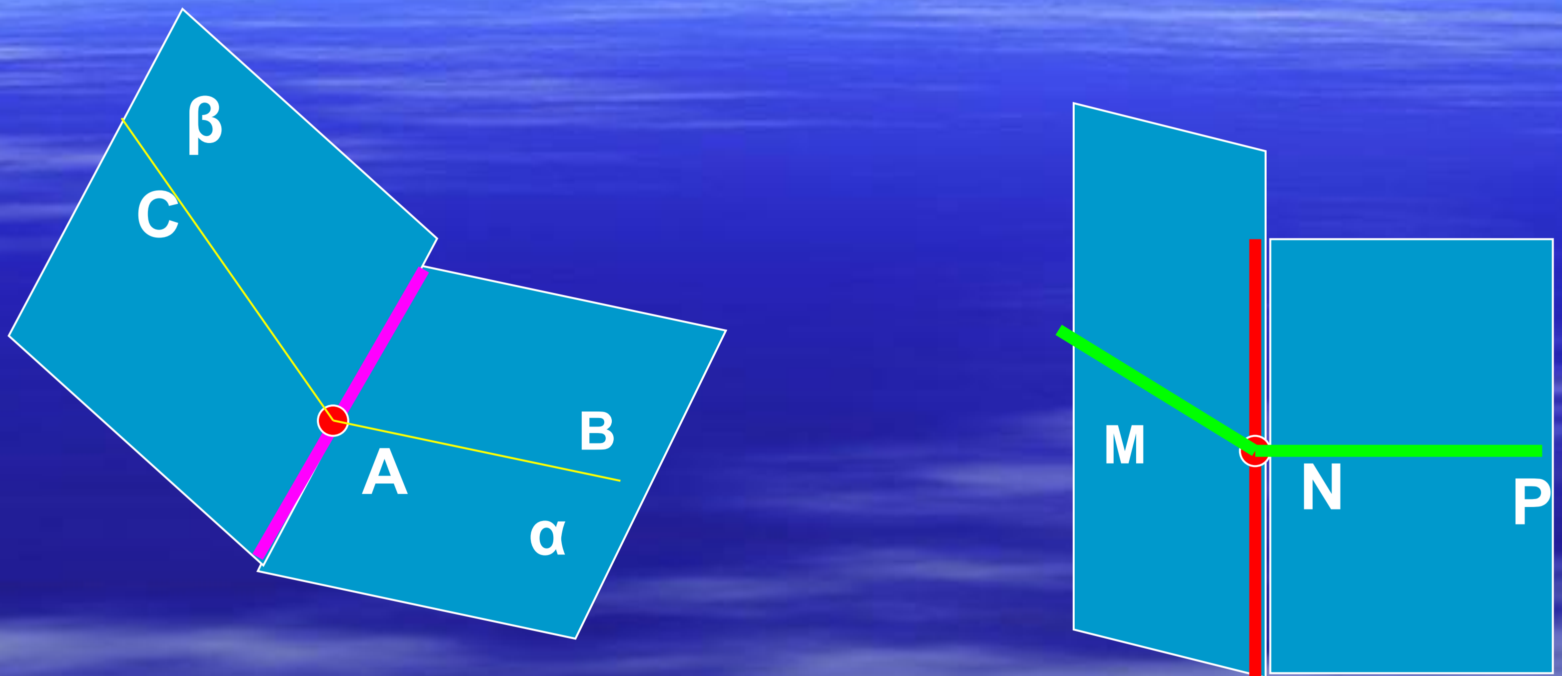


Если на ребре двугранного угла отметить какую-нибудь точку в каждой грани из этой точки провести лучи перпендикулярно ребру, то получим линейный угол.

Точка на ребре может быть произвольная…

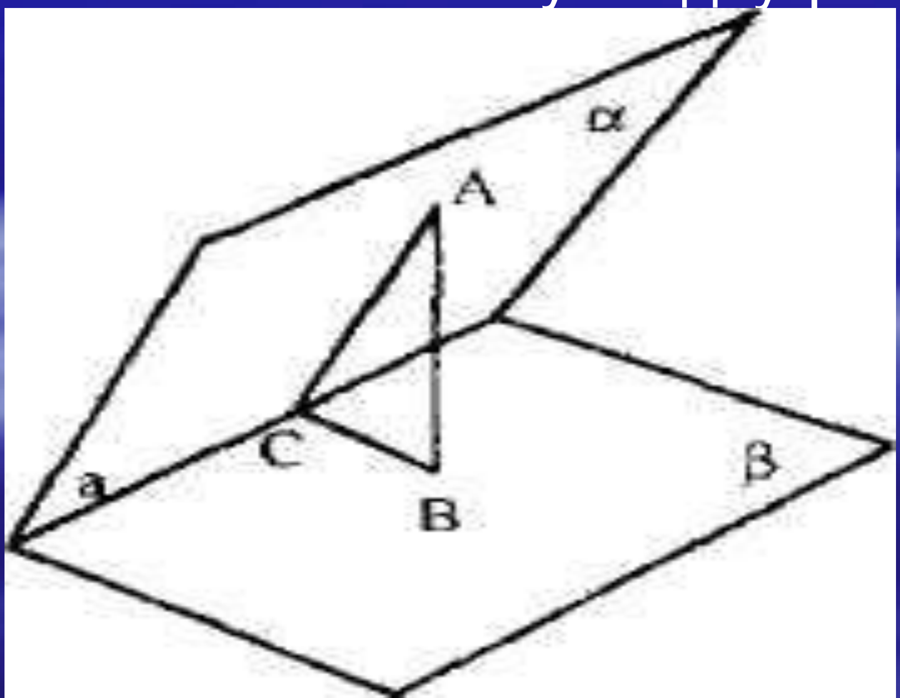


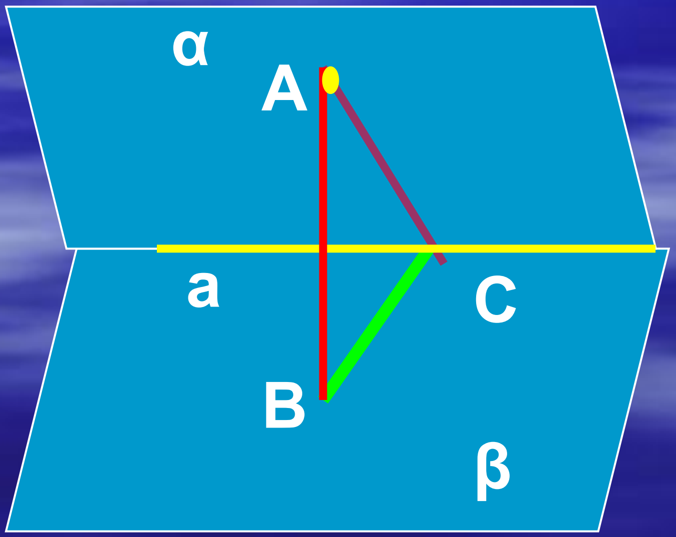
Определение:



- Построение линейного угла двугранного угла иногда удобно выполнять так:
- из какой-либо точки А грани **α** опустим на ребро а $AC \perp$ **а,** перпендикуляр на другую грань $AB \perp \beta$
- СВ будет проекцией АС на плоскость **β**.
- Так как **$AC \perp a$**, то **$BC \perp a$** по обратной теореме о 3х перпендикулярах.

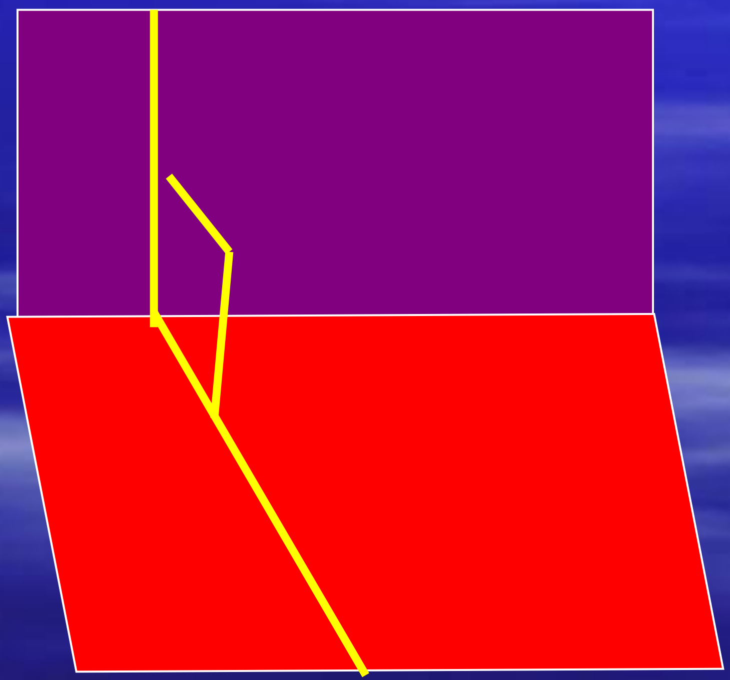
АСВ - линейный угол двугранного угла с ребром **а.**





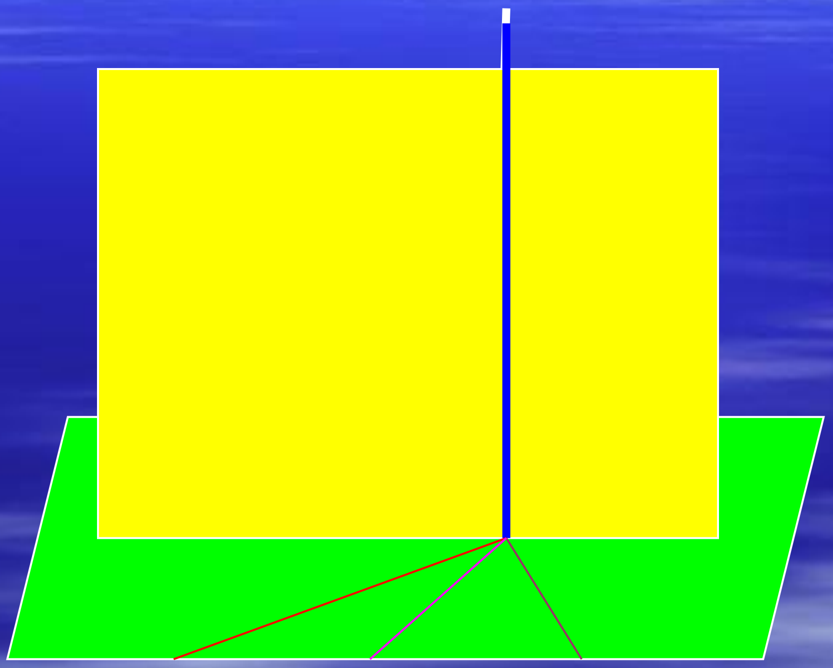
Перпендикулярные плоскости.

Две пересекающиеся плоскости называются перпендикулярными, если угол между ними 90°.



Свойства:

Если плоскость проходит через прямую, перпендикулярную другой плоскости, то такие плоскости перпендикулярны.

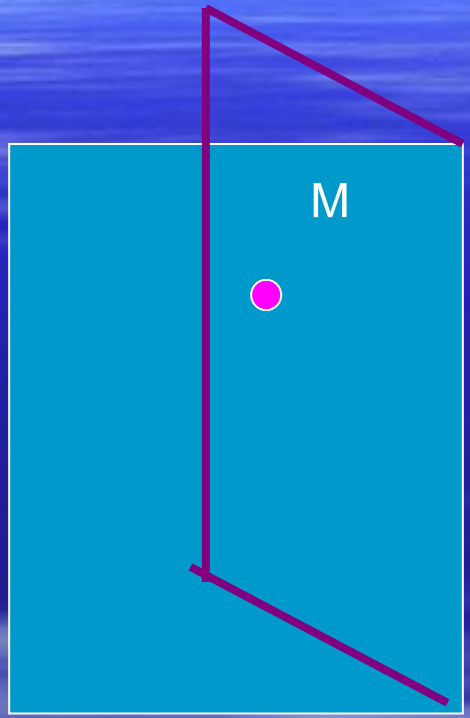


Решение задач:

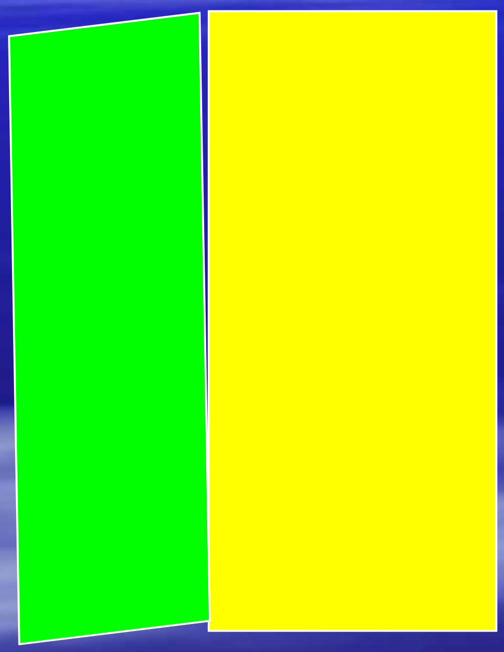
Замечания к решению задач.

- Можно решать на компьютерах, используя «Автофигуры»
- Можно решать на «интердоске».
- Можно проецировать прямо на обычную доску или белую.
- Выводим на экран условия задачи и дорисовываем и решаем прямо на кадре.
- Каждый ученик может сохранить решение задачи, а учитель затем оценит.
- Можно вывести на общий экран решения учеников и рассмотреть разные способы.

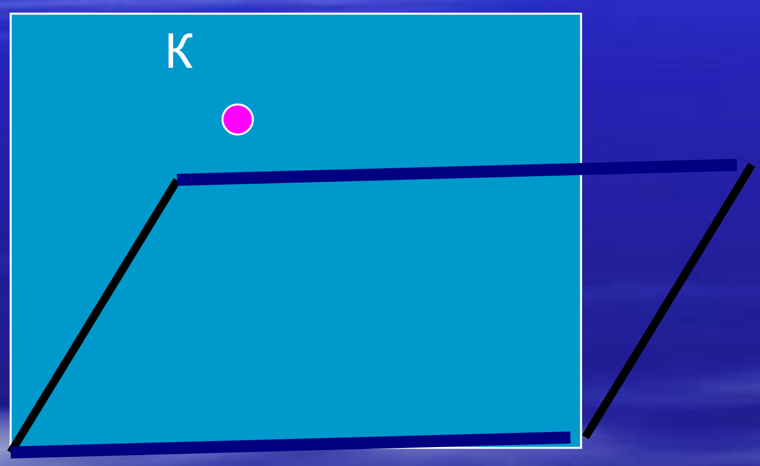
В одной из граней двугранного угла, равного 30, расположена точка М. Расстояние от точки до ребра двугранного угла равно 18 см. Вычислите расстояние от проекции точки М на вторую грань до ребра двугранного угла.

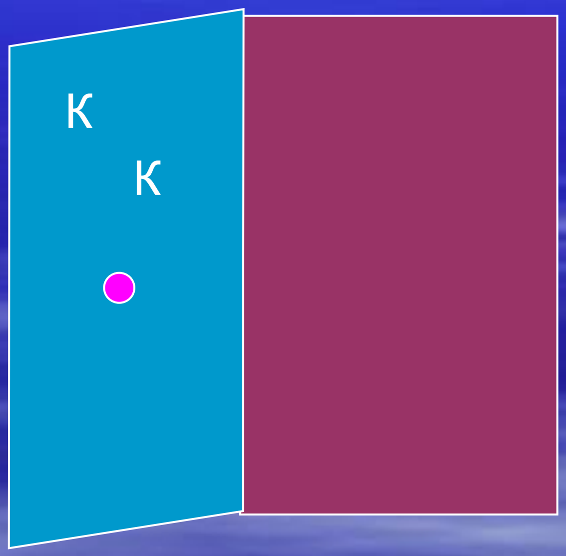


Отрезки АС и ВС, лежащие в гранях прямого двугранного угла, перпендикулярны к его ребру. Вычислите расстояние между точками А и В, если АС=10см, ВС=24см.

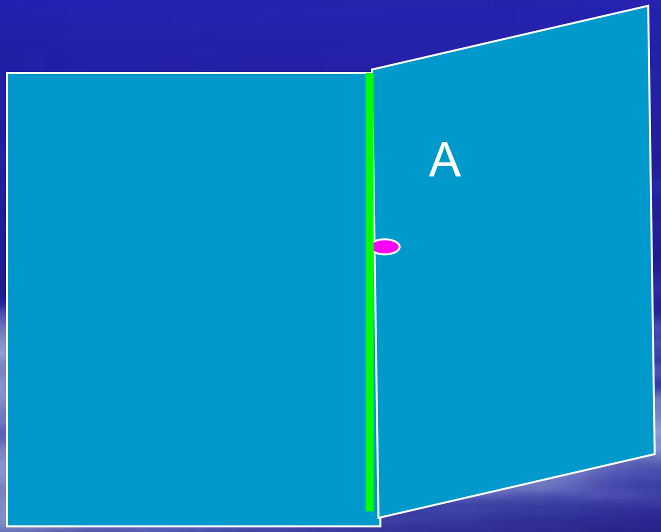


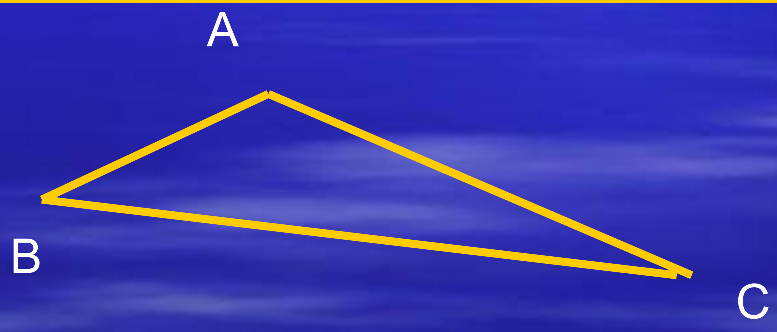
Точка К, в грани двугранного угла, удалена от другой грани на 12 см, а от ребра на $8\sqrt{3}$ Вычислить величину двугранного угла.

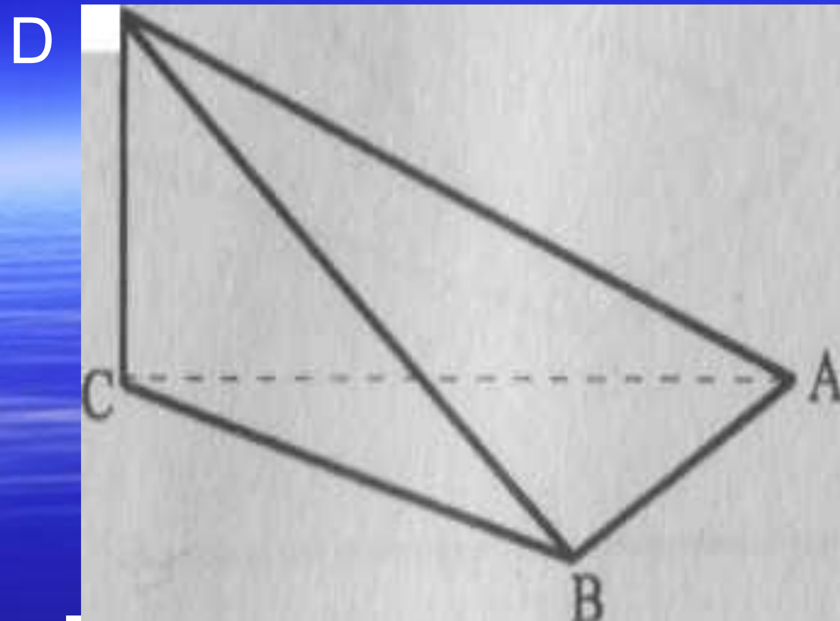




На ребре двугранного угла, равного 120^0 расположена точка А. В его гранях проведены перпендикуляры к ребру АВ и АС, равные соответственно 10 см, и 8см.
Вычислите расстояние между точками В и С.

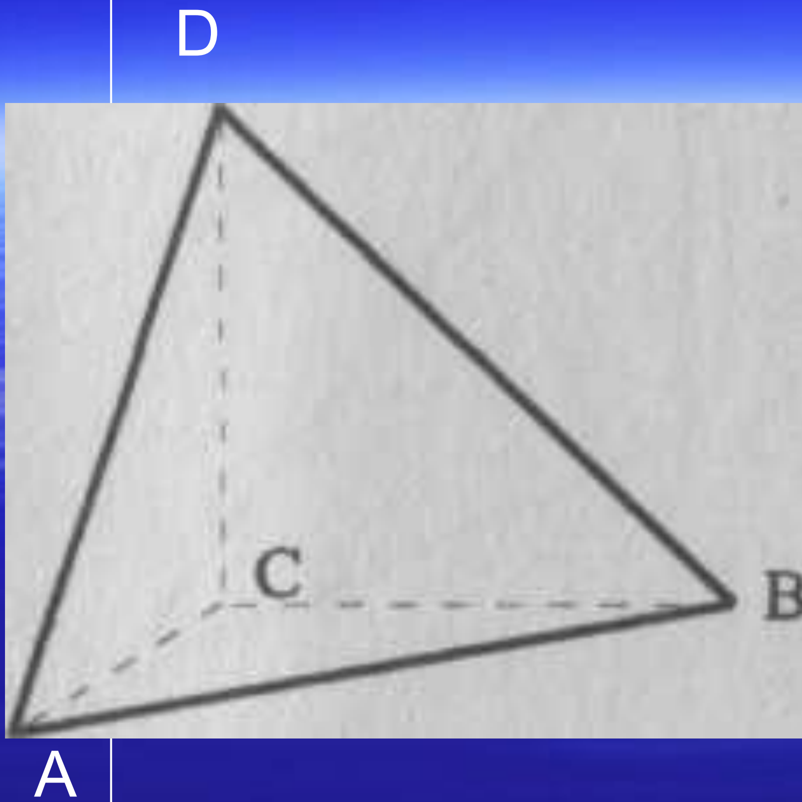






▲ABC, $CD \perp ABC$

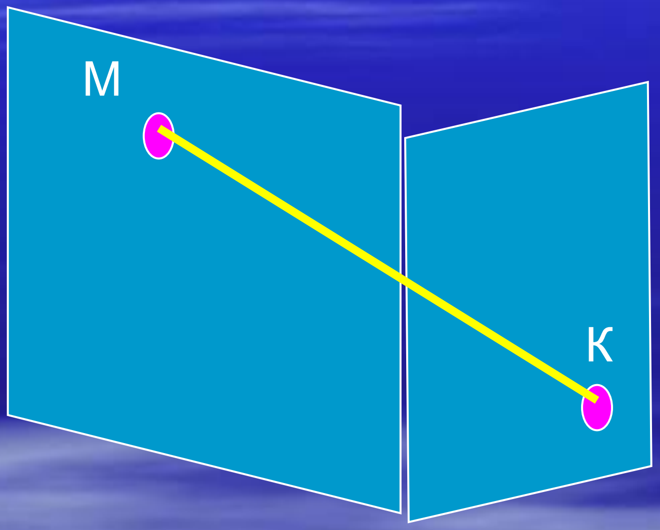
- Найдите расстояние от точки D до прямой AB, если AC = CB=10,AB=16, CD = 6. Изобразите перпендикуляр из точки D к прямой AB.
- Найдите величину двугранного угла при ребре AB.



▲ ABC,
CD ⊥ ABC).
Найдите расстояние от точки D
до прямой AB,
(найдите величину двугранного угла при ребре AB)

∠ ACB прямой,AC=15, CB=20, СД=35.

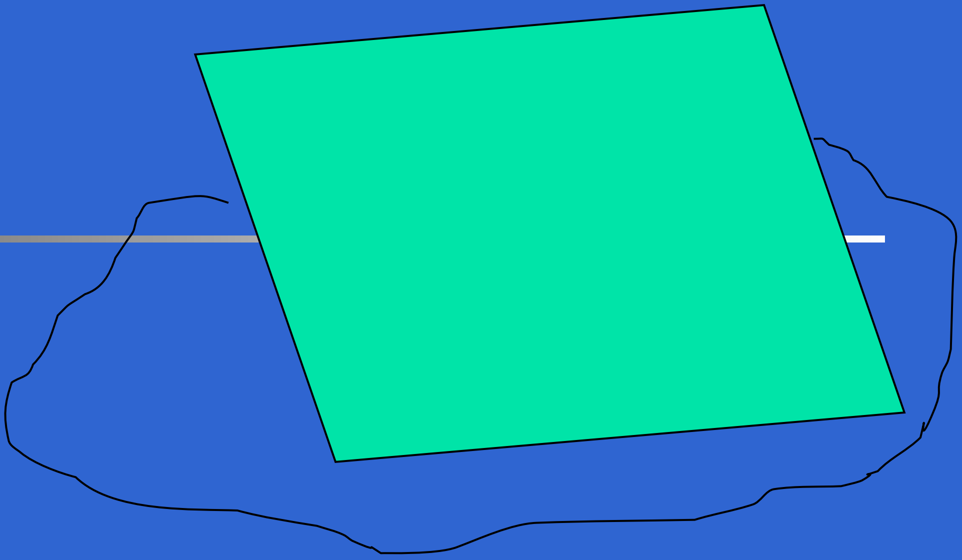
Точки М и К лежат в разных гранях прямого двугранного угла. Расстояние от этих точек до ребра равны 20см и 21 см. Вычислите расстояние между отрезками МК и ребром двугранного угла.



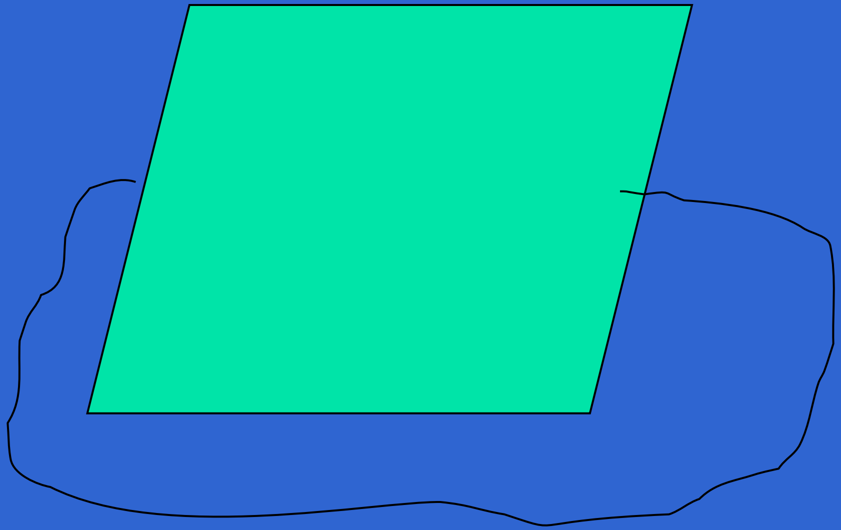
Концы отрезка лежат в гранях двугранного угла и удалены от его ребра на 6см и $6\sqrt{2}$. Расстояние между данным отрезком и ребром равно 3 см. Вычислите величину двугранного угла.

Точка К удалена от каждой стороны равностороннего треугольника АВС на 8 см, АВ=24 см. Вычислите величину двугранного угла, ребром которого является прямая ВС, а грани содержат точки К и А.

- а) Плоскость М проходит через сторону AD квадрата ABCD .Диагональ BD образует с плоскостью М угол 45 градусов. Найдите угол между плоскостью квадрата и плоскостью М.



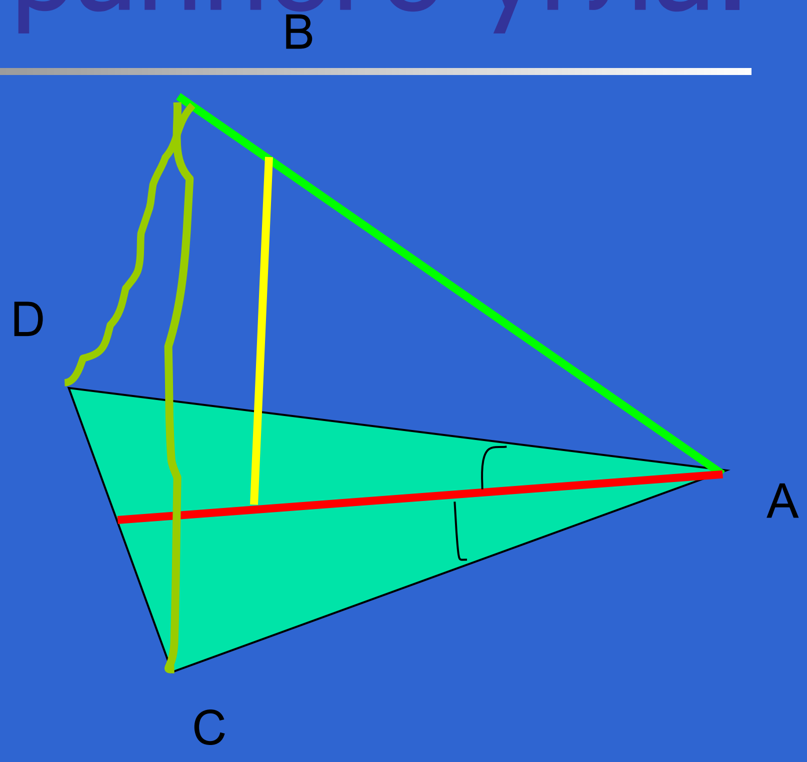
- б) Плоскость М проходит через сторону AD квадрата ABCD и образует с плоскостью угол в 30 градусов. Найдите угол, который образует с плоскостью М диагональ BD.



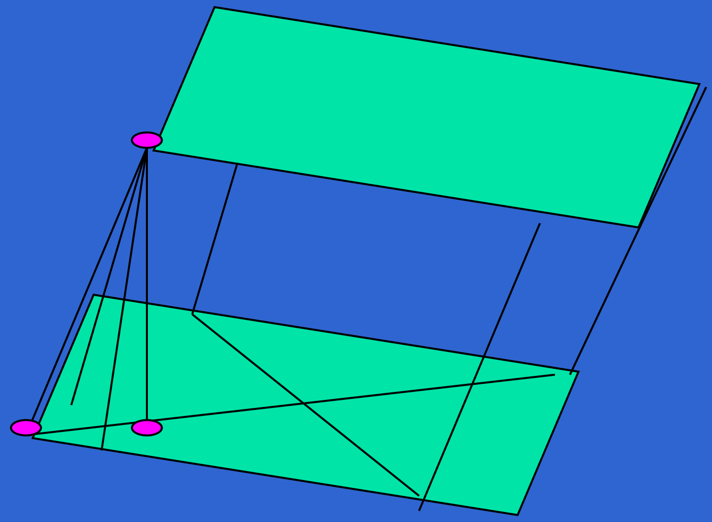
Основание пирамиды PABCD - прямоугольник ABCD , стороны которого равны $3 \quad и \quad 3\sqrt{2}$ Плоскости PAB и PBC перпендикулярны плоскости ABC, а плоскость PAC наклонена к ней под углом 30^0. Найдите высоту и объём пирамиды.

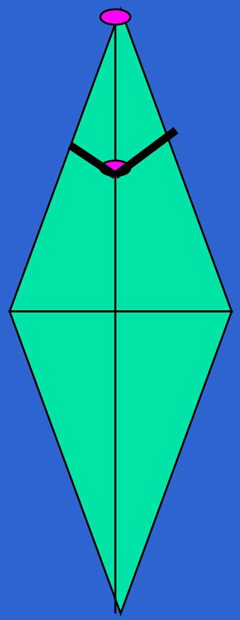
Свойство трёхгранного угла.

- Если два плоских угла равны, то их общее ребро проецируется на биссектрису третьего плоского угла.



Все грани параллелепипеда – равные ромбы, со стороной a и острым углом α .Найдите высоту параллелепипеда.



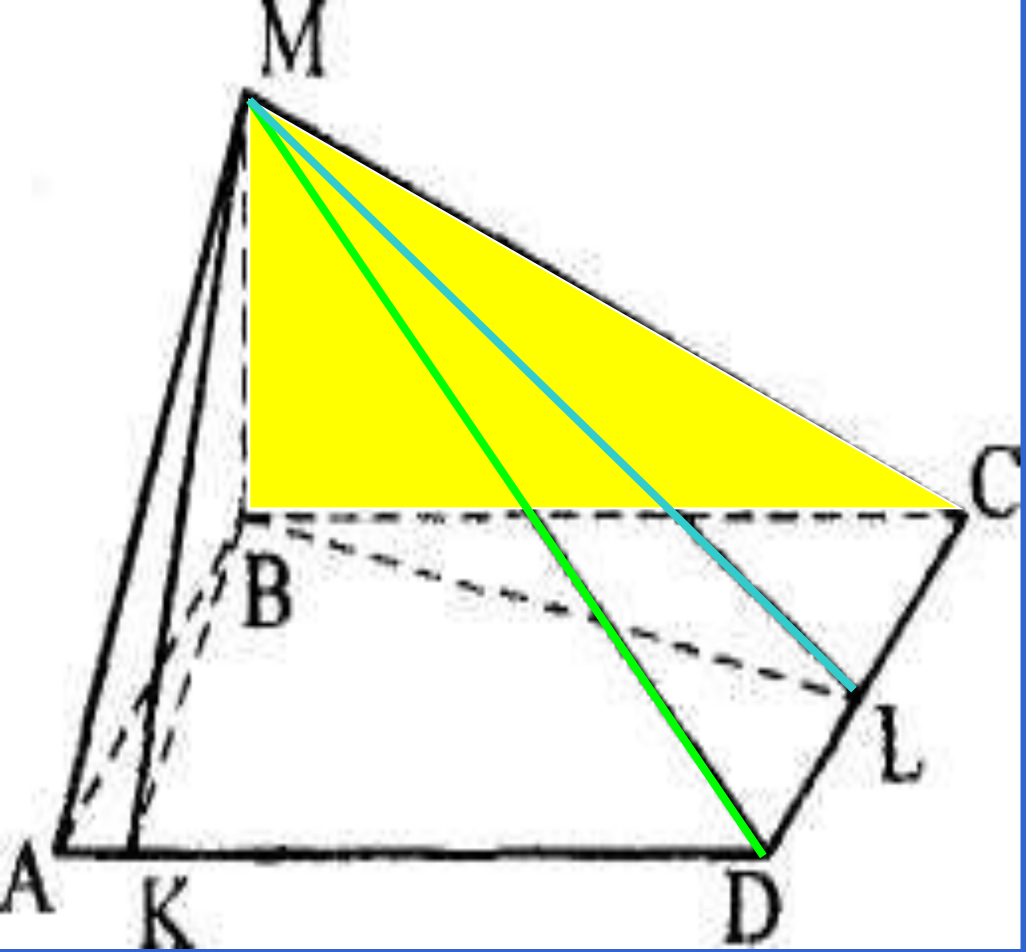


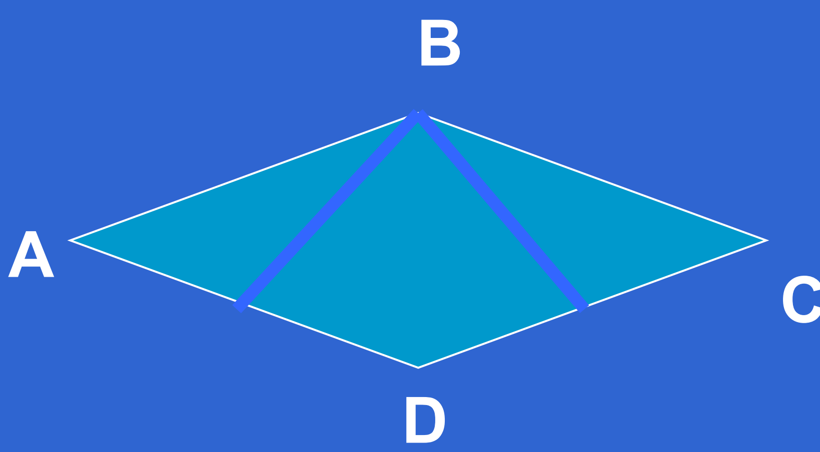
Ответ:

$$H = \frac{a \cdot \sqrt{\cos^2 \frac{\alpha}{2} - \cos^2 \alpha}}{\cos \frac{\alpha}{2}}$$

*Основанием пирамиды служит ромб. Две боковые грани перпендикулярны плоскости основания и двугранный угол, образуемый ими равен 120°; две другие грани наклонены к плоскости основания под углом в 30°. Высота пирамиды *h.*

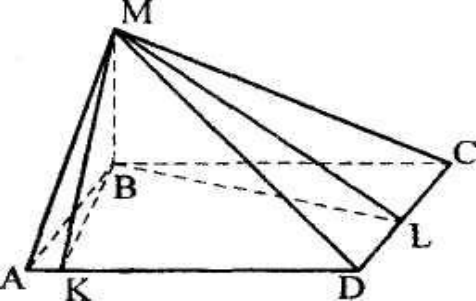
Найдите площадь полной поверхности пирамиды.





. MABCD - данная пирамида,   ABCD - ромб; (ABM)⊥(ABC) и (MCB)⊥(ABC), значит MB⊥ABC).

MB=H, ∠ ABC - линейный угол двугранного угла с ребром MB, ∠ ABC=120°.



Построим BK$\perp$AD и BL$\perp$DC. KB - проекция MK, BL - проекция ML,

MK$\perp$AD, ML$\perp$DC по теореме о трёх перпендикулярах.

$\angle$MKB - линейный угол двугранного с ребром AD,

а $\angle$ MLB - линейный двугранного «с ребром DC.

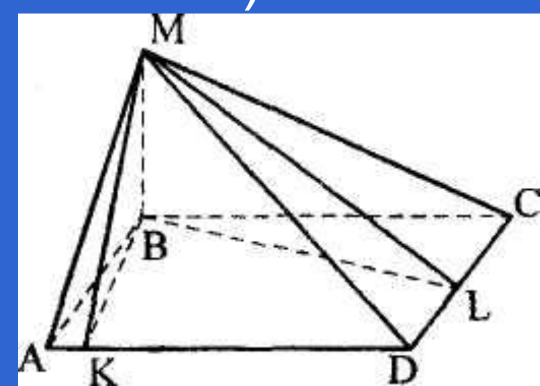
По условию $\angle$MKB = $\angle$MLB = 30°. Найти *Sпол.*

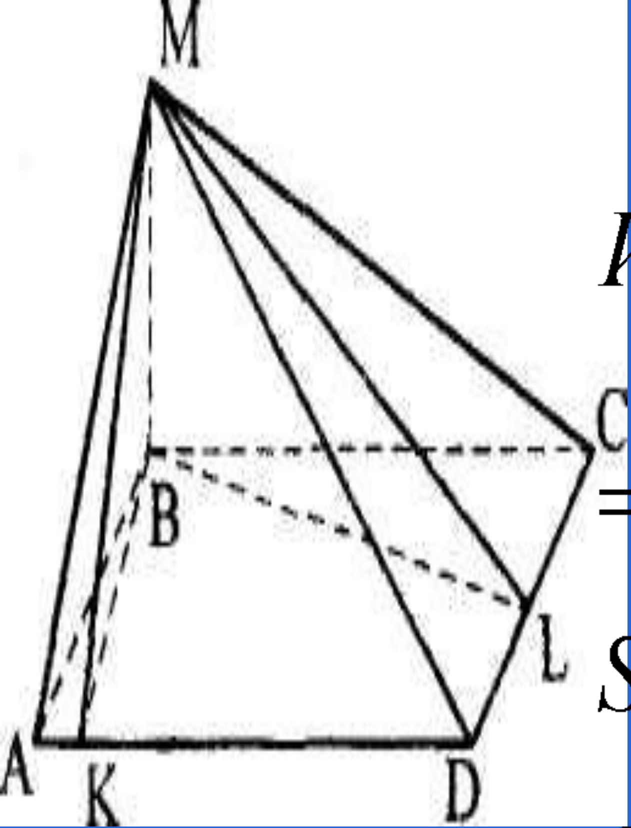
Из MB$\perp$(ABC) имеем MB$\perp$AB и MB$\perp$BC.

▲AMB = ▲MBC и ▲AMD=▲DMC.

Sбок=2(S_{ABM} + S_{ADM}) = AB*MB + AD*MK = AB(MB + MK).

Из MBK: MK=2h, BK=h* ctg3O°. BK = $h\sqrt{3}$





$$\text{Из } \Delta ABK \quad AB = \frac{BK}{\sin 60^0} = \frac{2h\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

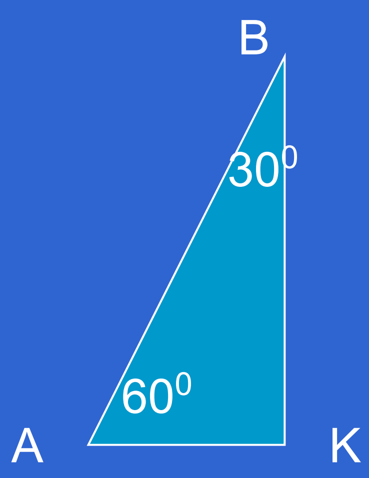
$$= 2h.$$

$$S_{бок} = 2h(h + 2h) = 6h^2.$$

$$S_{осн.} = AB^2 \sin 60^0 = 2h^2\sqrt{3}$$

$$S_{пол.} = 2h^2\sqrt{3}\left(1 + \sqrt{3}\right).$$

$$\text{Ответ}: \quad 2h^2\sqrt{3}\left(1 + \sqrt{3}\right).$$



Подводим итог урока, определяем двугранные углы пирамид и призм, используем одну из презентаций, составленных учениками в домашней работе.

Презентация по геометрии. Тема: « Двугранный угол».

Выполнила:

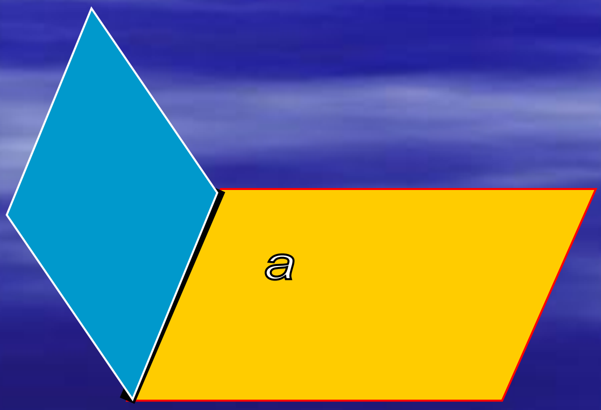
Першина Анастасия

Ученица 10 «а» класса

2008-2009 учебный год

Усть-Качкинская СОШ.

- Любая прямая, проведенная в данной плоскости, разделяет эту плоскость на две полуплоскости. Перегнем плоскость по прямой *а* так, что две полуплоскости с границей *а* оказались уже не лежащими в одной плоскости. Полученная фигура и есть двугранный угол.

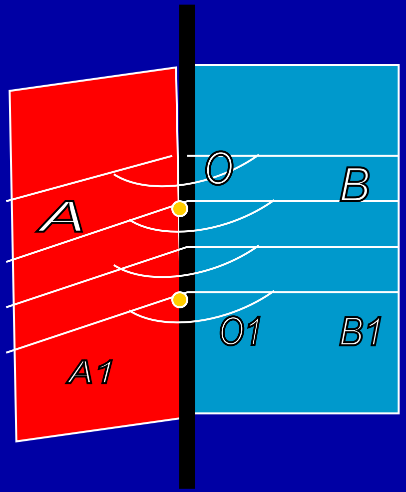


Определение:

Двугранным углом называется фигура, образованная прямой *а* и двумя полуплоскостями с общей границей *а* , не принадлежащими одной плоскости.

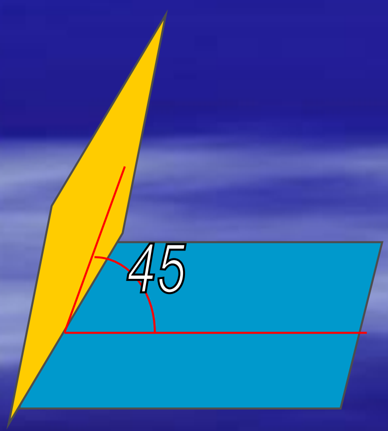
- Полуплоскости, образующие двугранный угол, называются его гранями.
- У двугранного угла две грани, отсюда и название – двугранный угол.
- Прямая *а* – общая граница полуплоскостей – называется ребром двугранного угла.

- Отметим на ребре двугранного угла какую-нибудь точку и в каждой грани из этой точки проведем луч перпендикулярно к ребру. Образованный этими лучами угол называется линейным углом двугранного угла.

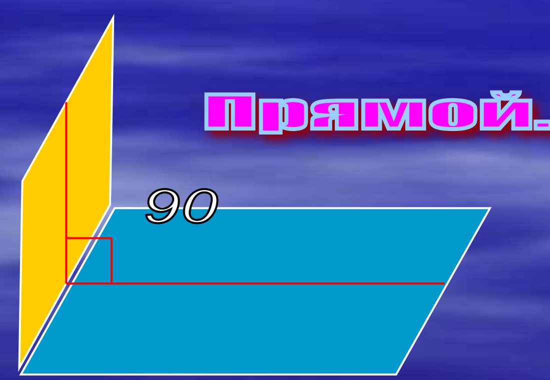


Градусная мера угла.

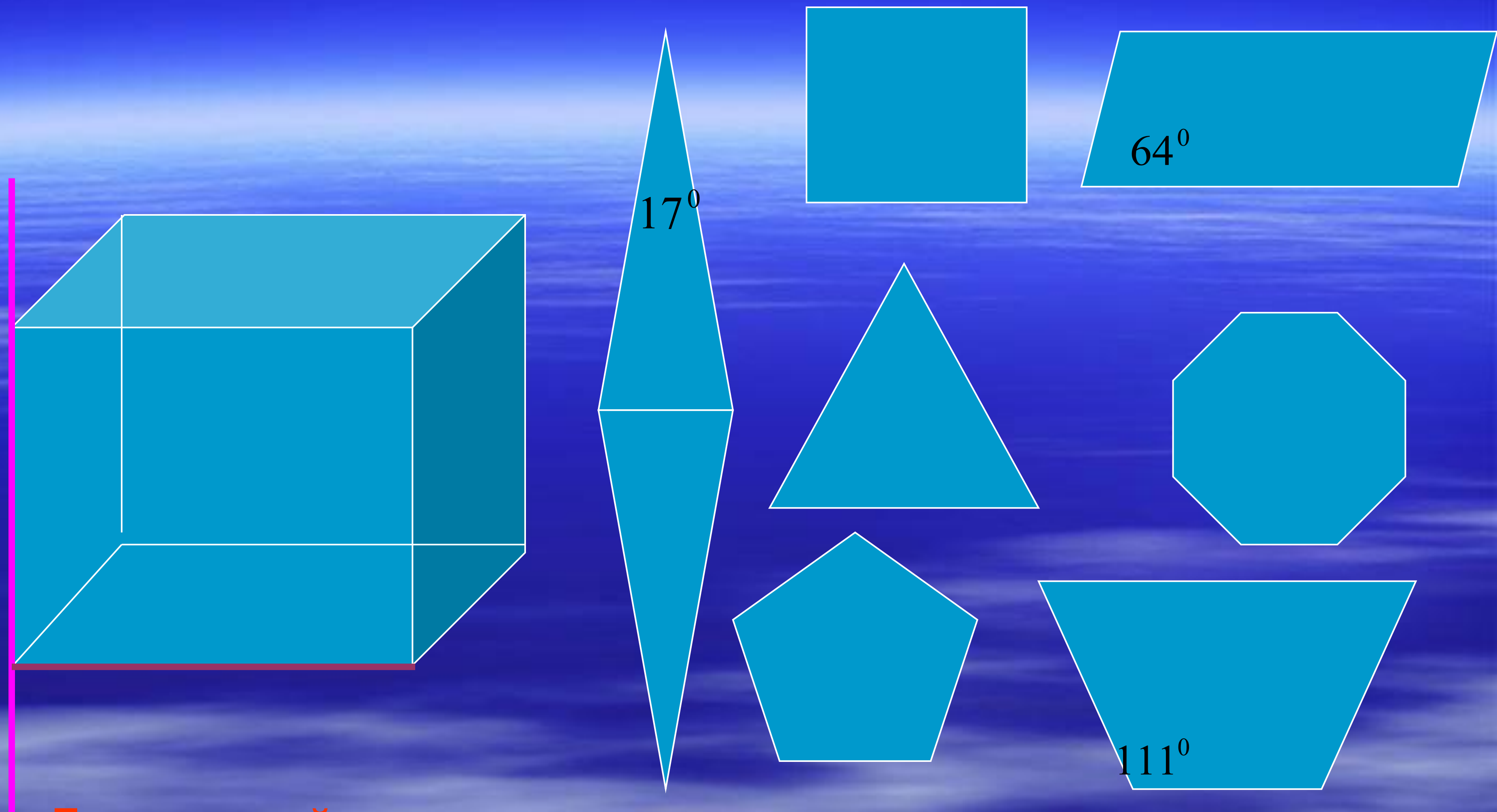
- Градусной мерой угла называется градусная мера его линейного угла.(**а**).
- Двугранный угол называется прямым (острым, тупым), если он равен 90º (меньше 90º, больше 90º).(**б**).



а

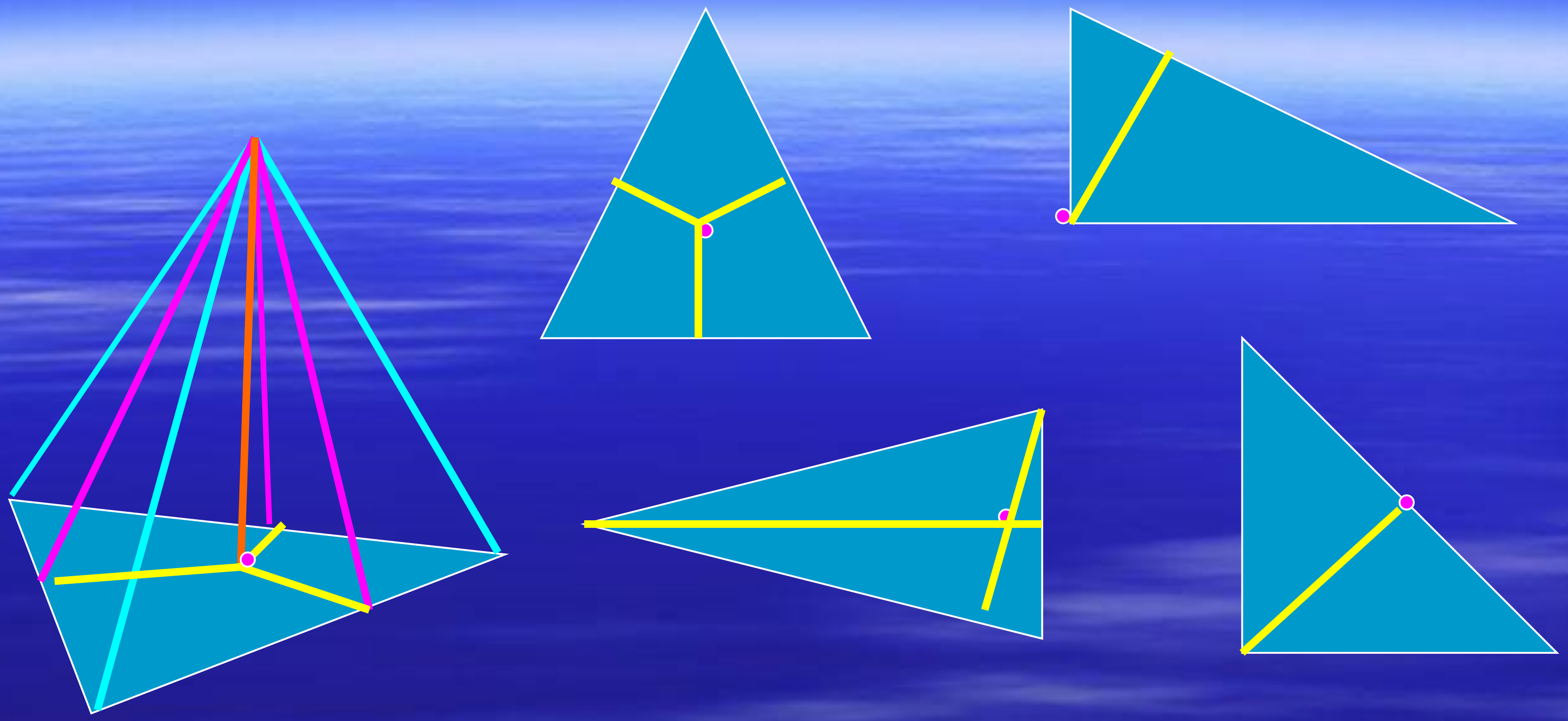


б



Двугранный угол при боковом ребре прямой призмы совпадает с углами основания

Двугранный угол при любом ребре основания прямой



Двугранные углы в пирамидах- нужно строить линейные углы:

1) Провести высоты боковых граней.
2) Построить их проекции на основание.